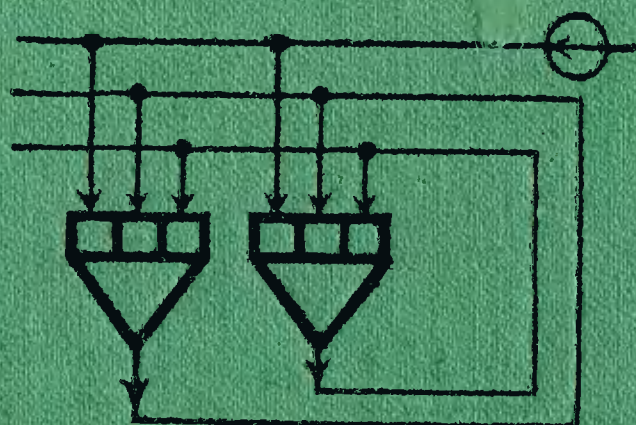




ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
ЛАУРЕАТА ЛЕНИНСКОЙ ПРЕМИИ
ДОКТ. ТЕХН. НАУК,
ПРОФ. В. А. ВЕНИКОВА

КИБЕРНЕТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ДОПУЩЕНО
МИНИСТЕРСТВОМ ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР
В КАЧЕСТВЕ УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1974

№5
ВТЧ

Ю. Н. Астахов, В. А. Веников, Ю. М. Горский,
Д. Д. Карасев, И. М. Маркович

Рецензенты: кафедра электрических сетей Уральского политехнического института (зав. кафедрой проф. Д. А. Арзамасцев); проф. Фабрикант В. Л. (Рижский политехнический институт).

Электрические системы. Кибернетика электрических систем. Под ред. Веникова В. А. Учеб. пособие для электроэнерг. вузов. М., «Высш. школа», 1974.
328 с. с ил.

На обор. титул. л. авт.: Ю. Н. Астахов, В. А. Веников, Ю. М. Горский, Д. Д. Карасев, И. М. Маркович.

Данная книга представляет собой пятый том единой серии «Электрические системы». В то же время она является самостоятельной и может читаться и прорабатываться совершенно независимо от остальных.

В книге рассматриваются проблемы прогнозирования, планирования и функционирования электрических систем; показываются методы и способы решения возникающих при этом задач, включая и ряд задач, связанных с получением, передачей и переработкой информации.

Книга предназначена в качестве учебного пособия для студентов электро-энергетических специальностей вузов, занимающихся вопросами электрических систем, автоматического управления (АСУ) энергетикой и кибернетики электрических систем (специальности 0304, 0302 и др.). Она может быть использована и студентами других электроэнергетических и электротехнических специальностей (0301, 0303, 0650), а также научными работниками, аспирантами и инженерами, работающими в смежных областях.

Э 30311—182
001(01)—74 129—74

6П2.11

Настоящее учебное пособие «Кибернетика электрических систем» предназначается для студентов энергетических и электротехнических вузов и факультетов. Книга может быть полезна и для студентов других специальностей, однако в первую очередь она ориентирована на специальности 0304 и 0302, где согласно учебным планам читаются курсы, рассматривающие проблемы кибернетики электрических систем: прогнозирование, планирование, АСУ электрических систем, теорию информации и др. Книга основана на материалах лекций, читавшихся ее авторами на электро-энергетическом факультете МЭИ в 1968—1973 гг. для студентов, специализирующихся в области режимов электрических систем и энергетической кибернетики.

В учебном пособии излагаются относительно новые, далеко еще не полностью в научно-техническом и методическом отношении отработанные вопросы, касающиеся проблем прогнозирования, планирования и управления функционированием сложных электрических систем. Новизна проблемы и дискуссионность отдельных вопросов затруднила придание однородности излагаемому материалу как в смысле общенаучных концепций, так и в отношении терминологии. Только при дальнейшей коллективной научной и методической работе можно будет снять такого рода трудности. В связи с этим особенно ценны будут замечания, предложения и пожелания читателей — как студентов и преподавателей, так и инженеров. Эти замечания могут быть направлены в адрес издательства «Высшая школа» или непосредственно на кафедру «Электрические системы» МЭИ.

Работа по написанию книги распределялась между авторами следующим образом: введение и гл. 1 написаны В. А. Вениковым, гл. 2 написана И. М. Марковичем, гл. 3 — Ю. Н. Астаховым и Д. Д. Карасевым, гл. 4 — Ю. М. Горским. В отработке всех глав принимал участие В. А. Веников, осуществлявший также общее руководство авторским коллективом и проводивший редакцию рукописи.

Работа над всеми главами и обсуждение их осуществлялось совместно авторским коллективом серии «Электрические системы».

ВВЕДЕНИЕ. МЕТОДЫ КИБЕРНЕТИКИ В БОЛЬШИХ СИСТЕМАХ ЭНЕРГЕТИКИ

§ В-1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЭНЕРГЕТИКИ

Говоря о значении методов кибернетики для анализа путей развития энергетики, для прогнозирования, планирования и управления ее функционированием, необходимо прежде всего остановиться на общей роли энергетики в развитии человеческого общества. Его технический и в значительной мере социальный прогресс связаны и определенным образом обусловлены той энергетической базой, той энергией, теми мощностями, которые человек научился получать и которые уже сейчас приближаются к мощности явлений природы, геофизических и космических явлений*. Однако получение огромных количеств энергии** сопровождается потерями ее, а также выбросом в воздух золы и различных вредных веществ, нарушением режима рек, озер и многими другими процессами, влияющими на биосферу и изменяющими ее, как правило, не в лучшую сторону.

Потребление энергии человеком непрерывно растет***. Если первобытный человек ежедневно расходовал энергии не более 2 тыс. кал (меньше 1 кВт·ч), то в настоящее время житель промышленно развитой страны расходует в сутки не меньше, а часто и больше, 200 тыс. кал или около 100 кВт·ч. Мировое потребление всех видов энергии за каждые 20 лет увеличивается более чем в

* Мощность всех стационарных электрических станций мира составляет более 1 млрд. кВт, что примерно соответствует мощности приливов на планете (1,5—1,75 млрд. кВт) и мощности, отвечающей термическим градиентам океана и земли (около 2 млрд. кВт), мощности постоянного испарения влаги с поверхности земли (0,5 млрд. кВт) и примерно 1/30 мощности самого большого урагана. Общая мощность всех энергетических установок, включая транспортные, сельскохозяйственные и др., составляет не менее 5—6 млрд. кВт.

** В 1972 г. все электростанции мира выработали более 5000 Твт·ч электроэнергии.

*** В 1970 г. в мире добывалось около 6 млрд. т условного топлива в год, что отвечает $42 \cdot 10^{15}$ ккал или $49 \cdot 10^{12}$ кВт·ч (49 тыс. Твт·ч). Это составляет примерно 0,6% от запасов топлива, в настоящее время разведанных на нашей планете, и несколько меньше 0,07% от предполагаемых запасов. За последние 25 лет было использовано значительно больше половины от общего количества топлива, израсходованного за все время существования человечества на нашей планете, т. е. примерно 50—70 млрд. т условного топлива.

2 раза, причем непрерывно растет доля электроэнергии в балансе потребления (в 4 раза каждые 20 лет). Непрерывно растут и капиталовложения в энергетику (до 1/3 всех вложений) и затраты труда на получение энергии. В настоящее время они превышают 60% от всех затрат труда в добывающей промышленности. В энергетике занято около 15% всего трудящегося населения, связанного в какой-то мере с получением, преобразованием и передачей энергии. Процесс этот сложен, взаимосвязан со многими другими процессами, определяющими состояние и развитие всех видов промышленности, транспорта, сельского хозяйства, и существенно воздействует на биосферу. Бесспорно и косвенное влияние энергетики на социальный прогресс, находящийся в определенной связи с энерговооруженностью*, т. е. количеством энергии, расходуемым в тех машинах, устройствах и приспособлениях, которые выполняют за человека тяжелую физическую работу. На основе роста производства электроэнергии и одновременно с совершенствованием методов ее использования появляется новая наука — электроавтоматика, начинают создаваться машины, заменяющие человека во многих нетворческих видах умственной работы. В этих условиях, когда не только физический, но и умственный труд получает энерговооруженность**, создаются предпосылки для применения методов кибернетики***. Таким образом, энерговооруженность всех видов деятельности человека, включая и энерговооруженность быта, яв-

* В настоящее время существует большой разрыв в культурном и экономическом уровне различных стран. Этому разрыву определенным образом соответствует обеспеченность энергией. В одних странах огромное количество электроэнергии тратится на рекламу, в других ею не обеспечены даже самые тяжелые производственные процессы и в энергетическом балансе немалую долю все еще продолжает играть мускульная сила животных и даже людей. Мощность электростанций всех стран мира оценивается сейчас огромной цифрой, превысившей 1 млрд. кВт. Однако размещение электростанций по странам и континентам крайне неравномерно: 43 страны, население которых составляет 30% населения земного шара, потребляют 90% всей электроэнергии, а другие страны с 70% населения — только 10%.

На долю примерно половины населения земли, проживающего в развивающихся странах, ныне приходится не более 7% электроэнергии от мирового потребления энергии, а потребление энергии и топлива на одного жителя в этих странах остается почти на уровне конца прошлого века. Эта неравномерность отражает те контрасты, которые имеются в капиталистическом обществе: меньшая часть живет обеспеченно, а большая — в нужде. Из каждых трех человек, родившихся на нашей планете, двум предстоит жить в нужде. И технический прогресс должен быть направлен на общий прогресс человечества. Соответственно велик и разрыв потребления энергии на душу населения между промышленно развитыми и развивающимися странами, оценивавшийся 15—18 лет тому назад соотношением 25 : 1, а теперь соотношением 36 : 1.

** По сравнению с 1913 г. энерговооруженность возросла в среднем более чем в 40 раз.

*** Под кибернетикой вообще, следуя определению, данному акад. А. И. Бергом, понимается наука о целенаправленном, оптимальном управлении сложными, развивающимися системами. Системы, имеющие такое управление, или требующие его, называются кибернетическими системами. Кибернетика расширяет возможности человека в отношении проводимых им теоретических и аналитических решений и их применения для практических задач так же, как машина расширяет возможности человеческих рук.

ляется достаточно яркой характеристикой степени развития общества, определяет и отражает не только его экономический, но, в определенной степени, и культурный уровень.

Получение электроэнергии в огромных, все увеличивающихся масштабах, передача, преобразование и распределение ее происходят не в одной установке и не в одном предприятии, а в целой цепочке-системе, начинающейся от шахт, где добывается топливо, и продолжающейся в транспорте различных видов, доставляющем топливо к котлам электростанций. В эту систему входят турбины, преобразовывающие энергию пара в механическую энергию, которая затем в генераторах преобразовывается в электрическую.

Указывая на роль энергетики в человеческом обществе, необходимо подчеркнуть*, что значение энергетики и электрификации как основы научно-технического прогресса народного хозяйства и их социальную роль впервые оценил В. И. Ленин. По его инициативе в самый начальный период создания Советского государства был разработан план ГОЭЛРО, который стал первым в мире научно обоснованным единым планом хозяйственного развития страны на базе ее электрификации. В этом плане четко сформулированы основы технической политики развития топливно-энергетического хозяйства страны и ее электроэнергетики. В плане ГОЭЛРО была намечена стратегия развития электроэнергетики, определенная концентрацией производства электроэнергии и централизацией ее распределения путем образования мощных электроэнергетических систем. Одновременно в плане ГОЭЛРО была сформулирована идея единства топливно-энергетического хозяйства страны и его органических связей с народным хозяйством. Конечно, количественное развитие энергетики в период разработки плана ГОЭЛРО (производство электроэнергии в размере 8,8 млрд. кВт·ч при общем топливно-энергетическом балансе страны менее 100 млн. т условного топлива) несоизмеримо с достигнутым в настоящее время уровнем развития. С этим уровнем связано много новых сложных научных и научно-технических проблем. Решаются они на совершенно новой технической основе, которую в период создания Ленинской концепции электрификации нельзя было даже предвидеть. Но большое значение этой концепции состоит в том, что в ней определена ведущая роль электрификации в развитии народного хозяйства и высказаны основные идеи развития энергетики, являющиеся определяющими и поныне.

План ГОЭЛРО, составленный виднейшими учеными и инженерами того периода под руководством Г. М. Кржижановского, явился конкретизацией идей В. И. Ленина, который писал: «Никакого другого единого хозяйственного плана, кроме выработанного уже «ГОЭЛРО», нет и быть не может»**.

* В. А. Веников, Л. А. Мелентьев. О некоторых современных проблемах энергетики в свете Ленинских идей ГОЭЛРО. Изв. АН СССР. «Энергетика и транспорт», 1970, № 2.

** В. И. Ленин, Полн. собр. соч., т. 42, стр. 345.

Идеи, заложенные в плане ГОЭЛРО, и в новых условиях быстрого развития энергетики, стимулированного общим прогрессом нашей страны и научно-технической революцией, по-прежнему являются теоретической основой электрификации как нашей страны, так и других стран социализма. Так же как в плане ГОЭЛРО, сейчас предусматривается деление страны на большие экономические районы, с учетом их природных сырьевых, энергетических ресурсов и специфических национальных условий. Районные системы объединяются далее в объединенные системы (ОЭС). Реализация плана ГОЭЛРО явилась мощным средством подъема экономики и культуры на окраинах нашей страны, отсталых и глухих в условиях царской России. В настоящее время также происходит органическая увязка интересов отдельных республик, республиканских и районных планов дальнейшего развития экономики и культуры в едином народнохозяйственном плане с тем, чтобы осуществлять наиболее рациональное распределение труда и кооперирование районов с учетом естественных ресурсов и экономических условий. Одним из решающих факторов выполнения плана электрификации страны план ГОЭЛРО предусматривал повышение производительности труда. Увеличение числа рабочих планировалось на 20% при увеличении потребления топлива в промышленности на 40% и возрастании электроэнергетической мощности в промышленности не менее чем на 70%. В этих условиях все промышленное производство почти удвоилось по сравнению с дореволюционным уровнем (1913 г.). Эта задача повышения производительности труда очень актуальна и в наше время.

План ГОЭЛРО по праву называется Ленинским Планом не только потому, что В. И. Ленин был его инициатором и вдохновителем, но главным образом потому, что в этом плане были воплощены ленинские идеи о создании социалистической индустриализации, смысл и значение которой заключается не просто в развитии промышленности, а в создании материально-технической базы социализма для решения социальных и политических задач.

Уже в своих самых ранних работах В. И. Ленин с особым вниманием останавливался на вопросе о применении электроэнергии в разных областях народного хозяйства и подчеркивал ряд преимуществ электричества. Еще задолго до Октябрьской революции он высказал и обосновал соображение о том, что электричеству в сельском хозяйстве суждено сыграть еще более крупную роль, чем пару*. Давая характеристику электроэнергии, В. И. Ленин подчеркивал ее основные преимущества как в экономическом и техническом отношениях, так и в отношении социального прогресса и указывал, что электрификация является одним из могучих факторов для уничтожения противоположности между городом и деревней. Подчеркивая связь научно-технического и социального прогресса, Ленин указывал, что теперь создаются возможности для того, чтобы сокровищами науки и искусства, веками скопленными в немногих

* В. И. Ленин, Полн. собр. соч., т. 42, стр. 30—31.

центрах, пользовалось все население, размещенное более или менее равномерно по всей стране*.

Развитие электрификации В. И. Ленин связывал с построением крупной индустрии, основывая его на научно-марксистском исследовании всех производительных сил, т. е. осуществляя тот подход, который спустя много лет и зачастую с меньшим общим теоретическим обоснованием стали называть системным подходом. Именно синтез теоретических исследований и практической их реализации был положен в основу учения об электрификации как о материально-технической базе коммунизма. На этом учении базируется и современная деятельность энергетиков стран социализма, дополняющих и развивающих его в свете достижений научно-технического прогресса.

Электроэнергетические системы развиваются и будут развиваться в соответствии с заложенными в плане ГОЭЛРО и действующими по настоящее время идеями, которые предусматривают следующее:

1) наиболее экономичное использование топлива при объединении для совместной параллельной работы различных тепловых станций и гидростанций. Эти объединения в то время носили название «кустования электрических станций». Создание объединений было в значительной мере более передовым, чем подход к техническому развитию электроэнергетических систем в США и на Западе, причем идеи этого подхода получили дальнейшее углубление и развитие;

2) параллельную работу станций различных типов, обеспечивающую наивыгоднейшие режимы работы системы;

3) широкое использование на электростанциях относительно низкокачественных (в период плана ГОЭЛРО — «местных») топливных ресурсов и одновременно развитие централизованного теплоснабжения;

4) широкое использование водных ресурсов путем строительства мощных гидроэлектрических станций и создание электроэнергетической базы на основе использования водной энергии в районах, не обеспеченных топливом;

5) создание высоковольтных электрических сетей, объединяющих мощные станции для параллельной работы, что дает возможность увеличивать долю выработки электроэнергии на дешевых местных энергетических топливах с низкой калорийностью, перевозка которых была бы слишком дорога;

6) строительство новых конденсационных электростанций, по возможности удаленных от крупных городов, с тем чтобы не увеличивать загрязнения воздуха и избегать необходимости подвоза топлива, вывоза шлака и т. д.;

7) увеличение надежности и производительности работы электростанций объединенной электроэнергетической системы.

Дальнейшее претворение в жизнь Ленинских предначертаний в развитии плана ГОЭЛРО происходит согласно решениям XXIV съезда КПСС в наше время. В девятой пятилетке должна проводиться дальнейшая электрификация страны. К 1975 г. производство электроэнергии должно достигнуть 1065 квт·ч, что вдвое превысит уровень выработки электроэнергии в 1965 г. Мощность электростанций Советского Союза возрастет на 65—67 млн. квт главным образом за счет строительства тепловых электростанций с установкой на них крупных энергетических блоков. Таким образом, мощность электростанций СССР к концу девятой пятилетки составит 231—233 квт. Характерно, что энергетические мощности в 1971—1975 гг. будут расти быстрее по сравнению с восьмой пятилеткой более чем в 1,5 раза. На рис. В-1 показаны темпы роста выработки электро-

* В. И. Ленин. Полн. собр. соч., т. 42, стр. 158—160.

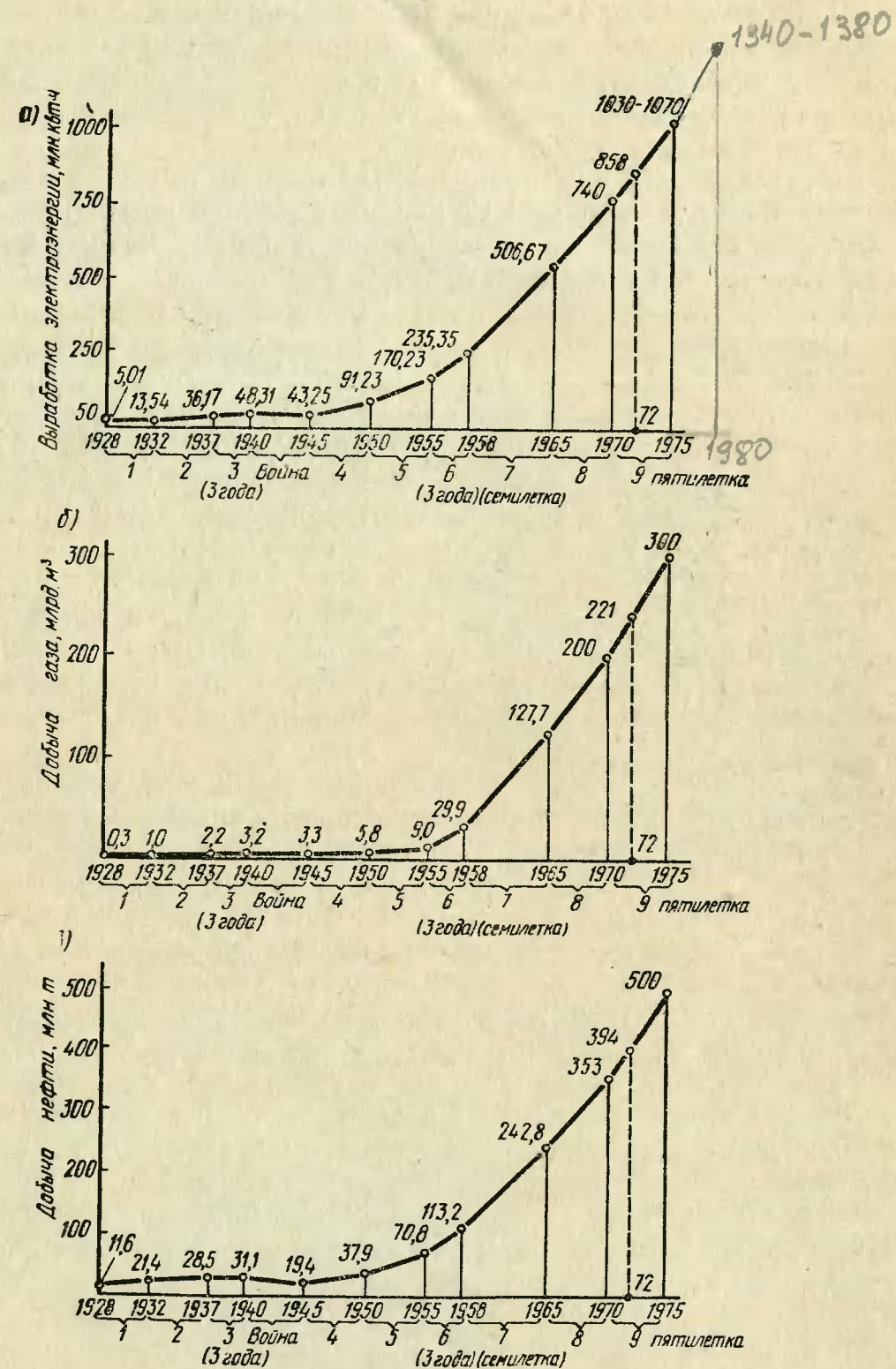


Рис. В-1

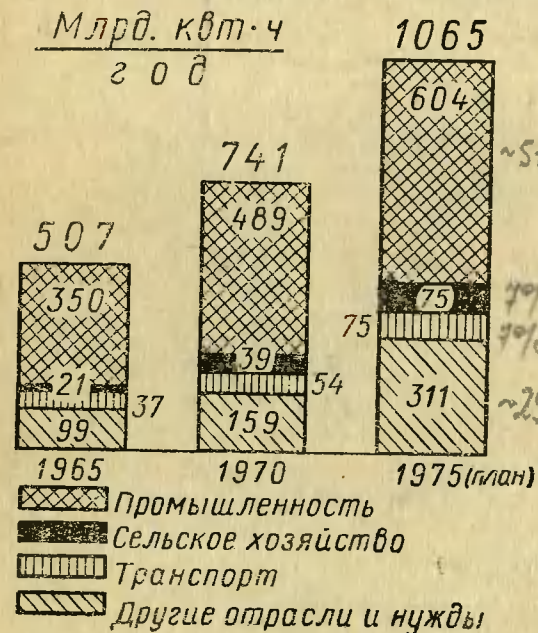
* Мат-лы 25 съезда КПСС:

В десятой пятилетке (1975-1980) ввести в действие 67-70 млн. квт установленной мощности, в том числе на новых станциях 13-15 млн квт

энергии (рис. В-1, а), добычи газа (рис. В-1, б) и нефти (рис. В-1, в).

Планируется значительное развитие атомной энергетики путем строительства крупных электростанций с установкой реакторов единичной мощностью в 1 млн. кВт и выше. В действии на атомных электростанциях войдут энергетические мощности в размере 6—8 млн. кВт.

Значительный шаг вперед будет сделан для создания Единой энергетической системы СССР. Протяженность воздушных электросетей напряжением 35 кВт и выше к концу пятилетки составит 603 тыс. км против 446 тыс. км в 1970 г. и 124 тыс. км в 1960 г.



Баланс электроэнергии, показанный на рис. В-2, позволяет видеть, как будет возрастать потребление электроэнергии всеми отраслями народного хозяйства. Крупнейшим потребителем электроэнергии конечно является промышленность, но большое внимание уделяется и электрификации сельского хозяйства. Так, в 1970 г. электроэнергией пользовались 99,8% всех колхозов и совхозов страны. Сельское хозяйство страны получило за этот год 38,5 млрд. кВт·ч электроэнергии от государственных энергосистем. За девятую пятилетку потребление электроэнергии в сельском хозяйстве (включая отпуск ее на нужды сельского населения) возрастет почти вдвое. Существенно

возрастет также потребление электроэнергии железнодорожным транспортом. К концу пятилетки будет электрифицировано около 40 тыс. км железных дорог, что составит 28% от общей их протяженности при потреблении 75 млрд. кВт·ч (см. рис. В-2).

Качественные показатели электроэнергетического хозяйства будут повышаться не только за счет ввода новых энергетических мощностей, но и за счет систематического улучшения технико-экономических показателей работы энергетического оборудования. Намечается, например, снизить удельный расход топлива на электростанциях в 1975 г. до 340—342 г на каждый киловатт-час отпущенной электроэнергии. Иначе говоря, снижение удельного расхода условного топлива на 24—26 г в расчете на 1 кВт·ч отпущенной электроэнергии позволит в масштабе страны добиться в девятой пятилетке экономии топлива в 50 млн. т.

Производительность труда в электроэнергетике возрастет за пятилетие в 1,4 раза. Если же сохранить производительность труда в электроэнергетике прежней, то для выполнения намеченной про-

граммы на 1975 г. по производству электрической и тепловой энергии потребуется увеличить промышленно-производственный персонал только по Минэнерго СССР на 232 тыс. человек. Предусмотренный же рост производительности труда, который будет осуществляться за счет технического прогресса, должен привести к увеличению персонала не более чем на 25 тыс. человек.

Переход к новому, более совершенному этапу развития электроэнергетики стал возможен благодаря результатам, достигнутым в предыдущей, восьмой пятилетке. За период 1966—1972 гг. выработка электроэнергии возросла с 507 до 858 млрд. кВт·ч в год, а мощность всех электростанций страны на 1 января 1972 г. составила 178,3 млн. кВт. Согласно решениям XXIV съезда КПСС будут продолжаться работы по созданию Единой энергетической системы европейской части страны, мощность которой достигнет 110 млн. кВт. В нее войдут 53 энергосистемы европейской части СССР и Урала. Это — самая крупная в мире энергосистема, управляемая из единого оперативного центра. В девятой пятилетке мощность этой энергосистемы возрастет до 153 млн. кВт (увеличится на 46%). Что касается объединенной энергосистемы Сибири, то ее мощность, составлявшая к началу 1971 г. 22,8 млн. кВт, в 1975 г. достигнет 29,1 млн. кВт (увеличится на 28%).

В настоящее время оперативное диспетчерское управление осуществляют более одной тысячи непрерывно действующих диспетчерских пунктов, находящихся на разных уровнях иерархической централизованной системы. Для передачи оперативной и, в меньшей степени, хозяйственной информации Минэнерго эксплуатирует разветвленную сеть каналов связи, включая 800 тыс. каналов, действующих по линиям электропередачи, 200 радиорелейных станций, более 20 000 ультракоротковолновых и коротковолновых радиостанций.

Располагая относительно небольшим количеством ЦВМ, действующих на разных уровнях диспетчерского управления, и текущей информацией, можно решать задачи экономического распределения нагрузок между всеми основными электростанциями ЕЭС.

По плану развития объединенной автоматической системы управления (ОАСУ) будут создаваться взаимосвязанные управляющие вычислительные центры: один главный и 11 зональных. Они будут вводиться в эксплуатацию уже в текущей пятилетке.

Ленинская концепция электрификации осталась и теперь основой создания в СССР энергетической науки. Эта наука создавалась и развивалась акад. Г. М. Кржижановским и его научной школой как в общенергетическом, так в электроэнергетическом и теплоэнергетическом направлениях. Достижения энергетики СССР основаны на успехах науки и планомерном внедрении ее результатов в практику. Одна из особенностей отечественной энергетической науки заключается в постоянном развитии идеи о единстве энергетического (топливно-энергетического) хозяйства страны — от энергетических ресурсов до приемников энергии включительно, также заложенной в плане ГОЭЛРО. Именно

12 * К 1980 году - снизить расход топлива
до 325-328 г (материал 25 съезда)

тогда еще возник так называемый комплексно-энергетический метод исследования, получивший далее широкое применение в теории и практике энергетики. Этот комплексно-энергетический метод исследования в конце 50-х и начале 60-х годов, получивший свое новое выражение на основе методов кибернетики, четко оформился как системный подход к изучению проблем энергетики.

Энергетическая наука получила новое качественное развитие с помощью методов кардинальных наук — кибернетики и теории больших систем*. Это развитие обусловлено появлением вычислительных машин, развитием кибернетики как науки и широким распространением методов вычислительной математики. Научные и практические работы по оптимизации и управлению большими системами в энергетике к началу 60-х годов стали необходимыми с точки зрения тех неотложных задач, которые настоятельно выдвинуло развитие энергетики. Именно в это время началось формирование такой уникально большой системы как общенергетическая система страны (охватывающей основные элементы и связи ее единого топливно-энергетического баланса), которое происходит на базе все усиливающихся топливно-энергетических связей и взаимозаменяемости различных видов энергии и энергетических ресурсов.

Объединенные электроэнергетические системы в последние десятилетия стали перерастать в национальные Единые энергетические системы, включающие не только электроснабжающие системы, но и Единые теплоснабжающие, газоснабжающие, нефтеснабжающие системы, связи которых со всеми отраслями народного хозяйства усиливаются. Эти взаимосвязанные большие системы, иерархическая структура которых показана на рис. В-3**, развиваются и усложняются. Дальнейшее развитие приводит к превращению отдельных больших подсистем в органически единую большую систему управления. Требования надежности, предъявляемые ко всем составляющим этой системы, особенно к электроэнергетическим и газоснабжающим, все усиливаются, заставляя рассматривать как единое целое проблему выбора наилучшей структуры систем при их проектировании и проблемы оперативно-диспетчерского управления.

* Под большой системой мы понимаем систему, состоящую из отдельных подсистем, имеющих глубокие обратные связи, не позволяющие рассматривать эти системы по «отдельности», поскольку свойства большой системы решающим образом определяются взаимодействием подсистем. Энергетика, таким образом, является большой искусственной (созданной человеком) системой кибернетического типа (определение кибернетики было дано выше, см. стр. 8).

** Приведенная на рис. В-3 иерархическая схема (верхняя часть) предложена акад. Л. А. Мелентьевым. На схеме показаны вертикальные и горизонтальные связи. Введены сокращения: ЕЭСС — Единая электроэнергетическая система; ЕГСС — Единая газоснабжающая система; ЕНСС — Единая нефтеснабжающая система; ЕУСС — Единая система углеснабжения.

Условно приняты обозначения:

— — — — — общенергетические связи;
 — — — — — связи по электроэнергии;
 — — — — — связи по нефти и нефтепродуктам;
 — — — — — связи по углю;
 связи по природному газу.

Таким образом, в формировании и развитии систем энергетики находят свое отражение ленинские концепции электрификации. Эти концепции направлены не только на совершенствование способов производства и распределения электроэнергии, но и на постоянное развитие электрификации, оптимальные уровни которой расширяются по мере общего развития научно-технического прогресса. Следовательно, во всех мероприятиях по развитию электроэнергетиче-

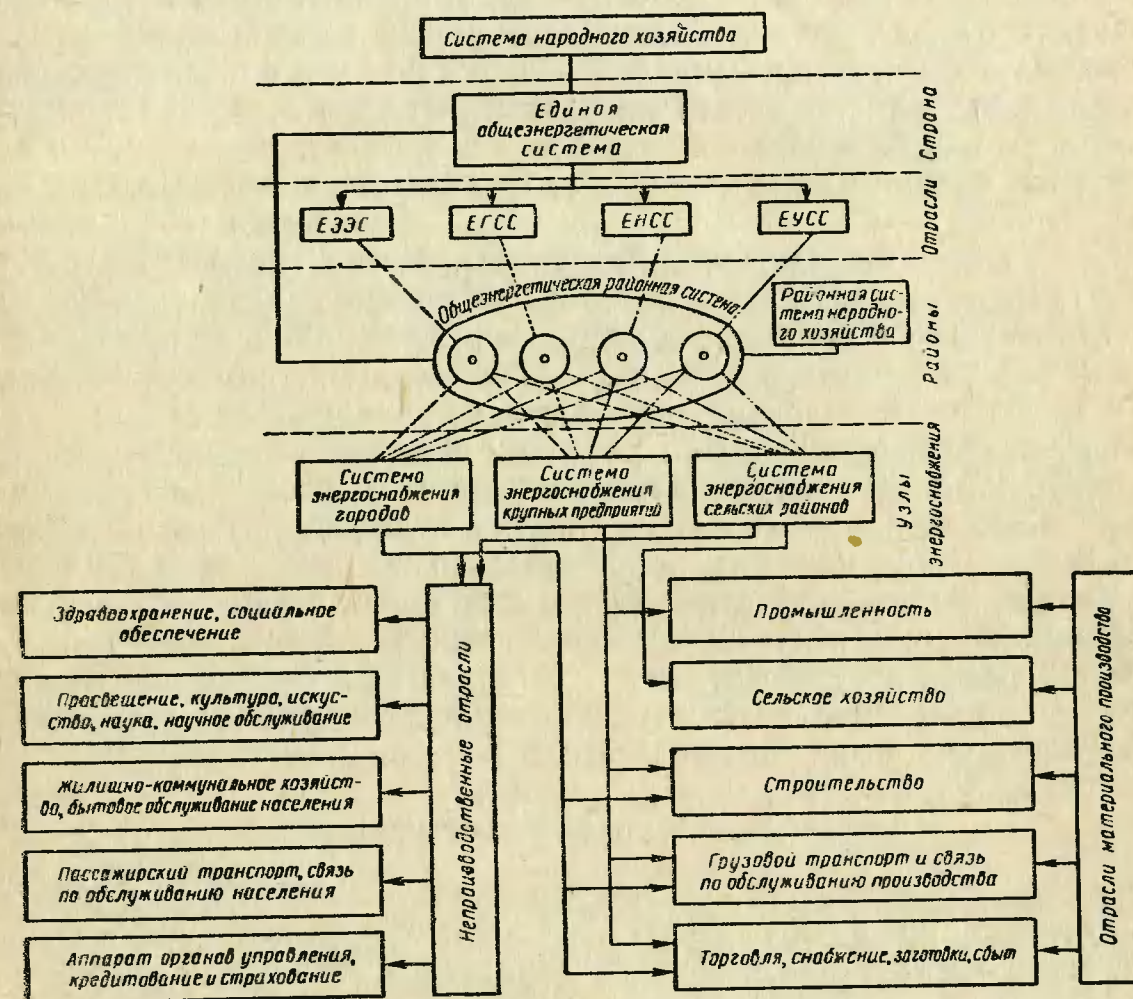


Рис. В-3

ских систем очень важно научно обосновать будущие потребности народного хозяйства в электроэнергии, т. е. прогнозировать развитие, объективно выявить соотношение фактически достигнутых и оптимальных уровней электрификации.

В настоящее время потребности народного хозяйства могут удовлетворяться различными видами энергии и энергетических ресурсов. Поэтому выявление оптимальных уровней электрификации во многом определяет необходимый расход в народном хозяйстве природного газа, нефтепродуктов, угля, а также развитие централизованного теплоснабжения и т. п., являясь таким образом очень важной комплексной научной и практической проблемой. Решение этой проблемы определяет развитие основных типов больших

систем в энергетике; однако решения могут быть обоснованными лишь при правильном учете как народнохозяйственного эффекта, так и дополнительного потребительского эффекта, получаемого от электрификации.

В первом периоде развития электрификация преимущественно охватывала стационарные (двигательные, силовые) и осветительные установки в народном хозяйстве и быту; следующий этап (примерно с 40-х годов) характеризовался все усиливающимся применением электроэнергии для высокотемпературных и химических технологических процессов промышленности, все более и более существенным использованием электроэнергии в быту и в железнодорожном транспорте. Для последней четверти XX в. будет, по-видимому, характерно большее применение электроэнергии в новых для нее и весьма энергоемких областях: для целей отопления и кондиционирования воздуха и для нужд транспортной энергетике (электромобили). Все это указывает на характерную тенденцию возрастания электроэнергии в общем расходе энергии в народном хозяйстве ($\sim 3\%$ в 20-х годах и 15% в настоящее время; можно ожидать 40% к 2000 г.), развитие производства электроэнергии темпом большим, чем средние темпы развития народного хозяйства. Можно предвидеть, что в перспективе ближайших 40—50 лет электроэнергия станет основным видом энергии, используемым в народном хозяйстве. Таким образом, проблема оптимального развития и управления электроэнергетическими системами страны становится одной из ведущих в научном и практическом отношении и именно поэтому наука об управлении — кибернетика — здесь приобретает особое значение. Рассмотрению некоторых проблем этой науки применительно к задачам энергетике посвящена настоящая книга.

§ В-2. РАЗВИТИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Пользуясь далее понятием энергосистемы, следует отметить, что под электроэнергетической системой понимается электрическая часть объединения электрических станций, взаимосвязанных через электрические сети и центры потребления электрической энергии в единый производственный комплекс. В результате объединения нескольких отдельных энергосистем создается объединенная энергосистема. Объединение отдельных энергосистем, охватывающее значительную часть территории страны или всю ее территорию, называется *единой энергосистемой** (рис. В-3).

Структура энергосистемы, т. е. состав установленной мощности энергосистемы, различаемой по типам входящих в систему электростанций (тепловые конденсационные станции, теплоэлектроцентрали, гидроэлектростанции, атомные электростанции и др.), может быть различной.

* См. под ред. В. А. Веникова. Электрические системы. Т. 1. «Высшая школа», 1970; И. М. Маркович. Режимы энергетических систем. «Энергия», 1969.

Конфигурация энергосистемы и ее коммутация также могут быть различными, причем под конфигурацией понимается схематически представленное взаимное расположение входящих в энергосистему электростанций и основных электрических сетей, а под коммутацией — схематическое представление связей между электростанциями энергосистемы и центрами потребления электрической энергии.

Отдельные энергосистемы соединены между собой в электрических частях межсистемными связями, служащими для взаимного обмена мощностью.

Подстанции, входящие в электрическую систему, являются установками, предназначенными для преобразования электрической энергии. Различают подстанции, служащие для повышения подводимого напряжения (повысительные), и подстанции, служащие для понижения подводимого к ним напряжения (понижительные).

Под *электрическими сетями* понимают устройства, предназначенные для распределения электрической энергии. Они состоят из электрических линий, подстанций, распределительных и переключающих пунктов, связывающих источники электрической энергии, и ее потребителей. Различают *районные электрические сети*, предназначенные для распределения электрической энергии по территории района, *магистральные электрические сети*, осуществляющие связи между электрическими станциями и подстанциями, *распределительные электрические сети*, т. е. части районных электрических сетей, передающие электрическую энергию к местам потребления и могущие в любом месте иметь присоединение приемников энергии. Электрические сети разделяются также на питающие, к которым приемники энергии непосредственно не присоединяются; распределительные (городские и промышленные), предназначенные для электроснабжения городов, промышленных предприятий и сельских местностей.

Под *режимом работы* энергосистемы понимается совокупность процессов, определяющих в любой момент времени состояние параметров режима. Под *параметрами режима* понимаются показатели, характеризующие режим системы и условия ее работы: мощности, напряжения, токи, частоты и т. д.

Сама система, как материальное сооружение, характеризуется *параметрами системы*, т. е. показателями, зависящими от свойств оборудования системы, ее конфигурации и определяющими те величины коэффициентов, с помощью которых устанавливается взаимозависимость параметров режима.

Различают установившийся и переходный режимы работы энергосистемы. При установившемся режиме энергосистемы параметры практически неизменны. В переходном режиме эти параметры изменяются. Различают нормальный режим энергосистемы, т. е. работу в нормальных условиях при нормальных показателях качества энергии и отсутствии аварий; аварийный режим, т. е. работу энергосистемы при возникновении аварий или при показателях качества ее, отличных от нормальных; после-

аварийный режим, т. е. состояние после устранения аварийных условий.

Энергетические системы состоят из отдельных подсистем, к которым относятся: электрические системы, топливные системы, системы электроснабжения потребителей, газовые системы, которые в свою очередь могут быть объединенными, системы углеснабжения, нефтеснабжения, снабжения ядерным топливом и т. д. (см. рис. В-3).

Энергетические системы характеризуются глобальностью, т. е. охватом обширных территорий страны, а иногда и групп стран. Этим объясняются их большие размеры и крайне сложные связи, при которых количественные признаки систем придают им особые качества.

Для энергетических систем характерна также непрерывность протекания во времени процессов производства и потребления и органическая взаимосвязанность между собой, так как, во-первых, вырабатываемая ими продукция широко взаимозаменяема, а, во-вторых, продукция одних систем используется в качестве источника энергии для других.

Энергетические системы играют большую роль в народном хозяйстве и техническом прогрессе, оказывая свое влияние по меньшей мере в двух важнейших направлениях. Так, с одной стороны, темпы их развития зависят от роста потребления энергии и от тех материальных и трудовых ресурсов, которые может выделять народное хозяйство для развития энергетики. С другой стороны, энергетика, и особенно электрификация, сами по себе активно определяют направление технического прогресса, развития и размещения производительных сил.

Все эти факторы, относящиеся к числу внешних связей энергосистем с народным хозяйством, могут изучаться и учитываться при создании теории и методов управления энергетическими системами как большими системами. Энергетические системы, как большие системы, могут рассматриваться в физико-техническом аспекте, т. е. с точки зрения изучения их основных материальных связей, электрических сетей, газовых сетей, трубопроводных сетей. Они могут рассматриваться также в преимущественно экономическом аспекте, когда материальные связи характеризуются в значительной мере лишь чисто информационными признаками. Физико-технический аспект наиболее ярко проявляется при решении задач оперативного управления технологическими процессами систем, а экономический аспект — при управлении развитием систем. Физико-технические и экономические свойства, разумеется, тесно связаны между собой, что весьма характерно для энергетических систем.

Центральной проблемой управления развитием и работой энергетических систем является создание соответствующих методов. При этом разрабатываются следующие средства управления: 1) модели, с помощью которых изучаются и совершенствуются функции управления; эти модели могут быть трех видов: физиче-

ские, аналоговые и математические. Реализация моделей происходит в основном с помощью цифровых вычислительных машин; 2) электронные автоматические средства, использование которых обеспечивает управление технологическими процессами, а также получение, переработку и передачу информации; 3) организационные, т. е. экономические, административные и моральные, методы и средства управления, направленные на организацию трудовых коллективов, участвующих в функционировании и управлении системой.

Рационально построенное управление энергетической системой, как совокупностью больших систем, в значительной мере сводится к отысканию оптимальных сочетаний в различных иерархических (технологических, территориальных) и временных аспектах для указанных трех групп средств управления. При этом надо иметь в виду, что большие искусственные системы активно взаимодействуют с окружающей средой.

Следовательно, непрерывный процесс функционирования (развития) большой системы осуществляется как комплекс определенного сочетания действий человека, машины и обратных связей. Управляющая система должна в полной мере учитывать эту особенность природы управляемой энергетической системы.

В объединенной энергетической системе, содержащей основные элементы и связи топливно-энергетического хозяйства, можно выделить в качестве подсистем: единую газоснабжающую систему, единую нефтеснабжающую систему, единую систему углеснабжения, единую систему снабжения ядерным горючим. Иногда эта классификация строится несколько иначе, при этом рассматриваются единые электроэнергетическая, газоснабжающая, нефтеснабжающая и углеснабжающая системы, как самостоятельные взаимосвязанные большие системы, подразделяющиеся по территориальному признаку и образующие единую совокупность иерархически построенных и частично автономно функционирующих больших систем*.

Управление системами приходится рассматривать в трех основных направлениях: 1) оперативное (диспетчерское) управление для отдельных суток и сезонов года. У разных систем оно существенно отличается временем протекания переходных процессов (от долей секунды в электроэнергетической системе до нескольких минут и даже часов в системах тепло- и газоснабжения); 2) хозяйственное управление в течение года; 3) управление развитием систем на длительный многолетний срок, которое можно разделить на управление за 5-летний, 10—15-летний и 20—25-летний отрезки времени (прогнозирование развития). У всех этих трех направлений выявляются три признака — технологический, территориальный и временной, характеризующие систему как объект управления.

* Подробнее см. Л. А. Мелентьев. О формировании теории управления большими системами. Изв. АН СССР. «Энергетика и транспорт», 1969, № 4.

Объединенные энергетические системы имеют внешние связи с народным хозяйством. Эти связи состоят из 1) собственно внешних энергетических связей, характеризующих потребление народным хозяйством различных видов энергии, энергоносителей и получаемого от этого народным хозяйством так называемого неэнергетического эффекта; 2) материальных, трудовых и экономических внешних связей, характеризующих потребности топливно-энергетического хозяйства в оборудовании, сырье, материалах, рабочей силе, капиталовложениях и ежегодном финансировании текущей деятельности. Внешние связи топливно-энергетического хозяйства с народным хозяйством практически задаются в довольно произвольно принимаемых диапазонах. Выбор тех или иных количественных значений этих внешних связей содержит, как правило, большие погрешности, поэтому уточнения, достигаемые при последующей оптимизации развития собственно энергетики, могут приводить к неоптимальным условиям для народного хозяйства в целом (например, если при оптимизации режимов гидростанций учитывать лишь энергетический эффект и наиболее точно определять его, но не учитывать, что оптимальный режим гидростанций может быть не оптимален для других водопользователей, то легко получить большие народнохозяйственные убытки).

Понятие "большие системы" см. на стр. 24.
Энергетические и электроэнергетические системы, как большие системы, обладают определенными свойствами:

- 1) развитием во времени в пределах заданных ограничений, в основном задаваемых внешними связями системы;
- 2) множественностью нелинейных зависимостей; этим подчеркивается массовость и принципиальная нелинейность основных связей системы;
- 3) вероятностным характером изменения параметров и воздействий в том смысле, что последующее состояние системы нельзя однозначно определить из ее предыдущего состояния, что является следствием точно не определяемого поведения людей в функционировании системы, а также влиянием случайных возмущений;
- 4) саморегулируемостью в смысле активного действия при изменении как внешних (адаптация), так и внутренних воздействий;
- 5) наличием механизма обратных связей, через которые в значительной мере осуществляется саморегулируемость системы;
- 6) надежностью функционирования, проявляющейся, в частности, через избыточность связей и элементов.

Необходимо отличать понятие свойств реальных больших искусственных систем, как объектов управления, от понятия цели и задач управления ими.

Общей целью управления большими искусственными системами является достижение наивыгоднейшего значения критерия эффективности, совмещаемого с заданными ограничениями*. Для достижения общей цели управления необходимо решать два различных, но взаимосвязанных класса задач:

- 1) операционные задачи, основными из которых являются:

а) выбор наивыгоднейшей структуры системы, определяющей средства, методы и организационные формы управления ею;

б) планирование функционирования (развития) системы на различных интервалах времени (включая выбор наиболее рациональных отрезков);

в) анализ условий функционирования (развития) системы в этих временных интервалах;

г) корректировка планов развития системы по результатам анализа;

2) функциональные задачи — это в основном задачи реализации планов и стратегии, выработанных при решении операционных задач. Решение функциональных задач предполагает выявление необходимой информации, ее передачу и переработку, анализ возникающих возмущений, формирование воздействий, направленных на устранение намечающихся отклонений.

Методы и средства решения операционных и функциональных задач и сами задачи, с одной стороны, взаимосвязаны, а с другой — существенно отличны для различных типов больших искусственных систем, между отдельными частями которых имеются электрические, электромагнитные, механические и информационные связи. Так, например, все элементы электрической сети одной ступени напряжения связаны электрически; сети различных номинальных напряжений имеют электромагнитную связь через трансформаторы; точно так же электромагнитно связаны статоры и роторы генераторов и электродвигателей; первичные двигатели с генераторами, а также электродвигатели с машинами-орудиями связаны механически; котлы с турбинами связаны паропроводами; водохранилища с гидротурбинами — водоподводящими каналами. Через все эти связи передается энергия в том или ином виде.

Развитие энергетики в форме энергетических систем позволяет не только получить экономические выгоды, но и увеличить надежность работы и бесперебойность электроснабжения, облегчая создание резервов мощности (отходящие газы металлургии, энергия солнца и ветра), которые вообще могут быть использованы только в энергетической системе.

Комплексное производство различных видов энергии, т. е. электрической, тепловой и других, также значительно облегчается при создании энергетических систем.

Подчеркнем некоторые важные особенности электроэнергетических систем*, существенные для их характеристик и управления ими:

- 1) одновременность процессов производства, распределения и потребления электрической энергии приводит к тому, что нельзя произвести электроэнергию, не имея потребителей для нее: выработка электроэнергии жестко определяется ее потреблением, и наоборот. Заметим, что преобразование и передача энергии

* По И. М. Марковичу. Режимы энергетических систем. «Энергия», 1969.

* Подробнее см. Сб. «Техническая кибернетика в СССР». «Наука», 1968.

происходит во всех элементах системы с потерями энергии, которые следует учитывать.

Эта особенность приводит к следующим характерным для электроэнергетических систем положениям:

а) снижение выработки энергии на электрических станциях против требуемого значения (из-за ремонта оборудования, аварий и других причин) приводит к снижению количества энергии, отпускаемой потребителям, если нет источников, способных компенсировать это снижение (резерва мощности);

б) временное снижение потребления энергии из-за ремонта оборудования потребителей, аварий и других причин при отсутствии в системе потребителей регуляторов не дает возможности полностью использовать оборудование электрических станций в этот период времени;

в) небаланс между суммарной мощностью, генерируемой на электрических станциях, и суммарной мощностью, потребляемой в системе, не может существовать. При снижении мощности, генерируемой на электрических станциях, одновременно автоматически снижается потребляемая мощность, и наоборот; при этом может изменяться качество электрической энергии;

2) быстрота протекания переходных процессов в электрической системе требует обязательного применения специальных автоматических устройств. Эти устройства, часто быстродействующие, должны обеспечить надлежащее протекание переходных процессов в системе;

3) связь энергетических систем со всеми отраслями народного хозяйства предопределяет необходимость своевременного развития энергетических систем. Рост энергетических систем должен обязательно опережать рост потребления энергии, иначе создание нужных резервов в энергосистемах окажется невозможным.

Энергетические системы различаются по виду используемых энергетических ресурсов и по взаимному географическому расположению источников энергетических ресурсов, электрических станций и потребителей энергии.

По виду используемых энергетических ресурсов и, следовательно, по типу электростанций в настоящее время различаются энергетические системы:

а) с тепловыми электростанциями, использующими энергию топлива (включая атомное топливо);

б) с гидроэлектростанциями, использующими гидроэнергию;

в) с тепловыми электростанциями и гидроэлектростанциями смешанного типа.

По составу потребителей энергии энергетические системы разделяются на системы, снабжающие главным образом энергией:

- а) потребителей с осветительной и бытовой нагрузкой;
- б) электродвигатели промышленных предприятий;
- в) электротягу;
- г) электропечи;

д) потребителей смешанного типа.

По характеру взаимного географического расположения электрических станций и центров нагрузок можно различать энергетические системы:

а) концентрированные, характеризуемые отсутствием дальних передач энергии вследствие относительной близости электрических станций к центрам нагрузок, например, энергетические системы или энергокомбинаты отдельных крупных городов;

б) протяженные, характеризуемые наличием дальних передач энергии и сильно развитых сетей в связи с удаленностью источников энергетических ресурсов и располагаемых вблизи них электрических станций от центров нагрузок, а также с необходимостью передачи энергии в центры ее потребления по сетям относительно большой протяженности.

Объединение энергетических систем осуществляется при помощи межсистемных электрических связей в виде одиночных или многоцепных линий электропередачи. Основные преимущества объединения современных энергетических систем таковы:

а) уменьшение величины суммарного резерва мощности;

б) улучшение использования мощности и энергии гидростанций одной или нескольких энергетических систем и повышение их экономичности в целом;

в) уменьшение суммарного максимума нагрузки объединяемых энергетических систем;

г) взаимопомощь систем в случае неодинаковых сезонных изменений мощности электростанций и, в частности, гидростанций;

д) взаимопомощь систем в случае неодинаковых сезонных изменений нагрузки;

е) взаимопомощь систем в проведении ремонтов и при авариях.

По мере роста объединений энергетических систем увеличиваются экономические преимущества соединения их в Единую энергетическую систему, обеспечивающую энергией обширные части территории страны*. Наряду с указанными выше экономическими преимуществами, возникающими при объединении смежных или взаимно близких энергетических систем, создание ЕЭС имеет дополнительные преимущества:

а) наличие «долготного» эффекта, возникающего при соединении энергетических систем или объединений, удаленных по длине; в этом случае часы максимумов нагрузки смещены по времени, что значительно снижает суммарный совмещенный максимум и уменьшает затраты на сооружение электростанций; при этом потоки мощности по межсистемным связям сильно изменяются в часы максимума и могут даже изменить направление, так как по этим связям обеспечивается взаимная помощь энергетических систем в моменты прохождения в них максимумов нагрузки;

б) наличие «широтного» эффекта, возникающего при соединении энергетических систем, удаленных по широте; длительность

* См. сноску на стр. 21.

часов максимума нагрузки у разных энергетических систем может быть различной, в связи с чем целесообразна помощь со стороны системы с меньшей длительностью максимума другим системам;

в) возможность присоединения промежуточных энергетических систем и дешевого развития электрификации промежуточных районов.

Важнейшими проблемами создания ЕЭС являются, во-первых, комплексная автоматизация управления отдельными электростанциями, электросетями, энергосистемами и их объединениями в нормальных условиях и обеспечение оптимальной надежности работы ЕЭС в аварийных условиях; во-вторых, регулирование перетрочек мощности по межсистемным связям, так как такое регулирование должно обеспечить как экономичность, так и надежность ЕЭС и отдельных ее частей.

Планирование должно обеспечить наиболее экономичный путь развития энергетической системы с учетом эффективности капиталовложений и экономичности эксплуатации.

Оптимальный, или наилучший из возможных, в данных условиях план развития энергосистемы обычно оценивают по соответствию его показателей минимуму так называемых приведенных затрат. Оптимальный план развития объединения энергосистем и ЕЭС предусматривает оптимальное развитие отдельных энергосистем и соединяющих их межсистемных связей, как единого целого, однако в настоящее время минимум приведенных затрат не может быть единственным критерием оптимальности. Вопросы надежности и влияния на биосферу приобретают все большее, а в ряде случаев решающее, значение, меняя условия оптимизации.

С математической точки зрения для оптимизации требуется определить минимум очень сложной нелинейной функции большого числа переменных, имеющих ограничения в виде равенств и неравенств, причем часть переменных является целочисленной. Задача является динамической, многоэкстремальной и для решения ее пока нет надежного математического аппарата.

§ В-3. МЕТОДЫ ТЕОРИИ БОЛЬШИХ СИСТЕМ И АВТОМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ (АСУП)

Развитие и применение методов энергетической кибернетики тесно связано с теорией больших систем* и с развитием и применением в народном хозяйстве страны методов и установок для автоматизации планирования и управления народным хозяйством, включая, в частности, и создание Государственной сети вычислительных центров (ГСВЦ). Именно на этих общих вопросах применительно к задачам управления народным хозяйством следует вкратце остановиться, прежде чем переходить к более частным вопросам кибернетики электрических систем.

* Под *большой системой* понимается система, состоящая из отдельных подсистем, имеющих глубокие прямые и обратные связи, не позволяющие рассматривать эти системы по отдельности, поскольку свойства большой системы определяются именно этим взаимодействием подсистем (см. стр. 14).

Поставленные задачи требуют развития теории производственно-экономических систем, совершенствования системного анализа и применения его в практической работе. Проблемные исследования по теории больших систем и системному анализу методами кибернетики в применении к народному хозяйству вообще и энергетике в частности должны проводиться совместно с исследованиями по экономико-математическим методам, оптимальному планированию, социально-психологическим вопросам, возникающим при решении задач управления производством. В этом развитии теории больших систем намечается четыре наиболее важных направления.

1) Развитие принципов управления народным хозяйством и задачи кибернетики энергосистем. Эффективное развитие и функционирование отраслей народного хозяйства требуют четкой формулировки целей и задач в системах управления и руководства. Особенно важны реалистические формулировки задач в крупных проблемах, таких как, например, освоение космоса, прибрежной полосы мирового океана, глубинных районов Арктики, Сибири. К такого рода проблемам относятся также проблемы развития энергетических и сырьевых баз. Совершенствование планирования и управления народным хозяйством, включая развитие ГСВЦ*, будет способствовать решению поставленных задач. Здесь крайне важно четкое управление и руководство наукой для концентрации усилий на важнейших и решающих направлениях научных исследований. Обоснование целей и задач связано с разработкой специфических человеко-машинных систем, komponующих многоуровневую иерархию, направленную на облегчение решения конкретных задач, соответствующих в отдельных отраслях общим целям при определении и классификации целей по важности с оценкой взаимной полезности их реализации. Для поиска оптимальных путей достижения целей и оценки конечных результатов потребуется разработка критериев, учитывающих иерархическую структуру целей и время их реализации. Иерархия (дерево) целей, взвешенных в отношении важности и взаимной полезности, должна, с одной стороны, служить основой планирования научных исследований, а с другой — являться одним из инструментов прогнозирования развития науки и техники.

2) Программы управления народным хозяйством и его отраслями, рассматриваемыми как сложные развивающиеся системы кибернетического типа. Управление народным хозяйством по отраслевому принципу дает возможность проводить в каждой отрасли техническую политику, повышать производительность труда путем специализации и широко использовать достижения науки для технического прогресса отрасли и автоматизацию управления отраслями.

Отрицательные аспекты, проявляющиеся при отраслевом управлении, такие, как использование локальных отраслевых критериев оптимальности, не увязанных с глобальным критерием (ведомственность), стремление к обособленному автономному развитию

* Государственной сети вычислительных центров.

(параллелизм), должны нейтрализоваться путем введения так называемого программного метода управления отраслями народного хозяйства.

Программный метод дает возможность согласовывать деятельность отдельных отраслей в достижении общегосударственных целей или решении общегосударственных задач. К общегосударственным целям и задачам относятся как глобальные цели и задачи, формулируемые в программных документах и пятилетних планах, так и разнообразные специализированные цели и задачи, например, ускоренное комплексное развитие автомобильного транспорта, очистка водных и воздушных бассейнов, научные исследовательские разработки в области геофизики и физики Земли и т. п. При этом имеется в виду, что решение не может быть локализовано в рамках какой-либо одной отрасли, а требует согласованного участия ряда отраслей. При всегда ограниченных ресурсах необходимо определять, насколько капитальные вложения в те или иные отрасли соответствуют вкладу этих отраслей в решение общегосударственных задач. Усложнения народнохозяйственных связей приводят к большим трудностям в согласовании деятельности отраслей при решении общегосударственных задач и их финансировании. Согласование развития отраслей должно обеспечивать решение общегосударственных задач наиболее эффективным образом. Между вкладами отраслей в решение общегосударственных задач и их финансированием и развитием могут возникать расхождения, не позволяющие достаточно эффективно использовать имеющиеся ресурсы. Отсюда появляются диспропорции в народном хозяйстве, нарушаются сроки достижения целей. Программы развития, составляющие комплекс логически взаимосвязанных мероприятий производственной, хозяйственной и научной деятельности различных отраслей, должны устранять эти диспропорции и несогласованности при решении общегосударственных задач. Так, например, при развитии автомобильной промышленности должно предусматриваться развитие не только автомобильного транспорта, но и дорожной сети и градостроительства, станций обслуживания и т. п. Программа должна предусматривать и подготовку кадров, и необходимость научных исследований. В качестве примера можно указать, что программа освоения районов Сибири включает в себя мероприятия по строительству и развитию промышленности, сельского хозяйства, лесозаготовок; по развитию энергетики, коммуникаций, градостроительства, туризма; по привлечению трудовых ресурсов; по развитию научных баз и т. п. Аналогично формируются любые другие программы, преследующие достижение общегосударственных целей и отражающие наличие обратных связей между отраслями, т. е. вводится кибернетическая методология.

3) **Автоматизация систем управления народным хозяйством.** Методы автоматизации и, в конечном счете, кибернетики должны развиваться одновременно с методами анализа, синтеза и моделирования структур подсистем народного хозяйства при использова-

нии теории систем и автоматов для разработки формальных языков алгоритмизирования.

К задачам анализа и синтеза относятся также вопросы технологии планирования и принятия решений.

Особое значение для управления народным хозяйством будут иметь проблемы, связанные с исследованием организационных структур иерархического типа. При этом должна получить отражение как отраслевая, так и целевая иерархия*, отвечающие отдельным программам и подпрограммам. Наличие отраслевых и целевых влияний приводит к ряду сложных проблем, связанных с принятием решений по планированию и стимулированию, разработкой больших систем и сложных комплексов, в которых принимают участие сотни и тысячи предприятий, относящихся к различным ведомствам и отраслям.

4) **Оптимизация и теория принятия оптимальных решений.** Математические методы принятия решений (теория исследования операций) используют теорию игр, теорию массового обслуживания, приемы дискретного анализа (комбинаторная математика) и математического программирования. Эти методы имеют решающее значение для успешного исследования больших систем, управления ими вообще и, в частности, при применении кибернетики и теории исследования операций. Весьма актуальны здесь проблемы многоступенчатой оптимизации и разработки соответствующих многоступенчатых процедур принятия решения, позволяющих добиться оптимального функционирования отраслей социалистического народного хозяйства и служить основой рационального применения ЦВМ и систем ЦВМ. Статистическим методам исследования и в том числе методам оценки надежности и эффективности на этапах проектирования и разработок должно быть при этом уделено особое внимание. Важным направлением в развитии статистической теории больших систем будет разработка комбинированных модельных и натуральных статистических исследований (теоретические исследования и испытания упрощенных моделей и фрагментарные натурные испытания систем и отдельных подсистем). При этом особое внимание должно быть уделено методам теории эксплуатации, обслуживания и восстановления больших систем, а также методам их технической диагностики. Проблема «человек — машина» для больших систем должна иметь особо важное значение.

Проектирование и разработка больших и сложных систем должны будут переходить от комплексной автоматизации к применению методов, предусматривающих целенаправленное управление большими системами и учитывающих изменение цели, т. е. применять методологию исследования больших систем и управления ими, переходя к кибернетическим методам.

* А. С. Макаров, Ю. П. Сыров и др. О пространственно-временной иерархии задач перспективного проектирования электроэнергетических систем. Сб. математические модели. СЭН. Иркутск, 1971.

§ В-4. ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КАК СЛОЖНАЯ СИСТЕМА КИБЕРНЕТИЧЕСКОГО ТИПА

Выше было выяснено, что электроэнергетическая система связана с рядом подсистем, частично входящих в нее как составные элементы, а частично взаимодействующих с ней. Подсистемы, из которых составлены большие системы энергетики, имеют обратные связи, отражающие влияние любой из них на другие подсистемы. В этих условиях целенаправленное управление придает большой электроэнергетической системе свойства системы кибернетического типа. Во взаимодействующей цепочке элементов, обеспечивающих процессы получения, передачи и распределения энергии, можно выделить отдельные подсистемы, например, топливоснабжающую, транспортную, собственно энергетическую, распадающуюся на теплоэнергетическую и электроэнергетическую системы потребления. Энергосистема должна, следовательно, рассматриваться как сложная система, состоящая из подсистем, имеющих прямые и обратные связи. При этом подсистемы находятся во взаимодействии со многими другими большими системами, такими как биосфера, промышленность, транспорт, сельское хозяйство и др. На подсистемы энергетики также влияют демографические и другие факторы, связанные с социальным развитием общества в целом. Чем больше по своим мощностям становится энергосистема, тем сильнее оказываются связи между ее подсистемами и тем заметнее оказывается неблагоприятное влияние неоптимального управления внутри любой подсистемы, например электроэнергетической. Вместе с тем возрастание размеров и мощности энергосистемы увеличивает возможности для взаимосвязи с другими системами, причем без надлежащего оптимизированного управления влияние развивающейся энергетики может быть уже сейчас неблагоприятным. Если же заглянуть в более отдаленное будущее и учесть то влияние, которое энергетика будет оказывать на биосферу, то положение может оказаться даже катастрофическим. Так, неуправляемое развитие энергосистем мира (включая все виды источников энергии), при котором они будут иметь выработку, составляющую несколько процентов (3—5%) энергии, получаемой землей от солнца, вызовет нарушение теплового баланса планеты, в результате чего таяние вечных льдов приведет к такому повышению уровня мирового океана, при котором вся или почти вся суша будет затоплена. Возможность получения таких колоссальных энергий*, соизмеримых с солнечной, реально может появиться только при овла-

* Если принять, что в среднем поток солнечной энергии эквивалентен $1,35 \text{ кВт}$ на 1 м^2 , то, умножая эту величину на $\frac{1}{2}$ проекции поверхности земного шара $\frac{\pi r^2}{2}$ ($6,4 \cdot 10^6$)² = $1,29 \cdot 10^{14} \text{ м}^2$ и на число часов в году 8760, находим годовую энергию, получаемую от солнца $0,75 \cdot 10^{18} \text{ кВт}$, что примерно в 150 000 раз превышает годовую выработку электроэнергии ($5 \cdot 10^{12} \text{ кВт} \cdot \text{ч}$, см. сноску на стр. 7). Энергия всех видов топлива добываемого в настоящее время на планете ($49 \cdot 10^{12} \text{ кВт} \cdot \text{ч}$, см. сноску на стр. 6) составляет меньше 0,01% энергии, получаемой от солнца.

дении управляемым синтезом легких элементов, что пока представляется делом достаточно отдаленного будущего. Сейчас нет ни возможности, ни необходимости в получении таких энергий. Однако необходимость в подходе к энергетике как к большой сложной кибернетической системе, тесно связанной со всей системой хозяйства и жизнью страны, уже достаточно очевидна. Применение методов кибернетики требует решения огромного количества таких задач, как распределение станций по территории страны, нахождение оптимальных соотношений между мощностями энергетических систем, отдельных элементов их сооружений и отводимой для них территории*3) нахождение оптимального режима работы тепловых гидроэлектрических и атомных электростанций (не только в смысле получения от них максимального количества наиболее дешевой энергии, но и в смысле наилучшего использования воды**, нужной не только для электростанций, но и для многих нужд страны), вопросы уменьшения загрязнения атмосферы***, которое в будущем может, если не будут приняты меры, стать катастрофическим****.

* Мощность станций и устанавливаемых на них агрегатов должна расти, так как если сохранить современные (средние) мощности электростанций, то для вводимых в 1975—2000 гг. мощностей потребовалось бы выделить территорию почти такую же, какую занимает Бельгия.

** У нас в стране при ожидаемом к 2000 г. количестве тепловых электростанций (на органическом обычном) и атомном (ядерном) горючем потребуются около 40 тыс. $\text{м}^3/\text{сек}$ воды, что составляет примерно 30% среднегодового стока всех рек Советского Союза. Развитие энергетики будет требовать, следовательно, усовершенствования замкнутого цикла использования воды, создания новых градиентов и т. д.

*** Энергетика (тепловые электростанции главным образом) в настоящее время является существенным, хотя и не основным источником загрязнения атмосферы. На ее долю приходится (по данным США) примерно 25%, остальные 75% приходятся на долю автомобилей (50%), промышленности (20%), сжигания отходов и др. (5%). В дальнейшем, если не принять специальных мер, влияние энергетических предприятий на загрязнение воздуха будет увеличиваться и можно ожидать, что энергоустановки будут выбрасывать в воздух большое количество золы и вредных веществ. Тепловые электростанции и другие энергоустановки размещаются сейчас так, что плотности выработки мощности и размещения населения по территории страны совпадают. Это означает, что на наиболее густонаселенные районы страны выпадает наибольшее количество вредных осадков. Вопросы размещения тепловых электростанций по территории страны, мощность тех или иных станций должна таким образом определяться не из изолированных «энергетических соображений», а опять-таки из анализа энергетики, как части большой системы, т. е. при кибернетическом подходе.

**** По американским данным, загрязнение атмосферы увеличится к 2000 г. еще на 30%, что заметно изменит климат. Не меньшее отрицательное влияние окажет все увеличивающееся количество сточных вод, в том числе конденсата электростанций, поступающего в водоемы, температурный режим которых изменяется, что может (особенно при загрязненном конденсате) привести к гибели флоры и фауны. Изменение температуры водохранилищ при одновременных больших потерях тепла в атмосферу приводит к изменению, как правило, в худшую сторону, микроклимата в районах страны, где располагаются энергетические установки. Замедление течения рек, перегороденных плотинами электростанций, ведет к загрязнению воды, появлению вредных сине-зеленых водорослей; нарушение половодий ведет к ликвидации заливных лугов; в некоторых случаях — к засолению

5) Весьма важно также повышение надежности всей системы энергоснабжения городов, крупных районов и страны в целом.

Управление энергосистемой, обеспечивающее необходимую надежность энергоснабжения, возможно только при учете того обстоятельства, что энергосистема является частью большой сложной системы кибернетического типа, в которую как взаимосвязанные подсистемы входит ряд систем, охватывающих все стороны жизни страны — промышленность и транспорт, электроснабжение городов и сельскохозяйственных районов. Здесь необходимо учитывать не только экономический ущерб, но и психологический эффект от возможной ненадежности работы энергосистемы. Так, происшедшая в ноябре 1965 г. в США большая авария, при которой в течение 14 ч район в 200 тыс. км² с одним из крупнейших городов мира Нью-Йорком был лишен электроэнергии, привела к огромным, неисчислимым в денежном выражении материальным убыткам и деморализовала население погруженных во тьму городов.

Все сказанное дополнительно подтверждает необходимость подхода к электроэнергетической системе как к большой сложной системе кибернетического типа. Такой подход необходим и при прогнозировании, и при проектировании будущих энергосистем, равно как и при анализе работы — отыскании наилучших условий управления и регулирования режимов уже существующих, действующих, систем. Только применение кибернетических методов позволит избежать тех многочисленных недостатков и ошибок, которые делались и делаются при проектировании и эксплуатации энергетических систем.

Эти недостатки являются результатом того, что большая сложная, многосвязная энергетическая система, составляющая непрерывное целое со всей системой народного хозяйства и жизни страны, рассматривается при «некибернетическом подходе» как обычная простая система. Решения, принимаемые для этой простой системы, могут быть правильными, но могут оказаться (и оказываются) ошибочными для реальной сложной большой системы кибернетического типа. Поэтому необходимо в больших системах энергетики применять методы кибернетики и строить «глобальную модель» народного хозяйства страны и, как одного из ее элементов, энергетики страны. Такая модель, представленная в виде соответствующих структурных схем, должна отразить те глубокие, но не всегда очевидные, внутренние обратные связи, которые имеются между энергетикой и всеми сторонами экономической, социальной жизни страны, между энергетикой и биосферой, демографическими факторами и др. Не меньшее значение для правильного функционирования электроэнергетической системы имеет кибернетический подход при создании регулирования и защиты отдельных подсистем и элементов сложной электрической системы.

почвы и т. д. Таким образом, нельзя рассматривать энергетику как изолированную систему и определять экономический эффект только от энергетики, поскольку она входит на правах подсистемы в еще более крупную глобальную систему жизнедеятельности страны в целом.

§ В-5. РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ КИБЕРНЕТИКИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИМЕНительно К ЗАДАЧАМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭТИХ СИСТЕМ

Кибернетика как научная дисциплина рассматривает общие принципы работы автоматизированной энергетической системы и ее свойства как единой самоуправляющейся системы, обеспечивающей оптимальные показатели в смысле экономичности, качества вырабатываемой энергии и качества обслуживания (снабжения) потребителей. Рассматривая кибернетику энергетических систем как научную дисциплину (рис. В-4), следует подчеркнуть, что в ее задачи не входит конструирование машин, аппаратов, регуляторов, устройств автоматического управления, защиты, счетных машин, выполнение технических средств для передачи информации* и команд для управления теми или иными объектами системы. Она не занимается также конкретным конструированием и расчетом сетей, выбором проводов, проектированием опор и т. д. Таким образом, несмотря на кажущуюся всеобъемлющую широту данного выше определения кибернетики электрических систем, она имеет четко очерченный круг вопросов и, не пытаясь подменить собой существующие дисциплины, создает связь между ними.

Применительно к задачам энергетических и электроэнергетических систем кибернетика включает в себя три большие группы вопросов, или три раздела.

1) Взаимодействие подсистем, составляющих энергетическую систему, и связь этих подсистем с другими системами, существенно влияющими на энергетическую систему. Здесь необходима разработка таких методов, которые позволили бы находить наилучшие условия развития и работы систем при заведомо неполной или частично искаженной информации. Необходимо в связи с этим создание такого математического описания систем, которое на основе практически возможной информации позволило бы устанавливать оптимальные в широком смысле — с учетом взаимодействия с другими системами — условия работы энергетической системы. Причем оптимизация должна проводиться как в установившихся, так и в переходных процессах системы.

Кибернетика как наука, основы которой были заложены Н. Винером, стала развиваться и приобретать практическое значение при появлении быстродействующих вычислительных цифровых машин. Однако было бы неправильно сводить ее роль только к математическому изучению процессов с помощью счетных машин. Первый раздел кибернетики должен включать методологию эксперимента — теорию подобия, планирование опытов, моделирование, позволяющее проводить целенаправленные опыты и обобщать их данные, проверяя математическое описание явлений и снимая необходимость в большом количестве переменных при его

* Ф. Е. Темников, В. А. Афонин и др. Теоретические основы информационной техники. «Энергия», 1971.

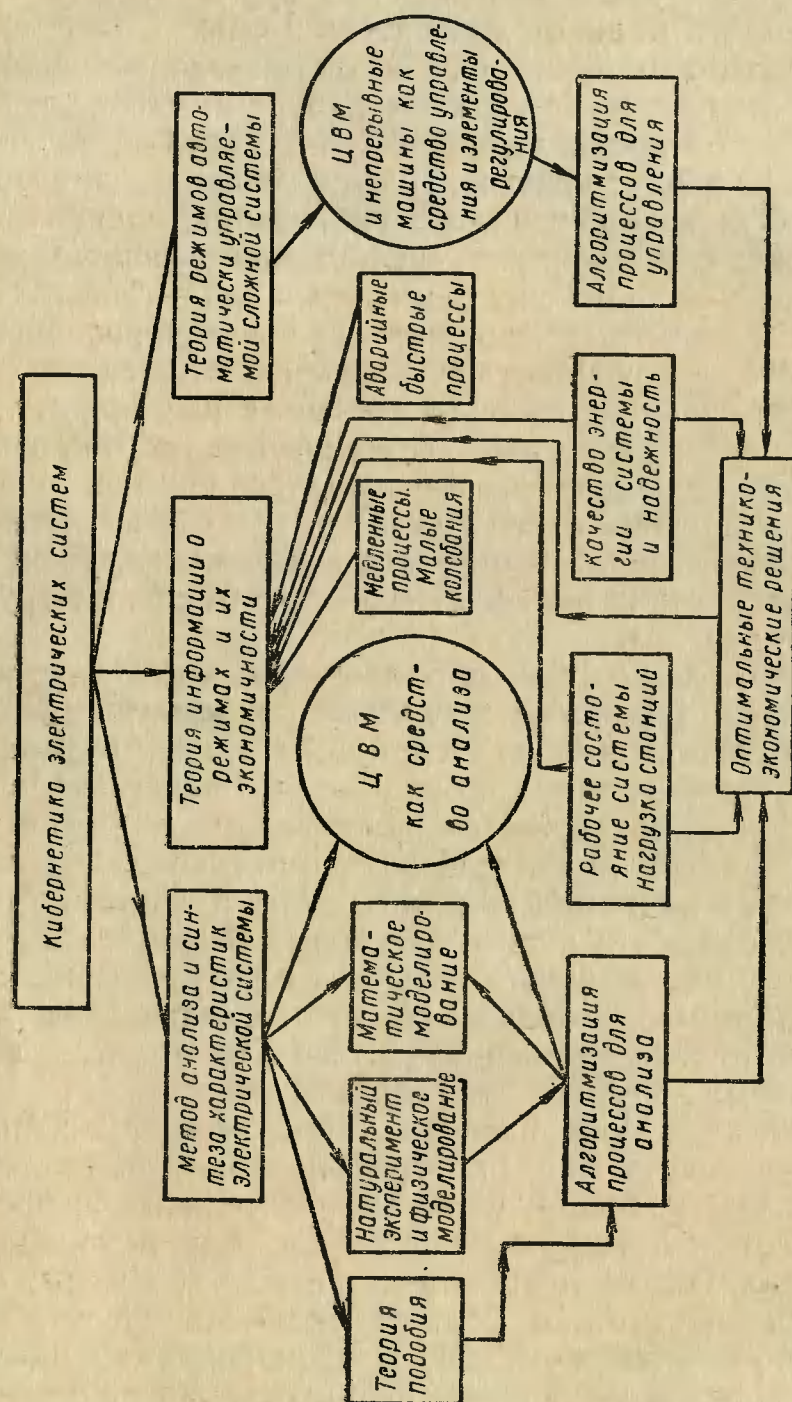


Рис. В-4

описании. Теория подобия, как основа теории эксперимента и упорядочения описания явлений, является базой для формирования математических представлений по экспериментальным данным и для математического и физического моделирования. Кибернетика, как научная дисциплина, предполагает создание методологии и разработку практических приемов проведения натурного и модельного экспериментов, необходимых для углубленного изучения взаимодействия отдельных элементов систем, а также взаимодействия человека и различного рода автоматических устройств регулирования и управления, проверки действия вновь создаваемых приборов, представленных на моделях, в условиях работы системы. Особенно важны модели для уточнения математического описания функционирования сложной системы. Разумеется, что не меньшее внимание уделяется методологии и практическим приемам математического моделирования, позволяющего быстро, в соответствии с гипотезами, отраженными в математическом описании явлений, воспроизводить различные взаимодействия элементов автоматически регулируемых систем. Математическое моделирование в сочетании с физическим моделированием позволяет наиболее быстро получать адекватные физике явлений характеристики и описания функционирования сложных систем и тем самым находить ответы на поставленные практические задачи.

Создание кибернетических регулирующих и управляющих устройств надо рассматривать не только в связи с применением быстродействующих электронных счетных машин дискретного счета и их элементов, но и в связи с применением аналоговых и гибридных машин, являющихся основой для создания любых систем регулирования и управления (с непрерывными или дискретными устройствами), автоматически изменяющими свои параметры в зависимости от состояния внешней среды.

Перечисленные выше вопросы, входящие в первый раздел кибернетики, в основном касаются средств, уточняющих условия взаимодействия элементов сложной автоматизированной энергосистемы. Для применения методов, обеспечивающих оптимальные условия работы самонастраивающейся (кибернетически управляемой) системы, необходимо иметь определенные сведения о режиме системы — о получении, передаче, переработке и вновь передаче информации. Связанные с этим задачи можно отнести ко второму разделу кибернетики.

Теория получения и передачи информации. Энергетические системы, расположенные на огромной территории, содержат большое количество взаимодействующих элементов, каждый из которых характеризуется множеством сложных параметров. Все это ограничивает возможности получения и передачи информации. Поэтому наиболее важным во втором разделе является решение задач, связанных с выявлением минимальной информации, передачей этой информации, способами ее кодирования, пропускной способностью

каналов передачи* и помехоустойчивостью, зависящих от количества информации и вероятности сообщения (см. гл. 4).

В этом разделе рассматривается влияние случайных возмущений на работу электрических систем. В самом деле, для энергетической системы характерно то, что она непрерывно подвергается различным малым толчкам или, как их иначе называют, возмущениям: изменяется напряжение, частота, потребление мощности нагрузкой; меняются потоки мощности, идущие по соединительным линиям. Это «дыхание» электрической системы имеет решающее значение при установлении запасов устойчивости автоматизированных систем и требований к соответствующим регулирующим устройствам. Здесь важно не только изучить закономерности этого «дыхания» системы, но и выявить характерные группы, на которые может быть разбита информация об этих колебаниях; установить минимально необходимое количество информации, передаваемой к устройствам регулирования и управления; получить информацию, необходимую для экономического распределения нагрузки между станциями системы; выявить минимально необходимое количество сведений о режиме системы (нагрузке, параметрах станций, сетей и т. д.), по которым можно было бы найти мощности (активные и реактивные), вырабатываемые каждой станцией системы, по условиям минимума суммарной стоимости энергии при заданном ее качестве у потребителя и при соблюдении всех дополнительных ограничений (по условиям влияния на биосферу и т. д.).

Без установления минимально необходимого количества информации, ее качества, способов передачи и способов обратной передачи, полученных в кибернетических устройствах управляющих импульсов и поступающих далее к сервомеханизмам станций и подстанций, кибернетический подход к управлению режимом системы не может быть реализован.

Аналогичные задачи приходится решать и при разработке методов регулирования напряжения и частоты в энергосистемах и энергообъединениях, составленных из нескольких объединенных энергосистем. При этом от всех элементов системы, участвующих в процессе разработки, должна поступать информация, перерабатываемая в устройствах кибернетического управления и регулирования и обеспечивающая далее выдачу импульсов на соответствующие сервомеханизмы.

Для обеспечения надежного функционирования энергетической системы большое значение имеет осуществление регулирования в аварийных режимах. Здесь тоже необходимо выявлять и получать минимальную информацию и на ее основе управлять регулирующими устройствами, которые должны не только реагировать на уже происшедшие изменения в системе, но и оценивать возможное будущее изменение режима, как бы предугадывая его дальнейшее протекание.

* Вопросами конструкции устройств для передачи и конструкций каналов связи кибернетика не занимается.

Ряду современных регуляторов уже присущи кибернетические черты, например, регуляторам возбуждения сильного действия, установленным на ряде станций. Такие регуляторы реагируют на скорость изменения параметров режима, а не только на сами изменения. Вопрос о необходимой информации, способах ее получения и передачи, являющийся кардинальным вопросом в кибернетике электрических систем, приобретает особенно большое значение при управлении системой в переходных режимах, когда процессы происходят с большей скоростью и когда особенно опасны искажения при передаче информации.

Можно было бы привести много примеров настоятельной необходимости получения информации и установления ее закономерностей в энергосистемах, но, ограничиваясь пока сказанным, отметим, что подход к задачам здесь точно такой же, как и в других областях кибернетики.

Кибернетическая теория автоматически регулируемых и управляемых электрических систем. Этот раздел посвящен специальному развитию теории с учетом возможностей и задач кибернетики. При этом должны быть учтены перспективы применения вычислительных машин, преобразующих информацию, выдающих после этого преобразования рекомендации управляющему персоналу или воздействующих на автоматические устройства, регулирующие (частично или полностью) режим системы.

В данном разделе внимание прежде всего концентрируется на структурных схемах элементов и систем в целом, включая регулирующие и управляющие устройства, построенные на базе непрерывных или дискретных вычислительных машин, работающих так, чтобы, оценивая течение режима, производить самонастройку параметров регулирующих и управляющих устройств.

§ В-6. ЗАДАЧИ КИБЕРНЕТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИХ РЕШЕНИЯ

Из приведенного выше, далеко не полного, содержания кибернетики следует, что в повестке дня теоретических и практических исследований стоит задача создания новых кибернетических регулирующих и управляющих устройств и систем, а также новых адекватных этим системам методов расчета. В центре внимания этих теоретических и практических разработок должно быть не описание поведения системы, на чем раньше теория сосредоточивала внимание, а выявление способов воздействия на поведение системы в нужном направлении и выявление количественных результатов такого рода воздействий. При этом в анализе системы, проводимом как в целях проверки ее поведения, так и при решении задач управления, на первое место выдвигается уже не детерминированная точность расчета на основе заданных исходных данных, а непрерывность коррекции, осуществляемой на основе вероятностно заданных, часто неполных или даже не вполне достоверных, сведений о про-

течении процессов. Именно это и характерно для кибернетического подхода, осуществляющего управление на основе взаимодействия с внешней средой, с использованием обратной связи. Отсюда следует, в частности, что и при проектировании, и при эксплуатации современной энергетической системы управление приобретает решающее значение. Неточный анализ тех или иных процессов равноценен вложению дополнительных средств в энергетическую систему. Таким образом, *правильная реализация методов кибернетического программирования и управления энергетической системой равносильна экономии средств или получению дополнительной энергии.*

Вопросы, подлежащие первоочередному изучению. В сформулированных выше задачах прежде всего выявляется необходимость в математическом описании сложной кибернетически регулируемой и управляемой энергосистемы. При этом приходится считаться, во-первых, с большой сложностью системы, содержащей практически неограниченно большое количество степеней свободы, отвечающих сложным внутренним связям; во-вторых, с вероятностным характером многих процессов, происходящих в системе. Чтобы упростить математическое описание системы, сделав его приемлемым для решения практических и технических задач, необходимо отбросить излишние в данных технических задачах связи и излишние степени свободы, сохранив основные свойства системы.

Существенно новым при математическом описании и составлении структурной схемы системы оказывается то, что устройства регулирования и управления входят в эти схемы системы как единое целое.

Рассматривая сложную систему как кибернетическую, надо выработать новый подход к ее анализу, объединяя исследования поведения системы и подбор способов управления. Для такой системы должна быть разработана также и методика синтеза, на основе которой можно устанавливать структурные схемы, обеспечивающие заданный характер протекания процесса в системе, где параметры изменяются случайно и в зависимости от этих изменений отрабатываются те воздействия на регулируемые системы, которые необходимы для получения нужного протекания процесса. Разумеется, что анализ должен выявить возможность протекания процесса при существующем оборудовании или необходимость установки какого-либо другого оборудования. Таким образом, изменится и подход к расчету, в котором *процессы должны рассматриваться как управляемые, подвергающиеся непрерывным коррекциям в нужном направлении.*

Одной из ближайших задач кибернетики энергетических систем является развитие метода синтеза и на его основе разработка таких структурных схем электрических систем, которые будут включать комплексные регуляторы, действующие одновременно на систему возбуждения, первичный двигатель и устройства, улучшающие режим и меняющие свои параметры и настройку в зависимости не только от настоящего состояния режима, но и от будущего его про-

текания, предугаданного анализирующими устройствами кибернетических регуляторов.

Другой задачей кибернетики является разработка кибернетических устройств, служащих для управления распределением нагрузки между станциями энергосистем. Такие устройства должны получать необходимую информацию о текущем состоянии элементов систем, обрабатывать ее и далее в соответствии с установленными критериями, учитывающими не только экономичность, но одновременно и другие эксплуатационные показатели (например, надежность работы, устойчивость и т. п.), выдавать управляющие импульсы соответствующим сервомеханизмам агрегатов станций, а также коммутационной аппаратуре систем.

Конечная цель — полное оптимальное кибернетическое управление системой, однако, не может быть достигнута без промежуточных стадий развития методов управления.

О методах анализа и синтеза при исследовании электрических систем. В настоящее время при изучении электрических систем и развитии методов управления ими широко применяют методы и способы исследования, которые зачастую довольно произвольно называют анализом или синтезом.

Напомним, что под *анализом* понимается метод исследования, состоящий в расчленении целого на составные элементы и выявлении свойств последних. Все науки пользуются этим методом, подвергая исследуемые предметы или изучаемые вопросы разделению, т. е. мысленному расчленению с помощью абстрактно-логических рассуждений.

Под *синтезом* понимается прием исследования, состоящий в соединении отдельных элементов в единое целое и выявлении новых качеств, обусловленных этим соединением.

Синтез находится в неразрывном единстве с анализом, являясь необходимым приемом познания действительности. Синтез лишь в простейших случаях выражается в простом суммировании готовых, ранее полученных знаний.

Научно-теоретическое мышление обычно проводит исследование таких предметов, которые можно рассматривать только в качестве органического целого, не сводимого к простой сумме составных частей. В познании действительности синтез выясняет связи между различными сторонами исследуемого целого, между его элементами. Синтез невозможен и немыслим без анализа, т. е. без предварительной операции расчленения и выявления отдельных элементов того целого, которое исследуется. Анализ и синтез составляют диалектическое единство, осуществляющееся в каждой логической операции. Однако в процессе конкретного исследования эти мыслительные операции могут выступать по очереди.

Понятие синтеза широко применяется в самых различных отраслях науки, техники, искусства. Так, в химии под органическим синтезом понимается получение органического вещества из более простых соединений и вообще процесс получения сложного вещества из более простых веществ. В механике под синтезом механизмов

понимаются методы проектирования кинематических схем механизмов по заданным кинематическим и динамическим свойствам. При кинематическом синтезе, предполагая заданным тип механизма, находят те размеры звеньев, при которых выполняются заданные положения, скорости и ускорения отдельных звеньев. Под синтезом искусств понимается органическое сочетание в одном произведении различных видов искусства, например изобразительного и декоративного, имеющее целью создание целостного художественного образа.

В электроэнергетике широкое применение методов автоматического регулирования требует нового подхода к методам анализа и синтеза систем. При анализе и синтезе электрических цепей в последнее время плодотворно начала применяться теория линейных графов. Отдельные элементы теории графов применяются уже в течение многих лет. Эта теория, заслуживающая тщательного рассмотрения, должна войти как элемент в кибернетику электрических систем.

Фундаментальная задача анализа электрических систем состоит в том, чтобы математически связать характеристики системы с характеристиками отдельных элементов в зависимости от способа сочетания этих элементов. Задача синтеза сводится к нахождению, по крайней мере, одной совокупности характеристик, компонентов системы и способа соединения этих компонентов для получения с допустимой степенью приближения заданной совокупности характеристик системы.

Общим для всех известных методов синтеза является то, что выбор компонентов и способа их соединения базируется в основном на имеющемся опыте создания систем с аналогичными свойствами. В этом смысле первая стадия разработки или проектирования системы является искусством — искусством также в том смысле, что возможность соединения компонентов ограничивается физической реализуемостью получаемой системы.

Проектирование системы начинается с идеи, для реализации которой методы анализа хотя и необходимы, но недостаточны. Хорошая осведомленность о существующих элементах систем и их характеристиках, связанная с практическим опытом, является, конечно, полезной, но не гарантирует правильный результат. Можно сказать, что проектировщик системы находится примерно в таком же положении, как композитор или писатель. Сочетания, аккорд, мелодия или слова, фразы и выражения, т. е. то, что может образовать музыкальное произведение или поэму, ограничено только воображением. Сочетания, конечно, должны соответствовать некоторым приемлемым образцам, чтобы результат не был классифицирован как шум или не находился в противоречии с правилами грамматики. Композитор следует идеям и оценивает их относительное достоинство посредством музыкального инструмента. «Музыкальным инструментом» для инженера является математический анализ и лабораторный эксперимент. Но, подобно тому как знание лишь теории музыки и грамматики недостаточно для того, чтобы быть ком-

позитором или поэтом, так и одно знание теории или метода анализа не позволяет стать опытным специалистом.

Стадии кибернетического управления. Внедрение кибернетики в энергетику гл. означает, что в сфере управления всеми процессами, происходящими в энергетической системе, человек должен быть полностью заменен думающими — решающими и исполняющими команды — машинами. Кибернетический подход заключается совсем не в этом. Он предусматривает прежде всего рассмотрение энергетической системы в качестве сложной системы, состоящей из связанных подсистем, имеющих обратные связи, причем сама энергетическая система является подсистемой еще более крупной, глобальной, системы, представляющей экономическую и социальную жизнь страны.

При рассмотрении в процессе развития методов управления взаимоотношений человека и вычислительной машины можно выделить четыре основные стадии.

1. Сначала вычислительные машины служат только консультантами инженера, управляющего системой. Информация, получаемая от системы, обрабатывается и вводится человеком (или с его помощью) в машину, которая после соответствующей переработки информации выдает рекомендации. Выполнение рекомендаций проводится инженером, вносящим на основе своего опыта и интуиции те или иные поправки в «машинное решение».

2. Далее вычислительные машины частично получают информацию непосредственно из системы — автоматически от соответствующих преобразовательных устройств. Здесь возможна и автоматическая передача результатов вычислений и соответствующих рекомендаций отдельным управляющим звеньям системы. Однако здесь не предусматривается выдача непосредственных команд сервомеханизмам агрегатов станций и прямые воздействия на коммутационные устройства систем: они будут осуществляться человеком.

3. Эта стадия характеризуется тем, что вычислительная машина, получая полностью или частично информацию, непосредственно из системы не только выдает рекомендации управляющему системой персоналу, но частично осуществляет и прямое воздействие в виде выдачи команд сервомеханизмам и коммутационным устройствам. Человек и машина здесь работают совместно, причем человек с его опытом и интуицией может корректировать управляющие функции машины. При этом не исключено, что в дальнейшем вычислительная машина будет самообучающейся, способной менять свои алгоритмы по мере накопления опыта общей работы машины и человека.

4. Стадия полного автоматического управления предусматривает как непосредственное получение вычислительной машиной всей информации от системы, так и автоматическую выдачу всех управляющих команд. Это, однако, по существу не означает полного исключения человека из процесса управления систе-

мой. Опять-таки здесь предусмотрено участие человека, наблюдающего за ходом процесса и вводящего коррективы в алгоритмы, что равносильно непрерывному расширению основных положений, на которых базируется система алгоритмов.

Таким образом, кибернетический подход к управлению энергетической системой является одновременно и эргатическим подходом, предусматривающим то или иное участие человека-оператора, который вносит в него свой опыт и интуицию и тем самым в необходимых ситуациях расширяет алгоритм управления. Основные трудности полного внедрения кибернетики в управление системой заключаются не в алгоритмировании и не в недостаточной производительности или ненадежности вычислительных машин, а в том, что само силовое и коммутационное оборудование энергосистемы, создававшееся без учета требований кибернетического управления, не отвечает новым условиям автоматического управления. Оказывается, что для надежного функционирования сервомеханизмов, управляющих оборудованием, не безразлично, воздействует на них человек или импульсы, полученные от управляющей машины. При кибернетическом управлении необходима не только специализация конструирования сервомеханизмов и обратных связей, но и учет особенностей управления при проектировании основных агрегатов. Уже первые успехи противоаварийной автоматики и регулирования возбуждения позволили изменить конструкцию синхронных генераторов (облегчить ротор, увеличить реактивные сопротивления и др.). Несомненно, что в будущем обратная связь от способов регулирования к конструкции агрегатов будет становиться все сильнее и сильнее. Уже в настоящее время не следует (хотя это часто делают) говорить об «автоматизации» систем или их оборудования, так как «автоматизация» предполагает, что они проектировались или сооружались как неавтоматизированные и затем дополнительно автоматизировались, чего не должно быть, поскольку процесс автоматизации и проектирования основного оборудования должен быть единым.

Кибернетика при проектировании, прогнозировании и технико-экономических расчетах энергосистем. При проектировании энергосистем и их оборудования методы кибернетики находят свое применение в автоматизации процесса проектирования, с одной стороны, и, с другой — в учете многочисленных сложных взаимосвязей (о которых говорилось выше), делающих энергетическую систему кибернетической.

Для автоматизации проектирования уже сейчас начинают довольно широко применяться цифровые вычислительные машины, причем применяются они в сочетании с эргатическими методами, т. е. непосредственным общением человека и машины, участием человека в промежуточной оценке результатов и корректировке алгоритмов. Например, при автоматическом проектировании линий электропередач удобным оказалось осуществлять общение человека и машины через графический пульт, содержащий электронно-лучевые трубки с послесвечением и световое перо в качестве вводного уст-

ройства. Данные, поступающие на световой пульт, хранятся в памяти цифровой машины и периодически обновляются. На графическом пульте просматриваются решения, выдаваемые машиной, и с помощью светового пера даются команды на повторение с теми или иными вариациями корректирующих расчетов. Процесс проектирования носит, таким образом, итеративный характер, причем инженер непосредственно видит промежуточные этапы расчета.

Программа в данном случае состоит из трех частей: управления графическим устройством, выполнения команд и управления входным устройством, электрического расчета сети и ее оптимизации. Задачи проектирования и, тем более, прогнозирования, развития требуют (как отмечалось выше) рассмотрения будущей системы как сложной системы, состоящей из подсистем и взаимодействующей с другими системами. При решении этих задач особенно очевидным становится положение о том, что кибернетические методы не могут сводиться только к переводу тех или иных расчетов на автоматические цифровые вычислительные машины*. Применение методов кибернетики означает большее: оно заставляет вносить принципиальные изменения в методологию технико-экономических исследований, требует новой постановки этих исследований, при которых должны выявляться и учитываться именно сложные внутренние связи и обратные связи, явно не проявляющиеся и не выявляемые при обычном подходе к проектированию и анализу работы существующих систем. Кибернетика должна идти по пути новых технико-экономических решений, особенно остро требуя при этом от фундаментальных наук, таких как политэкономия, уточнений и практических данных по многим вопросам экономики социалистической системы хозяйства — ценообразованию, цены, стоимости, прибыли и т. д. Но и до решения этих сложных экономических вопросов можно повысить реальную надежность результатов анализа, если подходить к исследованию проектируемых и прогнозируемых энергетических систем с учетом упомянутых выше факторов, делающих эти системы кибернетическими. В настоящее время проектирование энергосистем еще не свободно от того недостатка, что действительно конкурирующие между собой варианты или не выполняются, или выполняются чисто формально и не получают правильных оценок. Споры относительно преимуществ того или иного варианта зачастую содержат слишком много эмоциональных факторов. Здесь особенно ярко проявляется положение о том, что сами по себе расчеты, выполненные на вычислительных машинах, вовсе не гарантируют действительно объективного подхода, технические и тем более технико-экономические расчеты оказываются неизбежно неполноценными, если в них не фигурируют действительно взаимоисключающие варианты и если не учитывается динамика развития при взаимодействии систем и их сложных связей, действующих в народном хозяйстве.

* В принципе можно представить себе применение кибернетических методов и без использования цифровых вычислительных машин. Однако в этом случае идеи кибернетики не получают своего развития и практического применения, как это и было с идеями, высказанными Ампером.

Следовательно, не само по себе применение вычислительных машин, а только осуществление принципиально кибернетического подхода, т. е. подхода к системе как к большой и сложной («глобальной») и учета всех возможных глубоких внутренних связей, может обеспечить правильность решения. Но одновременно с таким кибернетическим подходом необходимо и общее экономическое исследование, проводимое на основе определенных гипотез развития, определенных моделей глобального типа, позволяющих сопоставить между собой не только изолированно те или иные варианты развития или варианты управления отдельной энергосистемой, но учесть при этом сопоставлении развитие народного хозяйства и оценить, как оно будет идти при том или ином варианте выполнения энергетической системы. Без таких моделей развития*, правильно отражающих обратные связи между системами и подсистемами, экономико-математические методы вообще и методы кибернетики (иногда их называют методами экономической кибернетики) не могут быть эффективны. Отдельные системы (отрасли) и подсистемы имеют свои частные задачи, для которых находятся свои оптимальные условия, однако нахождение этих условий еще не означает осуществление оптимизации всей системы в целом. Оптимизация может быть достигнута именно на основе глобальных моделей, учитывающих связи между системами и подсистемами, т. е. на основе кибернетических методов.

Без применения вычислительных машин решение такого рода задач, конечно, было бы невозможно, так как потребовало бы слишком большого времени.

В проектирование отдельных элементов энергетических систем также должны внедряться кибернетические методы. Здесь возникает большое количество вопросов и, в частности, таких, как выяснение возможности построения надежных систем из ненадежных элементов. Между тем возможно использование различных методов определения и повышения надежности**.

В ряде случаев при отмеченных разработках необходим учет вероятностного характера поведения систем и возможности принятия неоднозначных решений. При этом проектная и прогнозная оптимизация и ее аналитическое рассмотрение в сложных энергосистемах затруднены, поэтому разработка теории с экспериментальной ее проверкой является особенно важной. Заметим, что применение к энергосистемам «готовых» математических методов теоретически многообещающе, но далеко не всегда практически эффективно. Например, методы теории динамического программирования в их на-

* А. С. Макарова, Л. А. Мелентьев и др. Оптимизация развития электроэнергетических систем с использованием математических моделей. Изв. АН СССР. «Энергетика и транспорт», 1966, № 5.

** Например, методы бионического моделирования, при реализации которых должны быть исследованы возможности построения электрических сетей подобно биологическим системам. Здесь возможны аналогии, например, с надежными сетями из ненадежных нейтронов, или сетями с резервированием, осуществляемым в кровеносных саморезервирующихся системах живых организмов.

стоящем виде без соответствующей переработки применительно к энергетике позволяют формулировать задачи, но не решать их.

Не ясны до настоящего времени практические пути применения в энергосистемах ряда новых методов оптимизации, разработанных в математике. Весьма возможно, что применительно к энергетической системе, так же как и к некоторым другим системам, придется говорить не об оптимальном, а о субоптимальном управлении системой как многосвязной системой, имеющей связи по управляющим воздействиям. В самом деле, если в энергетической системе нет строгого критерия качества, а имеются лишь предположения о желаемом ходе процесса, то строго оптимального решения здесь и не нужно отыскивать, а следует исходить из определенной стратегии управления развитием системы, находя эту стратегию с помощью методов кибернетики.

При исследовании развивающейся энергетической системы иногда вводится понятие энтропии состояния ее установок. Это понятие может быть использовано в качестве характеристик надежности при проектировании системы в целом, а также при проектировании действия противоаварийной автоматики, оценке сложности системы управления и т. д. Ряд исследований, проведенных в этом направлении, указывает на то, что подход к сложной задаче проектирования средств управления развивающейся энергосистемой в аварийных условиях также может быть облегчен при использовании кибернетических понятий и методов. Однако методы кибернетики вообще, и в энергетике в частности, вовсе не являются чем-то уже совершенно новым, открытым на пустом месте. Учение о кибернетике создавалось как подведение итогов и накопленных данных и как результат правильной оценки возможностей вычислительных машин. Подход к кибернетике электрических систем непосредственно вытекает из рассмотрения энергетики как большой сложной развивающейся системы. Кибернетический подход был в сущности заложен более 50 лет назад в плане ГОЭЛРО (см. § В-1). В этом плане, конечно, не было и не могло быть современной терминологии, оперирующей понятиями «большая система», «кибернетическая система», но от этого не меняется принципиальная оценка плана ГОЭЛРО как единого плана, охватывающего многочисленные подсистемы, составляющие экономику страны. Таким образом, понятие «кибернетика электрических систем» является логическим развитием ряда ранее высказанных теоретических концепций.

§. В-7. ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ РАЗВИТИЕМ И ФУНКЦИОНИРОВАНИЕМ БОЛЬШИХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ*

При управлении энергетическими системами единая задача оптимизации разделяется, при достаточно ясно очерченных границах, на целый ряд задач, относящихся к различным этапам

* См. Астахов Ю. Н., Веников В. А., Головицын Б. И. и др. Характеристика и взаимосвязь задач управления Единой электроэнергетической системой СССР. «Энергетика и транспорт», 1970, № 6.

времени. Целесообразно выделить при этом пять задач * (1) долгосрочное прогнозирование развития системы на 20—30 лет вперед; 2) краткосрочное прогнозирование или перспективное проектирование развития системы на 10—20 лет вперед; 3) перспективное планирование развития системы на 5—10 лет вперед; 4) хозяйственно-диспетчерское управление развитием системы на 1—2 года; 5) оперативное управление системой в пределах одного года. Перечисленные временные этапы различаются целями, достоверностью исходных данных и, как следствие, методическими подходами к решению в ряде случаев одних и тех же задач.

Все временные этапы не должны быть жестко связанными с определенными сроками. Управление развитием электроэнергетических систем должно быть скользящим. Однако следует выделять этапы, связанные с периодами народнохозяйственного планирования.

На этапе долгосрочного прогнозирования определяются наиболее целесообразные, основные направления развития системы и технического прогресса в разработке и создании ее основных, главных элементов. На этапе краткосрочного прогнозирования определяется структура развития системы и разрабатываются принципы и методы управления ее режимами. На этапе перспективного планирования составляется перспективный план развития генерирующих мощностей, определяется схема основных электрических сетей и производится выбор средств управления системой. На этапе хозяйственно-диспетчерского управления составляется годовой план управления развитием и эксплуатацией системы. На этапе оперативного управления составляется краткосрочный план управления системой и осуществляется текущее управление ее работой.

Выполнение работ на различных временных этапах связано друг с другом требованиями непрерывного и взаимно согласованного развития. Существенная особенность решения проблемы — необходимость разработки вопросов управления системой еще на стадии долгосрочного прогнозирования ее развития.

Учет условий управления режимами работы системы отражается на выборе типа электростанций, структуры и пропускной способности электрических сетей. Так, размещение генерирующих мощностей должно учитывать решение задачи регулирования параметров режима в нормальных условиях и покрытия пиков электрической нагрузки, а также необходимость обеспечения достаточного резерва для компенсации аварийного снижения мощностей в различных районах системы.

Структура основной сети должна учитывать удобство разделения системы или выделения отдельных ее районов. Такое разделение может потребоваться, например, в аварийных случаях с целью локализации происшедшей аварии или в предвидении возможных

* Такое деление не общепринято. Иногда выделяют три вида прогнозирования (долгосрочное, среднесрочное и краткосрочное) или прогнозирование и планирование и т. д.

аварийных ситуаций (разделение в узлах системы, к которым при-
мыкают слабые связи).

При формулировании задач, решаемых на различных временных этапах, необходимо учитывать:

1) непосредственную взаимосвязь задач по оптимизации развития любых электроэнергетических систем (ЭЭС) и общенергетической системы СССР (топливно-энергетического хозяйства) как на уровне страны, так и на уровне районов. Эта взаимосвязь определяется, в основном, количеством, видами и режимами получения энергетических ресурсов, а также потребностями и режимами расходования электроэнергии и тепла, поступающих от ТЭЦ в различные годы и в различных районах страны. Особенность учета этих связей заключается в том, что они могут определяться с различными погрешностями, характеризующими рациональную детализацию изучения;

2) принципиальную разноплановость задач, входящих в проблему управления ЭЭС. Эти задачи могут быть разделены на структурные, режимные и задачи выбора параметров основных элементов системы. Структурные задачи решаются при оптимизации общенергетической системы и ЭЭС на 10—20 лет. К ним относится выбор типа, мощности, районов размещения и очередности сооружения основных электростанций и линий электропередачи. Решением режимных задач определяются оптимальные, допустимые и аварийные режимы системы. На этапе краткосрочного прогнозирования эти задачи выступают как вспомогательные, корректирующие решения, принимаемые в структурных задачах. Наоборот, на этапе хозяйственно-диспетчерского и оперативного управления системой режимные задачи являются определяющими. Задачи выбора оптимальных технологических параметров отдельных элементов системы относятся к управлению ЭЭС лишь косвенно. Они решаются при однозначно или вариантно заданных внешних связях с системой. Обычно при управлении развитием системы имеется множество допустимых параметров режима и системы, которые можно полагать заданными вариантно;

3) содержание задач и их детализацию, различаемую не только на временных этапах, но и на территориальных уровнях. Изучение ЭЭС как целого, заведомо предусматривает на том же временном этапе приближенное рассмотрение объединенных и районных электроэнергетических систем и отдельных объектов. Последующее их изучение предусматривает уточнение первой задачи и проводится с учетом выявляющихся здесь обратных связей.

Управление ЭЭС, таким образом, определяется последовательным (часто независимым) решением отдельных задач и последующим уточнением полученных решений. Эти задачи решаются как на основе централизованно производимых расчетов, так и на основе многочисленных совершенно независимых расчетов, выполняемых разнообразными организациями. Для последних должна быть создана система количественных критериев, предусматривающих получение в таких независимо решаемых задачах результатов, соответ-

ствующих оптимуму, по меньшей мере, для системы и, в идеальном случае, — для народного хозяйства. В качестве одного из таких критериев иногда принимают «закрывающие затраты» на разные виды энергетических ресурсов и электроэнергию.

Основными исходными данными, достоверность которых существенно различна при различных временных уровнях решения проблемы, являются: темпы технического прогресса в энергетике и смежных отраслях; показатели потребления электрической и тепловой энергии; графики электрических нагрузок узлов системы; данные энергоресурсов и возможных темпов их использования; технико-экономические показатели и технические характеристики электростанций, электропередач, средств управления и автоматизации (в том числе повреждаемость элементов системы); темпы строительства энергетических объектов.

Неполная достоверность и степень детализации данных предопределяет вероятностный и многовариантный характер задач. Важно подчеркнуть, что получение исходных данных составляет предмет исследований, также входящих в рассматриваемую проблему.

Долгосрочное прогнозирование развития системы. Этот этап развития ЭЭС в основном осуществляется в рамках общеэнергетической системы (при оптимизации топливно-энергетического баланса). Здесь выявляются объективные закономерности развития энергетики и ее технического прогресса; выясняются наиболее вероятные изменения потребностей в электрической и тепловой энергии, а также в основных видах энергетических ресурсов при различных прогнозах их производства.

Важнейшей задачей долгосрочного прогнозирования развития ЭЭС, органически связанного с долгосрочным прогнозированием общеэнергетической системы, надо считать оценку: 1) вероятных темпов технического прогресса в производстве электроэнергии с помощью как существующих, так и новых термодинамических циклов при различных прогнозах получения отдельных видов энергетических ресурсов; 2) вероятных темпов технического прогресса в передаче электроэнергии; 3) необходимых ресурсов (капиталовложений, затрат основных материалов и оборудования, энергетических и трудовых ресурсов, ежегодных денежных расходов), обеспечивающих принятые темпы роста производства и передачи электроэнергии.

На этой основе определяется круг главных научных проблем, экономических разработок, проектно-исследовательских и экспериментальных работ, подлежащих выполнению для реализации принимаемых прогнозов.

Для оценки энергетики 2000 г. необходим обоснованный прогноз развития: а) атомной энергетики и ее технического прогресса, в том числе и для производства тепловой энергии; б) установок с МГД-генераторами и парогазовыми циклами на газовом, твердом топливе и атомной энергии; в) техники передачи электроэнергии постоянным током; г) техники передачи электроэнергии на переменном токе напряжением 1000—1800 кВ; д) техники передачи электроэнергии,

использующей явления сверхпроводимости и возможности передачи энергии по волноводам; е) возможностей применения расширения областей использования электроэнергии, как двигательной силы на транспорте.

Главным методом долгосрочных прогнозов надо считать экспертную оценку, основанную на выявлении количественных проявлений объективных закономерностей развития экономики и энергетики страны и их технического прогресса, а также на общей интуиции.

Все сказанное выше относится к прогнозированию на период 25—30 лет вперед. Вместе с тем важны уточненные прогнозы на 15—20 лет вперед, которые во многом могут помочь обоснованию ряда тенденций, выявляемых при краткосрочных прогнозах. По-видимому, для этого следует применять в основном приемы и методы, используемые при краткосрочном прогнозировании, но существенно укрупненные.

Краткосрочное прогнозирование развития системы. Этот временной этап — основной для решения структурных задач развития и выбора принципов управления ЭЭС, что определяется реальными сроками, проходящими от принятия решения до ввода на полную производительность основных энергетических объектов. Поэтому на данном этапе уже должны сочетаться разные территориальные уровни изучения ЭЭС.

Первый уровень — изучение перспективной структуры ЭЭС в рамках комплексной оптимизации общеэнергетической системы. Цель этой оптимизации заключается в определении: 1) общих решений развития топливно-энергетического хозяйства как элемента единой системы народного хозяйства; 2) оптимальных пропорций развития единых систем — электроэнергетической, газо-, нефте- и углеснабжающей.

В итоге такой оптимизации определяется зона наиболее вероятно оптимальных вариантов развития структуры ЭЭС, характеризующих ввод мощности различных типов электростанций по отдельным районам страны, вид энергетических ресурсов, используемых на этих электростанциях, назначение и пропускную способность межрайонных линий электропередачи. На этом этапе районные и объединенные ЭЭС рассматриваются весьма укрупненно.

Вторым уровнем является оптимизация развития собственно ЭЭС. Этот, условно говоря, «отраслевой» подход появляется после того, как укрупненно установлены и оптимизированы те внешние связи, которые позволяют выделить ЭЭС СССР из общеэнергетической системы для последующего уточненного изучения. К таким внешним связям относятся: укрупненно определенное общее производство электроэнергии по стране в целом и приближенно распределенное потребление электроэнергии по отдельным системам; приближенно определенный отпуск тепла, поступающего от ТЭЦ; количество энергетических ресурсов, выделяемых для электростанций по отдельным ЭЭС, и их ориентировочное распределение по сезонам года.

Основная цель изучения ЭЭС, как отраслевой системы, на 10—20 лет вперед, может быть сформулирована в виде ряда следующих задач:

1) выбор основной электрической схемы ЭЭС (постоянный ток различных напряжений, переменный ток напряжением выше 500 кВ, межрайонные вставки постоянного тока и др.) и иерархии ее электрических связей с рассмотрением электростанций мощностью 1500 Мвт и выше;

2) изучение перспективных нормальных и основных межсистемных аварийных режимов с целью выявления требуемого уточнения ранее принятого развития структуры системы;

3) разработка принципов и методов управления режимами ЭЭС, а также методов сбора, обработки и передачи информации как для управления режимами, так и для хозяйственного управления ЭЭС (обмен планово-экономической информацией);

4) выявление материальных ресурсов, необходимых для развития ЭЭС на рассматриваемый период;

5) определения заданий на разработку основного оборудования, средств управления режимами и средств осуществления сети информации.

Изучение ЭЭС на втором уровне связано с уточнением режимов электропотребления по отдельным системам, выявлением вероятного участия ТЭЦ в их структуре, а также уточнением режимов теплопотребления и использования ТЭЦ по электрическому графику. Следует учитывать сложную взаимосвязь и взаимное влияние результатов оптимизации общеэнергетической и отраслевых систем, что вызывает в ряде случаев необходимость их параллельной вариантной проработки.

Третий уровень отвечает уточненному анализу развития отдельных объединенных и районных электроэнергетических систем. Такой анализ необходим для согласования развития районных общеэнергетических систем при уточнении потребностей в электроэнергии. При этом детализация проводится более полной, чем при изучении ЭЭС страны; например, при этом уточняются такие локальные задачи, как планирование развития централизованного теплоснабжения, ТЭЦ, уточнения используемых энергетических ресурсов и т. д.

На этом уровне управления развитием ЭЭС необходимо определить оптимальную структуру отдельных районных систем, включая схему и параметры основной электрической сети, схему размещения крупных электростанций, их параметры и основное оборудование, график распределения резерва генерирующей мощности, а также уточнить методы управления нормальными и аварийными режимами системы. На этом же уровне должны быть определены материальные ресурсы, необходимые для развития данной системы.

Следует иметь в виду, что в ряде случаев по итогам уточненной оптимизации районных систем должны корректироваться решения, ранее принятые для ЭЭС в целом. Поэтому внешние связи ЭЭС с районными общеэнергетическими системами должны отрабатываться и определяться особенно тщательно.

В итоге краткосрочного прогнозирования развития ЭЭС формулируются задания на проектирование отдельных входящих в нее объектов.

Перспективное планирование развития системы. На этом временном этапе основным является изучение объединенных и районных ЭЭС как хозяйственных объединений. Целью перспективного планирования районных систем является уточнение: 1) энергетических ресурсов, выделяемых данной системе; 2) сроков строительных и проектных работ, а также сроков ввода в эксплуатацию основных объектов системы; 3) балансов электрической и тепловой энергии, годовых и характерных суточных графиков нагрузки; 4) необходимой пропускной способности отдельных линий электропередачи; 5) схемы электрической сети системы и ее параметров на 5—10 лет, принятых на предыдущем временном этапе, а также показателей надежности и размещения резервов генерирующей мощности; 6) вопросов управления режимами системы, размещения средств управления в нормальных и аварийных условиях ее работы и проектирования; вопросов проектирования местной информационной сети; 7) количества всех видов материальных ресурсов, необходимых для развития системы.

Основной проектной работой, на базе которой составляется пятилетний план развития системы, надо считать разработку проектов развития: а) электрических сетей ЭЭС; б) распределительных электрических сетей городов и сельских местностей, обслуживаемых системой; в) сетей теплоснабжения городов, входящих в сферу действия системы.

Результатом выполнения этого этапа является, таким образом, подготовка материалов для включения в пятилетние и годовые планы строительства энергетических объектов. Выполнение настоящего этапа характеризуется существенно более высокой достоверностью исходных данных, что определяет возможность значительно более тщательного анализа системы.

Хозяйственно-диспетчерское управление развитием системы на 1—2 года. Управление развитием системы на этом этапе решается на различных территориальных уровнях (энергетические объекты). Формулировки задач при этом будут принципиально теми же. Детализация изучения системы на различных территориальных уровнях достигается различной степенью эквивалентирования. Основными задачами хозяйственно-диспетчерского управления являются: 1) прогнозирование графиков электрической и тепловой нагрузки по районам (узлам) системы для различных временных интервалов в течение года; 2) составление годовых диспетчерских графиков сработки — заполнения водохранилищ ГЭС и их каскадов; 3) распределение резервов и выбор схемы коммутации основной сети на основании анализа надежности и определения оптимальных режимов в нормальных условиях работы системы; 4) составление годового графика ремонтов основного оборудования; 5) разработка рекомендаций по использованию средств управления на один год; 6) уточнение рекомендаций по очередности ввода в эк-

сплуатацию элементов системы, а также по началу строительства новых объектов.

Результатом выполнения этого этапа является составление годового плана развития и эксплуатации системы, включающего определение начала строительства новых объектов. Чтобы решить вопрос о начале сооружения крупных объектов (мощных электростанций, дальних электропередач сверхвысокого напряжения), строительство которых требует длительного времени (3—5 лет), необходимо рассматривать систему на очередной пятый год. Такое требование определяется тем, что эта перспектива уже не охватывается утвержденным пятилетним планом.

Оперативное краткосрочное управление системой. На этом этапе в пределах одного года решаются задачи управления по месяцам, неделям и суткам. Задачи оперативного управления состоят в основном в уточнении и конкретизации рекомендаций, полученных при решении первых пяти задач предыдущего временного этапа. Отличительная особенность этого этапа — выделение в качестве самостоятельных задач управления текущими режимами работы системы в нормальных и аварийных условиях. Эти задачи должны решаться в темпе работы ЭЭС. В связи с этим большое значение приобретает выполнение многочисленных расчетов (стационарных режимов, устойчивости, токов коротких замыканий) для нормальных, ремонтных и других конкретных условий работы системы.

§ 1-1. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

В решениях XXIV съезда КПСС дан глубокий анализ опыта коммунистического строительства в нашей стране, намечены пути дальнейшего экономического и социально-политического развития советского общества. Вопросам экономики в настоящее время приходится уделять особое внимание всем инженерам. Сама экономическая наука развивается и совершенствуется. Она прошла большой путь творческого развития. Сейчас она представляет собой, по существу, целую систему наук. Ядро этой системы образует политическая экономия социализма, дающая наиболее широкое теоретическое обобщение исторического опыта планомерного строительства нового общества в нашей стране и других социалистических странах. На теоретической основе политической экономии развились конкретные специальные и отраслевые экономические науки, органически соединяющие теоретический анализ с прикладными решениями общих народнохозяйственных и специальных отраслевых проблем. При этом характерно, что заниматься экономическими проблемами в тех или иных аспектах приходится не только специалистам-экономистам, но и специалистам-техникам, работающим во всех отраслях народного хозяйства, во всех отраслях техники. Поэтому специалисты в области электрических систем вообще и кибернетики электрических систем, в частности, должны иметь представление о методах прогнозирования. Задача прогнозирования — сложная, комплексная, уже потому, что сама природа современных производительных сил такова, что их развитие находится в прямой связи с успехами естественных и технических наук. В социалистическом обществе общественные науки играют все более активную, преобразующую роль. Среди них экономическая наука выделяется тем, что она изучает экономический базис общества, развитие социалистических производственных отношений непосредственно в их взаимодействии с ростом производительных сил. Поэтому экономическая наука призвана своими исследованиями активно участвовать в решении практической задачи соединения огромных возможностей разветвляющейся научно-технической революции с преимуществами социализма. А это — ключевая проблема строительства коммунизма и экономического соревнования социализма с капитализмом. В самом деле, необходимо учитывать, что прогресс в технике, как бы он ни был важен, все же не самоцель. Даже к.п.д. той или иной установки еще не явля-

ется полной ее характеристикой. Полные характеристики могут быть получены только с учетом экономики. В настоящее время техника может решать многие задачи большого масштаба: перегораживать моря, поворачивать течения рек и т. д. Но перед их решением прежде всего возникает вопрос, а сколько это будет стоить? За счет чего это будет сделано? Приходится уделять очень большое внимание, в связи с необходимостью такой оценки, будущему: проводить прогнозирование и планирование. Поэтому не случайно, что и XXIV съезд уделил большое внимание* вопросам прогнозирования и планирования. «С плановым ведением хозяйства..., — подчеркивается в отчетном докладе ЦК КПСС, — неразрывно связаны все успехи нашей социалистической экономики. От качества планирования в значительной мере будут зависеть и ее будущие достижения. Вот почему его совершенствование должно и впредь находиться в центре нашего внимания».

Необходимость повышения научного уровня планирования диктуется условиями современного этапа экономического развития страны, новыми масштабами народного хозяйства СССР, созданием мощного экономического потенциала. Под воздействием научно-технического прогресса и роста потребностей общества ускоряются преобразования в сфере материального производства, сфере обращения и в отраслях обслуживания. Расширяются ассортимент и номенклатура выпускаемой продукции, сокращаются сроки ее обновления, увеличивается количество связей между отраслями, усложняется техническая переналадка производства. Все это повышает требования к быстрому внедрению в производство достижений науки и техники, усиливает роль государственной политики в области структурных сдвигов, необходимых для решения важнейших экономических и социальных задач. Становится обязательной оценка различных вариантов отраслевых и региональных программ развития.

Оказывается особенно необходимым более глубокое, конкретное и всестороннее изучение закономерностей создания материально-технической базы коммунизма, ее качественных и количественных критериев, закономерностей процессов ее строительства. В. И. Ленин учил, что коммунизм немыслим без техники, построенной по последнему слову новейшей науки, без повышения производительности труда. Это особенно верно теперь, когда мы подошли к рубежу, на котором необходимо определить генеральное направление технического развития социалистического производства, выработать на длительный период стратегию комплексной механизации и автоматизации производства, сосредоточивая усилия на создании материально-технической базы коммунизма. Вкладывая в это огромные средства, необходимо достаточно точно рассчитывать, каким должен быть производственный аппарат будущего общества, как лучше использовать преимущества плановой системы хозяйст-

ва в строительстве экономики коммунизма. Этого нужно не просто достигнуть, а достигнуть наилучшим — наиболее экономичным — путем.

Прогнозирование и планирование в технике. В условиях современной научно-технической революции, в условиях быстрого прогресса во всех отраслях науки и техники, и особенно в отраслях, связанных с энергетикой, при планировании и проектировании приходится учитывать, как в будущем пойдет развитие данной отрасли техники, взаимодействующих с ней отраслей производства, промышленности. Это в свою очередь, конечно, зависит от того, как будет идти развитие науки. Для правильной оценки мероприятий по развитию энергетики, выбора направлений исследовательских работ и проектных разработок, подлежащих форсированию, установления способов получения и передачи энергии, на которые следует ориентироваться, необходим ранний прогноз. Необходимость этого объясняется тем, что развитие отраслей промышленности, в том числе энергетики, идет в условиях научно-технической революции огромными, еще невиданными в истории человечества, темпами. Ошибки в использовании научно-технической информации и неправильные наметки построения будущих систем в энергетике приводят к весьма печальным последствиям:

1) неправильной оценке технического прогресса и ошибочной оценке возможностей развития отраслей промышленного производства и соответственно науки, поскольку наука в условиях научно-технической революции сливается с производством. При этом не наилучшим образом используются имеющиеся ресурсы и не достигается наибольшая отдача вложенных средств. С этим приходится сталкиваться довольно часто;

2) влиянию промышленного производства на природу, которое наносит невосполнимые или трудно восполнимые ущербы биосфере. Под биосферой понимается все то пространство, в котором существует все живое;

3) упущениям в развитии современной техники и обеспечении ее уровня, что приводит к потере приоритета в международном плане и дает определенный отрицательный политический и оборонный эффект. Например, если бы в свое время не были поставлены научные и технические исследования по расщеплению атома, то страна не имела бы своевременно для обороны атомной бомбы;

4) нарушению последовательности развития сооружаемых объектов. Предположим, например, что построена мощная ГЭС, но не закончены еще заводы (например, алюминиевые), потребляющие энергию, и достаточно мощные электропередачи, передающие при малых потерях энергию на большое расстояние; однако имеются передачи относительно низкого напряжения, направляющие энергию ГЭС в отдаленные точки системы. Это приводит к тому, что стоимость энергии в системе, в которой работает ГЭС, не падает, как должно было быть, поскольку ГЭС дает очень дешевую энергию, а наоборот, растет, так как передача энергии по маломощной линии от ГЭС приводит к большим потерям энергии. Кроме того,

* Л. И. Брежнев. Отчетный доклад ЦК КПСС XXIV съезду КПСС. Политиздат, 1971, стр. 83.

оказывается омертвленным капитал. В самом деле, средства на строительство ГЭС были вложены раньше, чем их надо было бы вложить и они, следовательно, не были использованы в другой отрасли, где они дали бы эффект. Другой пример — в каком-то районе строится электропередача низкого напряжения и спустя очень короткий промежуток времени пропускная способность этой передачи оказывается недостаточной: опять-таки неправильным было прогнозирование развития данного района и неправильно выбрано напряжение. Здесь возможны решения, которые в свое время широко принимались во Франции, где для электропередач ставили опоры на 400 кВ, но временно подвешивали провода на 220 кВ с тем, чтобы потом не тратить лишних средств при увеличении пропускной способности передачи.

Приведем другие примеры. Строится плотина, в результате чего меняется режим реки; этот изменившийся режим реки приводит к изменению уровня грунтовых вод и, возможно, — к засолению плодородных земель. Таким образом, вопросы сооружения плотины и использования земли тесно связаны и не учитывать это — значит делать ошибку.

Мощная тепловая станция или завод с мощными котельными располагается так, что зола и различные ядовитые отходы по «розе ветров» попадают на жилые массивы и в определенную часть суток падают на город. Есть города, где из-за этого обстоятельства население отказывается жить в удобных домах, предпочитая жить далеко за городом и ездить на работу.

Таких конкретных примеров можно было бы привести очень много.

Вопросы прогнозирования — это разновидность проблемы управления, которое невозможно без предвидения, а вопросы управления промышленностью в целом, и энергетикой в частности, превращаются сейчас в науку, причем в важнейшую науку, от правильности — надежности — выводов которой зависит очень и очень многое.

Управлять (и предвидеть) нужно так, чтобы это предвидение не было односторонним, ограниченным, чтобы оно соответствовало реальному развитию процессов и явлений, учитывало их закономерности.

Советские специалисты, стоящие на марксистских, ленинских позициях, творчески применяют общие принципы диалектического и исторического материализма к вопросам прогнозирования. Всестороннее исследование факторов во всех их связях и опосредованиях, рассмотрение явлений в их противоречиях, раскрытие материальных ситуаций и соотношений с разных точек зрения, — таков перечень требований, которые заключаются в марксистско-ленинском подходе к общественным, социальным событиям и явлениям. Предвидение будущего — это один из важнейших элементов человеческого познания природы и общества.

В прогнозировании технологических процессов необходимо заглянуть в социальные процессы, посмотреть, как они будут раз-

виваться, оценить, как явления природы будут сочетаться с технологическими процессами. Объективный мир диалектичен по своей сути, поэтому здесь и необходим подход с разных точек зрения. Любой процесс, связанный с перечисленными здесь задачами, нестатичен — он развивается и изменяется так же, как развиваются общественные явления. При этом в процессе развития всегда имеются остатки прошлого и зачатки будущего. Поэтому изучение любого объекта требует ответа на вопрос, что с этим объектом было, что есть и что будет. Это «было», «есть» и «будет» сливается в едином анализе, используемом при прогнозировании. Предвидение и прогнозирование с точки зрения общих, философских позиций, выступают необходимым звеном научно-технического познания, звеном, которое обусловлено динамическим характером объективной действительности и объективным, диалектическим отражением ее в сознании человека.

Постижение грядущего свойственно человеку, человеческому обществу только на достаточно высокой ступени развития. В принципе это одна из главнейших функций любого исследования. Научное исследование — это и есть умение предвидеть протекание процесса. В этом смысле прогнозирование является высокой формой научной деятельности. В настоящее время прогнозирование — научное предвидение — становится необходимым для разных областей человеческой деятельности. Как научное направление оно вовсе не родилось с появлением «футурологии» — «науки о будущем», как это утверждает ряд западных ученых. В действительности К. Маркс, Ф. Энгельс, В. И. Ленин уже давно создали стройное учение о закономерностях развития общества. История показала, сколь обоснованными оказались общие предвидения основоположников марксизма-ленинизма, разумеется не касавшихся различных технических деталей. Но даже в более узком смысле — определении перспектив научно-технического прогресса и экономического развития — составленный В. И. Лениным «Набросок плана научно-технических работ» и разработанный по его инициативе и с его участием план ГОЭЛРО оказались первыми образцами научного прогнозирования и впервые в истории явились основой государственных планов.

Прогнозирование научно-технического прогресса и развития экономики — это исследования их будущего. Оно имеет для нашего государства важное значение. «Мы должны располагать научными прогнозами по развитию каждой отрасли промышленности, чтобы вовремя дать дорогу передовому, прогрессивному, знать, в каком направлении разрабатывать план», — подчеркнул тов. А. Н. Косыгин в своем выступлении в Госплане* (март 1965 г.). Отраслевое прогнозирование, в частности интересующее нас «энергетическое» на далекую перспективу (2000 г.), требует общего и многовариантного прогноза развития всей экономики страны.

* См. также А. Н. Косыгин. Повышение научной обоснованности планов — важнейшая задача плановых органов. «Плановое хозяйство», 1955, № 4.

За рубежом отраслевым прогнозированием занимается огромное количество частных фирм. Большинство из них составляет прогнозы по узким вопросам, обслуживая промышленные корпорации, но имеются крупные институты и комиссии, главным образом при академиях наук и правительственных органах. Прогнозы составляются и по широкому кругу социологических проблем, природным ресурсам, науке и технике.

Управление и предвидение соответственно, а значит, и прогнозирование, т. е. управление в широком понимании вообще, а применительно к задачам энергетики в особенности, всегда рассматриваются в двух аспектах: территориального и временного развития.

Территориальное развитие означает, что энергетика, или, точнее, энергетическая система, как-то изображенная графически на плоскости, рассматривается на различно расположенных по территории страны (района) участках. Здесь могут быть выделены станция, передача, подсистемы и объединенные системы. Отдельно должно изучаться функционирование шахт, систем топливоподачи и т. д. Разрезая по территории единую систему энергоснабжения страны, получаем то, что выше было названо территориальным аспектом или, как иногда говорят, разрезом. При этом подход к объединенной системе в целом по сравнению с подходом к отдельной станции должен быть методически другим; однако здесь будет и много общего, поскольку все задачи преследуют одну и ту же цель.

Временной аспект отражает различный подход к управлению системой. *Первый временной аспект* — это прогнозирование развития энергетики. Самый основной, самый большой, серьезный и вместе с тем самый неопределенный вопрос — это прогнозирование на весьма отдаленное будущее (25—40 лет). Прогнозирование развития энергетики требует прежде всего оценки необходимого количества энергии. Здесь же возникает вопрос и о том, как получить эту необходимую энергию? Может быть в будущем надо отказаться от ГЭС или от ТЭС? Может быть целиком перейти на атомные электростанции (АЭС) или МГД-генераторы; может быть появятся топливные элементы? В зависимости от результатов этого прогноза надо решать вопрос о вложении средств в научно-технические работы, проводимые в тех или иных направлениях. Прогнозирование должно содержать анализ развития потребления энергии в промышленности, сельском хозяйстве, быту, транспорте. Например, в США в 50-х годах не было ни одного дома с электрическим отоплением. А сейчас имеются десятки миллионов домов, отапливаемых электричеством. В связи с неправильными прогнозами такое развитие оказалось неожиданным для энергосистем США, испытывавшим большие трудности. В частности, возникли трудности покрытия пиков нагрузок, связанные с развитием электроотопления. Однако приходится считаться и с тем, что новая технология, изменяя характер потребления энергии, может вызвать уменьшение его вместо ожидаемого увеличения. Очень важно прогнозирование раз-

вития способов передачи энергии на большие расстояния. Ориентироваться в будущем на постоянный ток или, может быть, на лазерную передающую систему? Все эти вопросы входят в прогнозирование развития электрических систем.

Оценка развития дается не только на 25—30, но и на 50, а иногда даже и на 100 лет. Но и при этом научное прогнозирование не переходит на угадывание, а остается анализом, достаточно обоснованным методически. Имеется большое количество методов прогнозирования. Эти методы предусматривают анализ, исходящий не только из данного состояния науки, техники и ее возможного развития, но и учитывающий активное вмешательство человека в прогнозируемый процесс развития. Мощная техника заставляет особенно тщательно относиться к прогнозированию в смысле влияния на биосферу, помня, что здесь ошибки в оценках будущих путей развития исследуемых процессов приводят к многим печальным последствиям, рассмотренным ранее.

Возникают вопросы; прогнозирование на какой срок является научным? Когда прогнозирование переходит в прожектёрство? Можно ли выдвинуть такой критерий: прогнозирование на какой-либо заданный срок может быть научным, если уже во время составления прогноза необходимо вмешиваться в процесс развития, для того чтобы этот прогноз выполнялся?

Рассмотрим этот и другие вопросы, переходя к задачам энергетики. Прежде всего заметим, что прогнозирование требует учета социальных факторов, потому что нельзя прогнозировать развитие энергетики без учета того, где и как будут развиваться промышленность, где будут города. Требуется решение не только технико-экономической проблемы строительства станций или сети, но и решение связанных проблем биосферического, социального, демографического (размещение населения) характера. Таким образом, прогнозирование энергетики является большой, комплексной задачей государственного масштаба. Какой смысл в прогнозировании, если оно оперирует факторами будущего, отталкиваясь от настоящего? Будущее всегда не очень определено! Оказывается все же, что при достаточно строгом подходе результаты прогнозирования неплохо подтверждаются. Например, прогнозы 1906 г., опубликованные в свое время в печати, оправдались к настоящему времени на 70—75%, прогнозы 1915—1920 гг. — на 80%. Ошибки общего научного прогнозирования (не только в области энергетики) не так уж велики. Например, в 50-х годах американская фирма «Рэнд корпорейшен», исходя из анализа тенденций развития и опроса большого числа специалистов, прогнозировала на 60-е годы такие научные достижения, как осуществление операций с искусственным сердцем, доставку летательных аппаратов на Луну, запуск спутников с человеком, применение топливных промышленных элементов, осуществление вертикального взлета самолетов, использование противоракетных систем, применение газовых турбин. Соотношение дальности прогноза, в годах,

его обоснованности, степени экономической конкретизации, в условных единицах, можно характеризовать рис. 1-1.

В то же время можно заметить, что отдельные специалисты часто высказывали ошибочные прогнозы. Например, в 1878 г. Уильям Пирс (главный инженер почтового ведомства Великобритании), рассматривая патентное предложение Эдисона относительно электрической лампочки, сказал, что электрический свет в домах — это явное заблуждение, полный абсурд, этого никогда не будет. Проф. Пиккеринг в 1910 г. заявил, что летающие машины никогда не смогут проноситься над океаном, хотя в 1909 г. Блерио уже пролетал Ла-Манш. Генрих Герц в свое время заявил, что

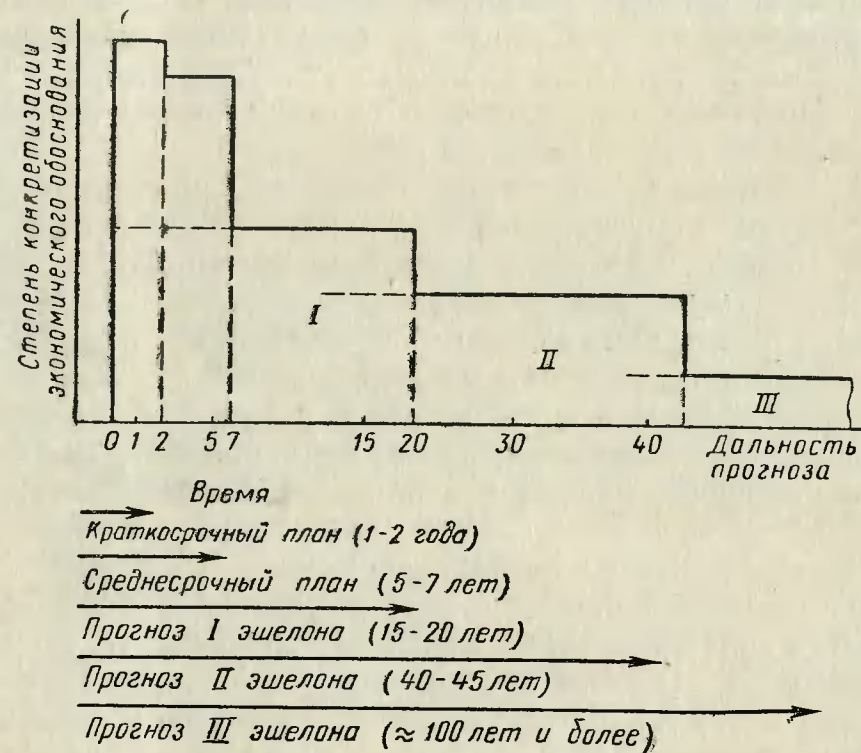


Рис. 1-1

электромагнитные волны не найдут никакого практического применения. Уже в наше время фирма IBM, получив неправильный прогноз в отношении использования магнитных дисков, отказалась от их производства. Другая фирма начала выпускать диски, совершенствуя этим свои машины, и фирме IBM стоило больших усилий «задушить» эту фирму и взять выпуск магнитных дисков в свои руки.

Таким образом, ошибки в прогнозировании в капиталистических условиях влекут за собой колоссальные убытки для фирм, теряющих при этом свои преимущества и даже разоряющихся. Разумеется, что при прогнозировании больших технико-экономических задач приходится учитывать и политические ситуации.

Второй временной аспект — это оптимизация при планировании развития энергосистем. Здесь речь может идти о меньших сроках:

5, 7, 10, 15-и годах (меньше 25—30 лет). При планировании оперируют с более реальными данными, чем при прогнозировании. Планирование на пятилетку основывается на уже имеющихся разработках, а не на тех, которые еще только намечаются к реализации. Проблему сужают так, чтобы ее можно было математически формулировать и решать, в то время как при прогнозировании математические формулировки не всегда удается полноценно сделать.

Факторы, не входящие в математические формулировки, а таких факторов бывает очень много, при планировании вводят как ограничения или дополнения, не участвующие в процессе анализа. Можно привести такой пример. Когда решался вопрос о строительстве Нурекской ГЭС (лет 20—25 назад) некоторые специалисты полагали, что ее строить несвоевременно. Это было доказано ими технико-экономическими расчетами. Но сооружение этой станции имело демографическое, социальное и политическое значение и ее строительство было начато. Таким образом, не только чисто технические факторы влияют на решение задач большого масштаба. Можно привести и ряд других примеров, когда решения связаны не только с техническими и экономическими, но и демографическими, политическими, социальными и оборонными вопросами (например, расположение крупных станций, водохранилищ и т. д.).

Вопрос о разнице между прогнозированием и планированием очень сложен. Задачи прогнозирования и планирования, несмотря на известную общность, математически формулируются различно и различно решаются. Однако разница эта имеет тенденцию уменьшаться, потому что при прогнозировании новых разработок, новых материалов, новых конструкций приходится заглядывать в будущее, которое будет выполняться, реализоваться не очень быстро. И правда, электромотор с момента его изобретения внедрялся 60 лет, телефон — 50 лет, магнитофон — 40 лет, застежка-молния — 30 лет, нейлон — 11 лет, рентгеновский аппарат — 18 лет, телевизор — 15 лет, радар — 15 лет, но ядерный реактор — уже только 5 лет, а солнечная батарея — 2 года. Все эти новые разработки имели довольно большие сроки внедрения (исключение составляют чулки с черной пяткой и мини-юбки, которые, если их считать изобретением, в течение полугода были уже внедрены!). Можно, однако, заметить, что сроки внедрения все время сокращаются. Это значит, что разница между задачами прогнозирования и планирования уменьшается. Поэтому первый временной аспект — прогнозирование, и второй временной аспект — планирование, различны, но имеют тенденцию сближаться.

Третий временной аспект — это краткосрочное планирование и проектирование, предусматривающее развитие в пределах двух-трех лет.

Четвертый временной аспект — это годовое, сезонное планирование, когда планируют работу на год, на сезон. Далее идет месячное и недельное планирование, когда работа системы и электростанции может планироваться на месяц или на неделю (**пятый**

аспект). Последний, *шестой аспект* — это суточное, часовое и возможно «мгновенное» планирование и соответственно оптимизация распределения мощностей*. Таким образом, устанавливается шесть временных аспектов. Территориальных аспектов может быть сколь угодно много. Все зависит от поставленной задачи — ведь можно «разрезать» большую систему и по отдельной станции, и по подстанции, линии, отдельной системе района, объединенной системе страны и т. д. Например, недавно была поставлена задача создания трансконтинентальной линии, которая соединила бы континенты: Азию (Сибирь, с ее мощными источниками энергии) и Западную Европу (Францию). Такая трансконтинентальная линия позволила бы иметь выигрыш в пиковой мощности**, поскольку разница во времени между Сибирью и Францией составляет 8 часов. Энергия, которая совершенно не нужна в Сибири ночью, в это время необходима, чтобы покрыть пик нагрузки, во Франции. При рассмотрении такой передачи можно говорить о трансконтинентальном разрезе. Таким образом, территориальные аспекты могут быть самыми различными.

Прогнозирование по своим целям и методам определенным образом отличается от планирования. В то же время все виды планирования, т. е. временные аспекты, имеют много общего и прежде всего оптимизацию.

Оптимизация. В задачах энергетики оптимизация — это стремление математически выразить и сформулировать наилучшие по тем или иным соображениям условия работы системы, представив их в виде некоторой целевой функции, для которой математическими приемами можно найти экстремум.

Общим для всех практических решений оптимизации является наличие неполной исходной информации. В этих условиях неполноты надо принимать обоснованные решения. При планировании фактор неполноты информации действует в меньшей степени. В самом деле, при суточном планировании и соответствующей оптимизации работы ГЭС, ТЭС и всей системы на сутки имеем дело с более достоверной информацией, хотя и она все равно вероятностная, изменяющаяся.

При прогнозировании информация о будущей системе, ее объеме, конечно, меньше, чем информации о существующей, работающей системе. В работающей системе степень достоверности на несколько порядков выше, чем в прогнозируемой системе, но это не значит, что она и там абсолютно достоверна, так как при сборе информации, ее обработке исходные данные изменяются. Даже для функционирующей системы приходится, по сути дела, оперировать вероятностными характеристиками. Эти характеристики детерминированными можно считать только условно. Например, характеристики котлов в процессе эксплуатации все время меняются уже хотя бы потому, что меняется теплопроводность трубок в

* К сожалению, нет четкости в терминологии; в литературе иногда называют прогнозированием расчет режима на следующие сутки.

** Вопрос экономичности такой передачи здесь не рассматривается.

котлах (появляется накипь и т. д.). Таким образом, имеем дело с переменными, вероятностно меняющимися, характеристиками, но часто рассматриваем их как детерминированные.

Существенное различие при планировании и прогнозировании имеется в способах переработки информации, в математических приемах ее использования, которые меняются при оценке режимов во всех шести временных аспектах.

В задачах первого аспекта, т. е. в задачах прогнозирования, главное — это нащупывание путей, по которым надо идти, определение количественных показателей, оценка вложений для развития той или иной отрасли, того или иного направления. Например, возникает вопрос: куда вкладывать деньги — в МГД или сверхмощные генераторы? Какие должны быть сверхмощные генераторы? К 2000 г. мощность генераторов должна достигать 6000 Мвт. Насколько это верно? Если верно, то именно над этим надо работать, чтобы к 2000 г. иметь такие генераторы. А для этого нужно вложить средства в разработку этих генераторов и не дать средства на что-то другое. Аналогичный вопрос возникает и применительно к электропередачам. Куда вкладывать средства? Ориентироваться ли на линии передачи со сжатым газом, проложенные в трубах, на криогенные передачи, или на передачи постоянного тока? В вопросах, куда и какие средства вкладывать, важно не ошибиться, правильно оценить будущие возможности. Это — главная задача прогнозирования.

Задачи второго и третьего временных аспектов — это задачи планирования, распределения капитальных затрат на конкретное строительство, когда общие, главные пути развития намечены и надо решать, когда, что строить? Куда, как вложить в первую очередь средства, в какие сроки начать, в какие сроки пустить, каким образом согласовать между собой сроки строительства и ввода отдельных объектов?

В задачах планирования обычно довольно уверенно оперируют с экономическими и техническими данными, хотя неполнота и вероятностный характер информации и здесь осложняют задачу. В задачах четвертого и шестого аспектов на первое место выдвигается вопрос о том, как лучше вести эксплуатацию, чтобы с минимальными расходами удовлетворить потребность в энергии нужного качества и нужного количества. Вопрос ставится так — есть функционирующая энергосистема и надо так ею управлять, чтобы отдать потребителю заданное количество энергии нужного качества. При этом получение энергии должно быть реализовано в самом дешевом варианте для системы в целом. Надо так загрузить источники генерирования, чтобы потери в них и в сети были наименьшими. Опять-таки математически задача сводится к тому, чтобы найти минимум целевой функции, характеризующей стоимость энергии, отданной потребителю, или соответственно максимум целевой функции, характеризующей выпуск полученной энергии. Таким образом, находятся условия, когда можно меньше затратить средств, топлива, человеческого труда. Однако при этом

на математические формулировки накладываются ограничения. Объясняется это тем, что к чисто экономическим соображениям добавляются всевозможные ограничительные факторы, не отраженные в целевой функции. Например, сейчас в США стоимость энергии увеличилась более чем на 50%. Появилась нехватка энергии, но не из-за того, что на континенте совсем нет топлива. Это связано прежде всего с тем, что в ряде штатов были приняты законы об ограничении использования загрязненного топлива (с большим количеством золы, серы и т. д.). Увеличилась потребность в высококачественном топливе, в результате чего появилась возможность повысить цены на топливо. Это было сделано энергетическими компаниями и привело к увеличению стоимости энергии, отдаваемой потребителю*. Из этого примера видно, как одновременно проявляются ограничения, связанные с законодательством, и действует стремление к наживе, являющееся самой характерной чертой капиталистической системы. Поэтому задачи оптимизации энергоснабжения приходится решать при все возрастающем количестве ограничений. Они осложняют математическое решение и в какой-то мере ведут к сближению задач прогнозирования, планирования и оптимизации текущего режима, относящихся к задачам управления. Вопросы управления и прогнозирования находятся у нас в центре внимания. Им уделялось много места на XXIV съезде КПСС. Совершенствование управления, как говорил Л. И. Брежнев в отчетном докладе, — не разовое мероприятие, а динамичный процесс решения проблем, выдвигаемых жизнью. Напомним, что совершенствованию управления посвящен специальный раздел в директивах по плану девятой пятилетки, ведущие плановые и научные организации нашей страны ведут прогнозирование добычи ресурсов и потребления (рис. 1-2).

Управление энергетикой можно определить как сознательное, целенаправленное воздействие на большую искусственную систему — энергетику для достижения поставленной цели. Значение управления, которое реализуется во всех временных аспектах развития энергетики для совершенствования и развития ее, очень велико. Такое управление должно осуществляться с применением методов кибернетики, обеспечивающих такое положение, когда воздействия, целенаправленно проводимые в определенной зависимости от внешней среды, обеспечивают оптимальное достижение поставленной цели**. При этом оптимизация управления предполагает оптимизацию прогнозирования, развития и планирования.

Говоря об оптимизации, надо заметить, что в социалистической народнохозяйственной системе наиболее эффективным является

* Книга написана до так называемого «энергетического кризиса».

** Слово «оптимизация» происходит от латинского слова «оптимус», что означает некое положение, состояние, развитие, наиболее соответствующее желательным условиям по сравнению с другими. Само по себе понятие «оптимально» без пояснения, по каким условиям оно определено, не существует, хотя его иногда и применяют, заменяя им слово «хорошо», что, конечно, неправильно.

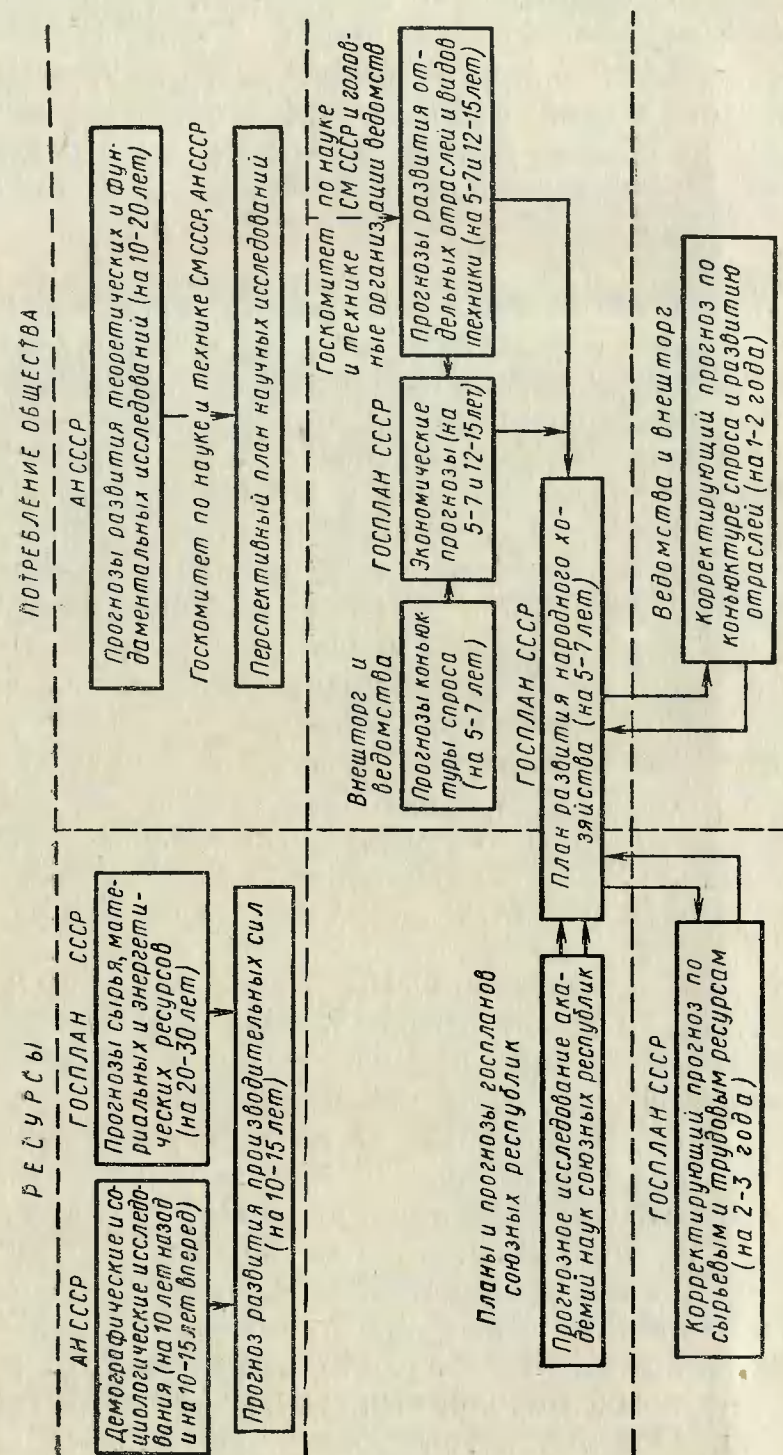


Рис. 1-2

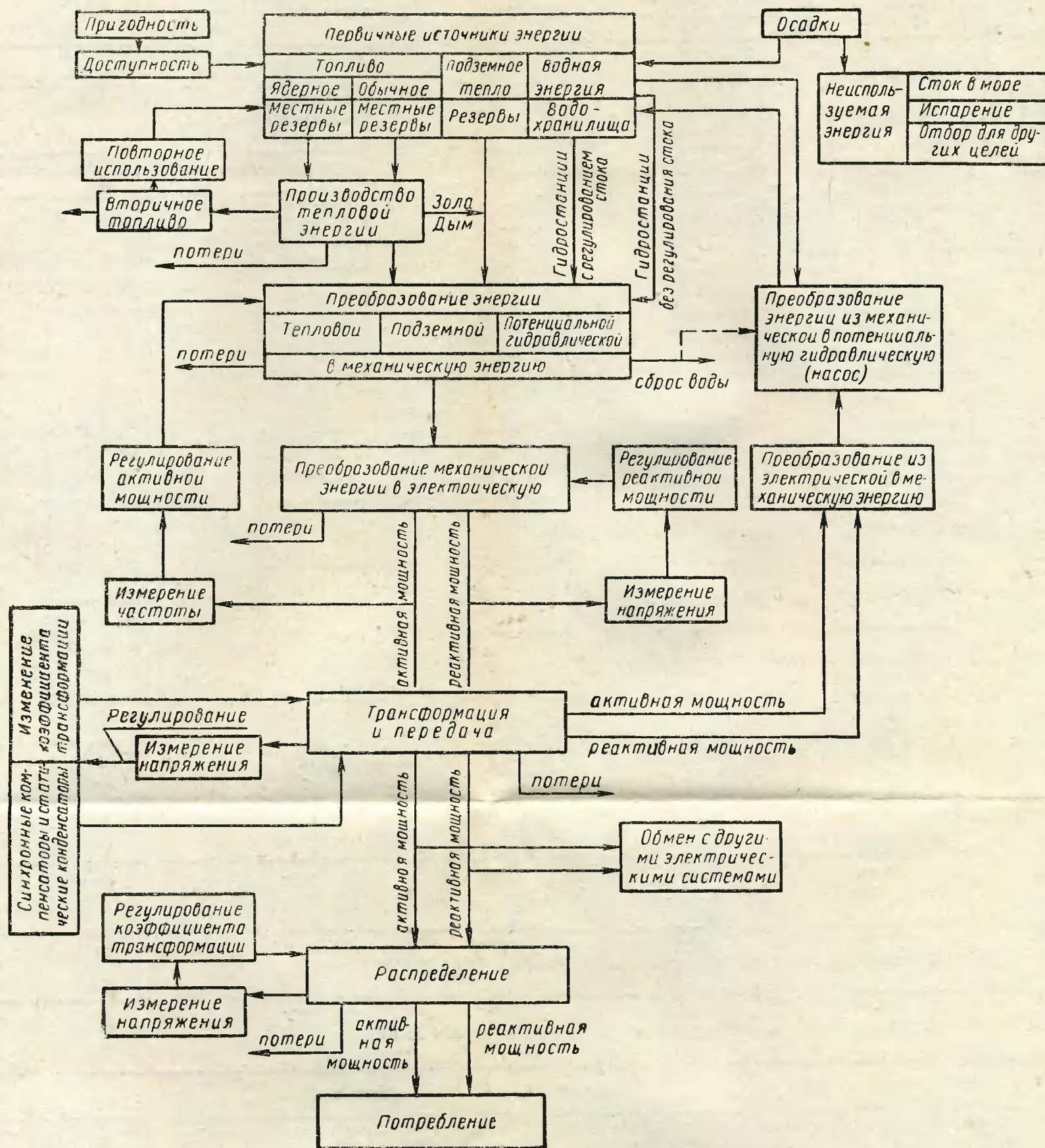
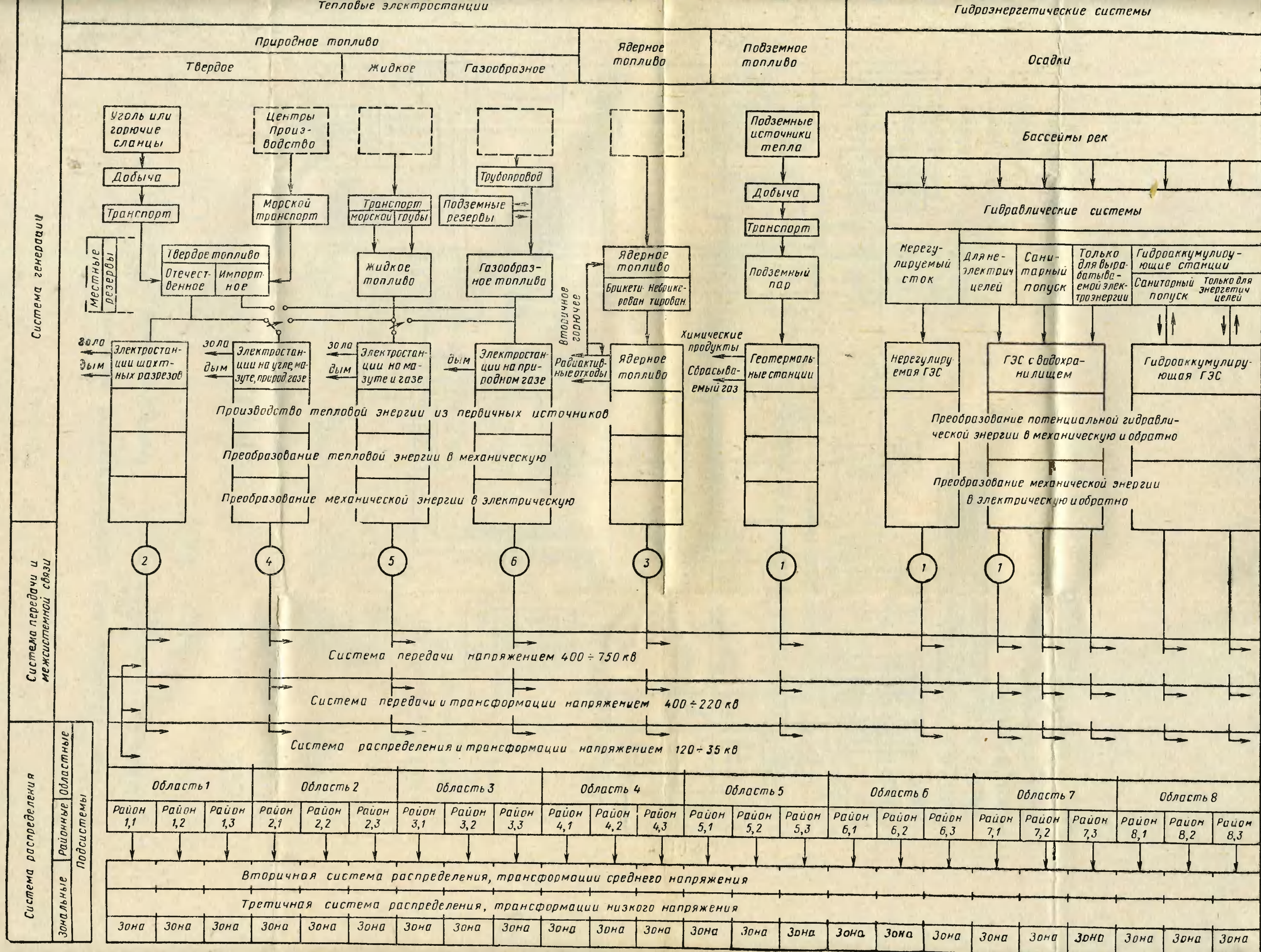


Рис. 1-4



тот вариант, который обеспечивает функционирование и развитие социализма как общественной системы, т. е. тот вариант, который способствует решению социальных задач, стоящих перед обществом, поставившим определенную цель, а именно, — наибо́льшее создание коммунистического общества. Вообще говоря, возможность приближения к этой цели и есть главнейший показатель оптимальности в наших условиях. Но показатель этот довольно сложно применить в практической текущей работе. Нужны другие более конкретные частные показатели, кроме главного, который лежит в основе нашего развития, но не может быть использован непосредственно, для того чтобы вести текущее прогнозирование, планирование и, тем более, текущее проектирование и эксплуатацию.

В капиталистическом мире управление хотя и основано на стихии рынка, однако можно заметить, что и буржуазия способна подчас эффективно управлять отдельными предприятиями, концернами, даже и в международном плане. Существуют объединения отраслей промышленности, в том числе и по энергетике разных стран (например, Канады, Италии и Франции частично). Такого рода мощные, эффективно действующие объединения создаются для решения задач сверхвысокого напряжения. Например, в Италии (в Милане) исследуются опытные опоры, которые потом сооружаются в Канаде. Следовательно, осуществляется управление производством в международном плане. Определенные способности капиталистической системы и опыт управлений отраслями промышленности надо изучать и учитывать, хотя подлинное и полное научное управление обществом и общественным производством несовместимо с экономической основой капитализма, при котором частная собственность на средства производства не может не порождать анархию в плане общественного производства в целом.

В нашей стране для решения такого рода задач имеются большие возможности, но при этом возникают и свои трудности. В частности, некоторые из них связаны с тем, что показатели эффективности, которыми пользуются для конкретных расчетов, не всегда могут дать правильные результаты, будучи слишком узкими, а показатель эффективности для социалистической системы в целом является слишком общим, когда речь идет о конкретных условиях. Так, например, трудно оценить с точки зрения обычных количественных показателей экономического характера эффективность мероприятий оборонного характера; зачастую трудно оценить социальные и политические эффекты, которые получаются от тех или иных мероприятий, намечаемых в техническом прогнозировании. Поэтому в условиях нашей страны существует много факторов, много ограничений, не говоря уже о тех факторах, которые связаны с влиянием на биосферу и т. д.

Со всем этим инженеру уже приходится и придется сталкиваться все в бо́льшей и бо́льшей степени. Переходя к конкретным вопросам прогнозирования, сделаем несколько замечаний, уточня-

ющих сформулированные ранее общие понятия. Энергетическую систему можно представить так, как это показано на рис. 1-3, где жирные сплошные линии означают силовые и топливные связи, тонкие сплошные — управление, а штриховые — информационные связи. При анализе собственно энергосистемы многочисленные связанные с ней внешние системы, в совокупности образующие общеэнергетическую систему, будут рассматриваться как окружающая среда. При этом структуру получения и использования энергии можно характеризовать схемой, показанной на рис. 1-4 а, территориальное распределение энергии — схемой, показанной на рис. 1-5. Говоря о кибернетическом управлении развитием систем, будем

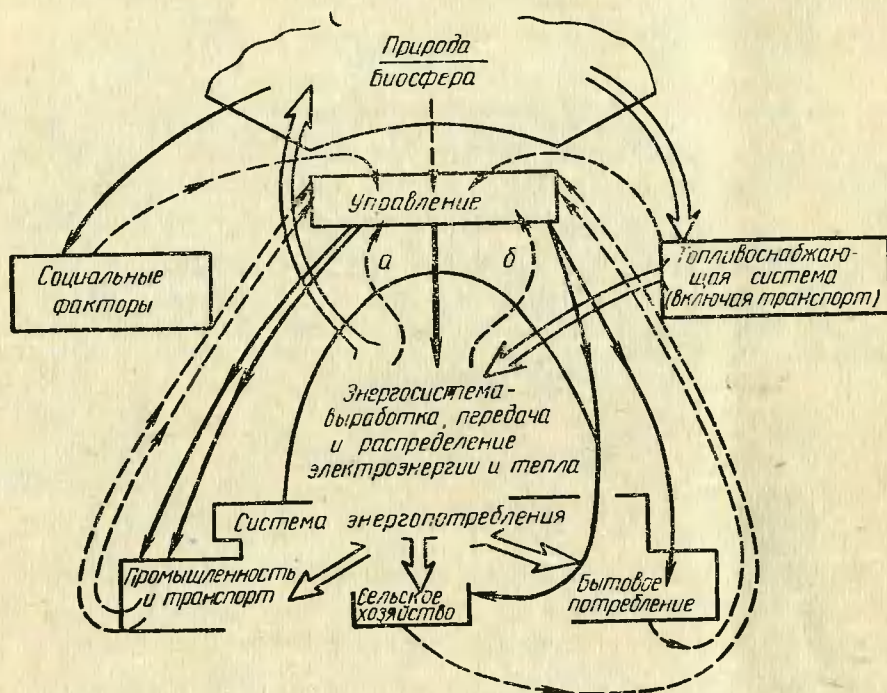


Рис. 1-3

рассматривать не просто изолированную энергосистему, которая должна наиболее экономично выработать какое-то количество энергии, а систему, которая должна при выработке этой энергии обеспечить работу с учетом всех влияющих факторов, создаваемых окружающей средой. Учет влияния среды отражает кибернетический подход в целом.

Расшифруем различные уровни системы. На рис. 1-6 показаны различные уровни, отражающие иерархию системы* в разрезе страны, района, узла и предприятия. У страны существует общая энергетическая система, развитием и функционированием которой надо управлять, причем надо управлять оптимально, в том широком смысле, как было сформулировано выше.

В показанной иерархической структуре (рис. 1-6) существуют вертикальные связи соподчинений, показанные сплошными линия-

* Предложена акад. Л. А. Мелентьевым.

ми, и горизонтальные связи взаимодействий, показанные штриховыми линиями.

Общая энергетическая система страны (рис. 1-6) состоит из системы собственно электроснабжения, нефтеснабжения, газо- и углеснабжения. Вот, следовательно, четыре подсистемы этой энергосистемы. Развитие любой подсистемы нельзя рассматривать,

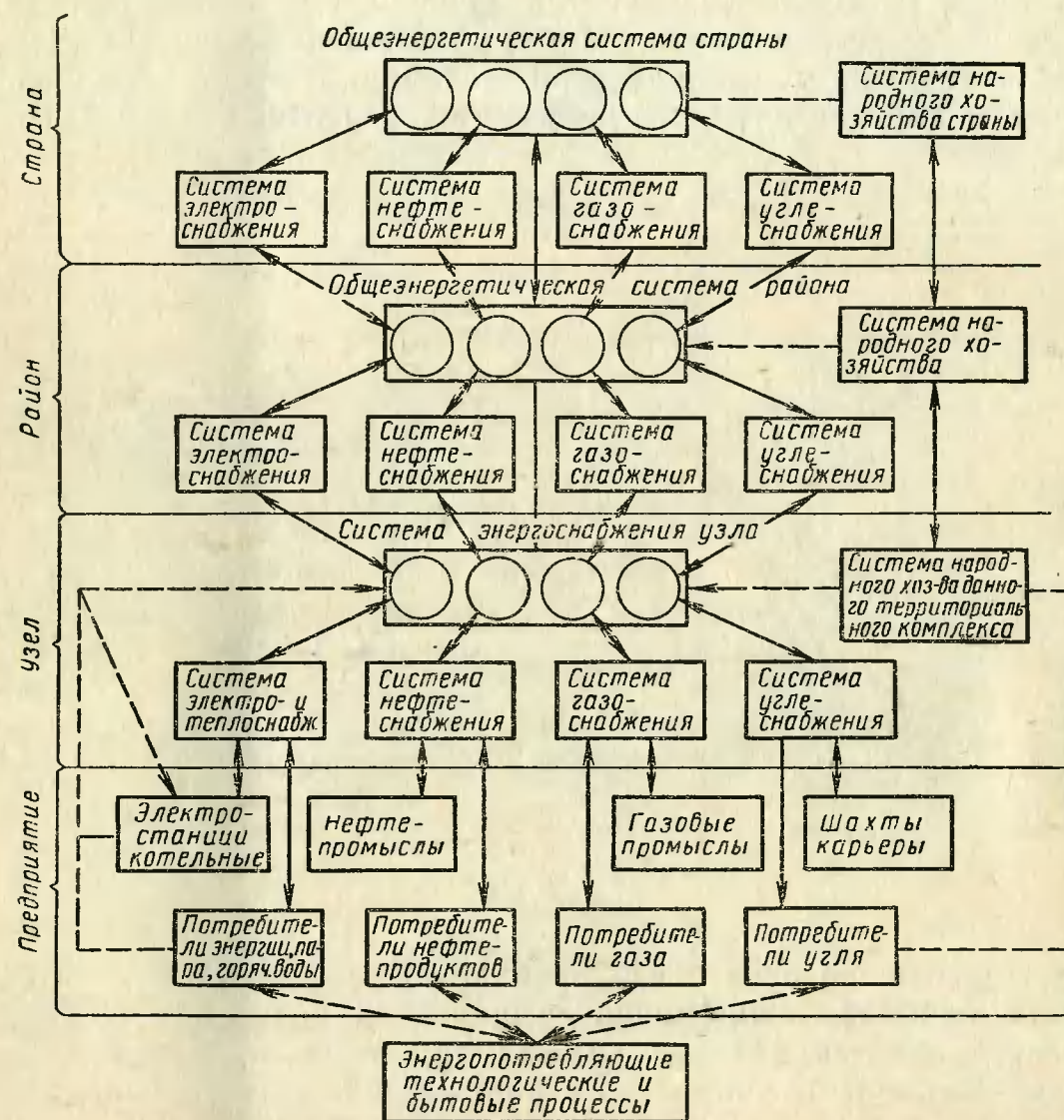


Рис. 1-6

не затрагивая всю систему, так как при этом влияют все те внешние связи с окружающей средой, которые были показаны на рис. 1-3. Далее рассматривается уровень района. Здесь опять имеем дело с общезнергетической системой, однако внешняя связь с окружающей средой выступает в ином плане. Далее рассматривается уровень узла, потом предприятий — это электростанции, котельные, нефтепромыслы, газопроводы, шахты, карьеры и т. д. Иерархия завершается потребителями электроэнергии, пара, горячей воды, нефтепродуктов, газа, угля. Итак, при рассмотрении

выделялись четыре уровня: страны, района, узла, предприятий, производящих и потребляющих энергию. При управлении прогнозированием, планированием и функционированием на всех уровнях надо найти компромиссное решение между условиями, отраженными различными показателями, такими, например, как капиталовложения и текущие издержки производства. Эти показатели математически надо представить так, чтобы они обеспечивали компромиссное решение и оптимизацию главных показателей для работы всей системы в целом, причем для отдельных подсистем «оптимальности» может и не получиться. Обычно оптимизацию представляют как минимизацию или экстремизацию какой-то переменной. Это, в сущности, упрощение задачи. В действительности, существует некоторая многоэкстремальная функция нескольких переменных и поэтому отыскание некоторой точки, отвечающей минимуму одной переменной, есть, конечно, какое-то абстрактное представление и упрощение. Реально интерес представляют область, выделенная в простейшем случае поверхностью, и условия приближения к этой области, реализуемые с огромным количеством различных ограничений. Ограничения как бы рассекают оптимизационную область на отдельные подобласти, которые в большинстве случаев не могут быть определены и выделены на основе точных математических выражений. Они выявляются с помощью тех дополнительных факторов, которые могут в данных условиях оказывать решающее влияние. Но решение, сводящееся к нахождению оптимальной точки, имеет значение прежде всего тогда, когда рассматриваются первые этапы управления. Система экономит при этом топливо, хотя может быть расчеты и делаются не вполне совершенно — не учитывают ряд влияющих факторов. Поэтому значение этих расчетов, даже если они приближены, очень велико. Однако дальнейшие уточнения расчетов обычно дают гораздо меньший выигрыш.

§ 1-2. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Рассмотрим непосредственно конкретные задачи прогнозирования. Вопросы планирования и управления существующей системой, т. е. вопросов оптимизации, функционирования, в этой главе касаться не будем.

Прогнозирование может быть различного рода: может быть прогнозирование развития науки, прогнозирование развития техники и промышленности. Различая их, нельзя в то же время резко делить их уже потому, что в настоящее время разрыв между наукой и производством становится все меньше и меньше. Очень часто научные задачи решаются при проведении исследований в производственных масштабах.

Блестящий пример социально-технического прогнозирования — это план ГОЭЛРО, явившийся научным предвидением с точки зрения социальной и технической. В плане ГОЭЛРО одновременно намечались изменения в промышленности и сельском хозяйстве;

они основывались на развитии энергетики, на развитии электрификации.

Современное прогнозирование в области энергетики в высшей степени необходимо. Приведем некоторые примеры. Ядерная энергетика: рост ядерной энергетики требует прогноза путей ликвидации ядерных отходов, прогноза добычи и потребления ядерного топлива. При учете связи энергетики и биосферы надо иметь в виду, что для охлаждения на тепловых станциях к 2000 г. потребуются увеличение воды, если только не вводить новых конструкций градирен. Если не увеличивать мощность единичных агрегатов на тепловых станциях и ориентироваться только на ту мощность, которая была в предыдущей пятилетке, то под электростанции нужно отвести определенную площадь, равную территории Бельгии. Следовательно, нужны прогнозы использования воды, развития градирен, развития турбогенераторостроения, создания тех материалов и конструкций, которые позволят увеличить мощность агрегатов и повысить их надежность. Если не внести в будущем существенных изменений в схему тепловой станции, то тепло, уходящее с охлаждающей водой, будет примерно равняться всему тепловому потреблению страны, намеченному к 2000 г. Такое количество тепла будет менять не только микроклимат, но и климат больших районов страны. Необходим прогноз этого изменения. Прогнозы возможного загрязнения воды и воздуха дают совершенно чудовищные цифры, указывая на необходимость поиска новых решений для развития энергетических сооружений. Получается, что нельзя прогнозировать только мощность электростанций, нужно еще думать о том, как их по-новому строить, как их в новых условиях использовать. Учитывая все взаимосвязи, кибернетически подходя к проблеме, нужно не просто прогнозировать количественное развитие энергетики, но одновременно искать и новые технические решения. В частности, оказывается необходимо резко увеличивать мощности в одном агрегате. Сейчас уже намечаются агрегаты мощностью по 3000 Мвт, т. е. по три Куйбышевских передачи в каждом агрегате. Но такой агрегат одновременно не должен быть слишком большим по габаритам. Этого требует экономия территории. Трудности, связанные с выбросом горячей (охлаждающей) воды, требуют прогноза относительно применения усовершенствованного замкнутого цикла водоохлаждения, при котором в биосферу не должно выделяться огромное количество тепла. Прогнозирование требует, таким образом, не просто предусмотреть, что нужно сделать столько-то агрегатов на такую-то мощность, а требует одновременно прогноза развития науки, развития техники. При этом прогнозирование требует балансирования между различными многочисленными противоречивыми факторами, причем не только экономического, но и научно-технического характера.

Нужно сказать, что роль научно-технического прогноза в нашей стране оценена и подчеркнута в решениях XXIV съезда КПСС и в

ряде выступлений А. Н. Косыгина, который указал, что необходимо располагать научными прогнозами по развитию каждой отрасли промышленности, чтобы вовремя дать дорогу передовому, прогрессивному и знать, в каком направлении разрабатывать планы. Таким образом, без прогнозирования нельзя вести планирование, создавать планы, а между тем часто делалось и так, что перед созданием планов прогнозирование не было достаточно надежно проведено. Это отрицательно сказывалось на результатах. Только при многовариантном прогнозировании и планировании развития экономики и, следовательно, варианном сопоставлении конкурирующих проектов можно получить действительно оптимальное решение. Между тем были случаи, когда проекты делались так, что для «оптимизации» один вариант сравнивался с другим, который был заведомо хуже.

Для повышения надежности прогнозирования нужно предъявлять унифицированные требования к исходной экономической информации, которая через систему связи идет для учета, анализа, контроля и т. д.

За рубежом число фирм, занимающихся прогнозированием, очень велико. Большинство из них составляет прогнозы по сравнительно узким вопросам, но в США есть фирмы, которые занимаются и прогнозированием развития всей страны в целом, учитывая международные ситуации и соответствующие экономические, военные и политические проблемы, которые при этом возникают.

В настоящее время для всех задач прогнозирования характерна ориентация на 2000 год. Это сейчас своеобразный рубеж при всех видах прогнозирования для нашей страны и зарубежных стран.

Методы прогнозирования обычно несколько условно разделяются на три вида — экстраполяцию, экспертизу и моделирование. В общей сложности насчитывается около ста методов; останавливаться на всех методах нет возможности. Тем более, что приемы рассматриваемых методов* не так уж жестко разделены и заимствуют многое друг у друга.

Рассмотрим только наиболее характерные.

Метод экстраполяции включает в себя следующие этапы:

- 1) прогнозирование данных о параметрах;
- 2) оценку функциональных характеристик;
- 3) оценку системных и структурных характеристик.

Методы экспертизы распадаются на две группы:

- 1) индивидуальные;
- 2) коллективные (комиссии), включающие группу методов

Дельфи (называемые так по аналогии с мифическим дельфийским оракулом).

* Более подробная классификация методов научно-технического прогнозирования, дающая градацию по классам, видам и группам, приведена на рис. 1-7.

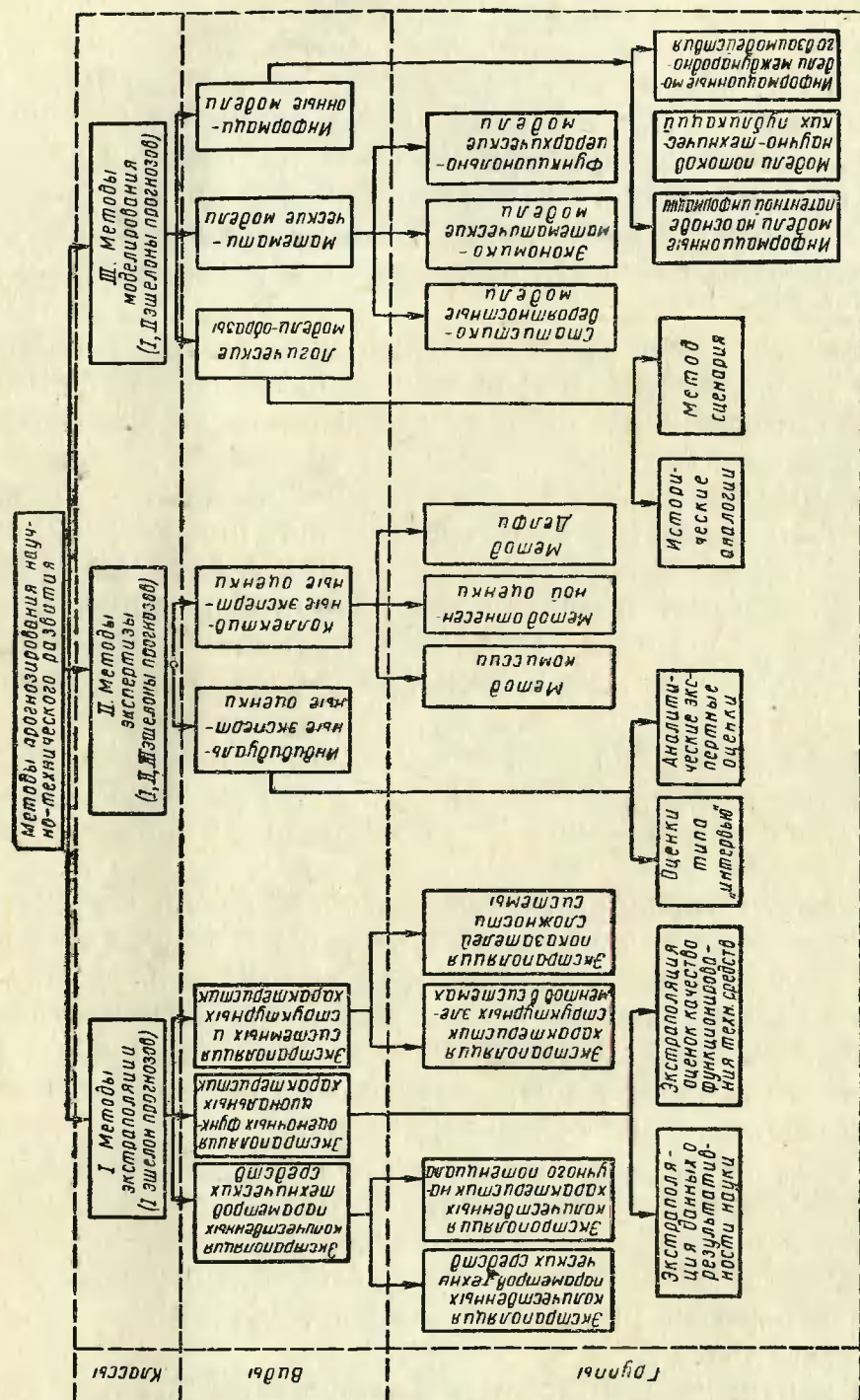


Рис. 1-7

Моделирование делится на логическое; математическое и информационное.

Метод экстраполяции. Этот метод характеризуется тем, что он рассматривает будущее как продолжение настоящего. Прогнозирование по этому методу основывается на переносе событий и состояний, имевших место в течение времени Δt в недалеком прошлом, на будущее (рис. 1-8). К методам экстраполяции могут быть отнесены методы прогнозирования по параметрам и огибающим кривым, а также различные модификации, возникшие в связи с особенностями полиномов, применяемых при экстраполяции. За последнее время метод экстраполяции подвергся существенной критике, поводом к которой явилось сомнение в правомерности переноса событий и состояний из прошлого в будущее. Однако все же считают, что на 12—15 лет с ошибкой $\pm 15\%$, осторожно экстраполируя настоящее, можно предсказать будущее. В большинстве случаев эти прогнозы на 10—15 лет действительно соблюдаются. Например, прогнозирование быстродействия, объема и стоимости вычислительных машин по 1975 г. было проведено так. На каком-то отрезке времени, начиная с 1955 г., было известно изменение показателей цифровых вычислительных машин. Дальше предполагали, что оно пойдет по такой же зависимости, и определяли, каких значений соответствующие величины достигнут к 1975 г. Надо сказать, что прогноз, сделанный таким образом для ЦВМ, на доступном проверке интервале (1955—1971 гг.) хорошо реализовался.

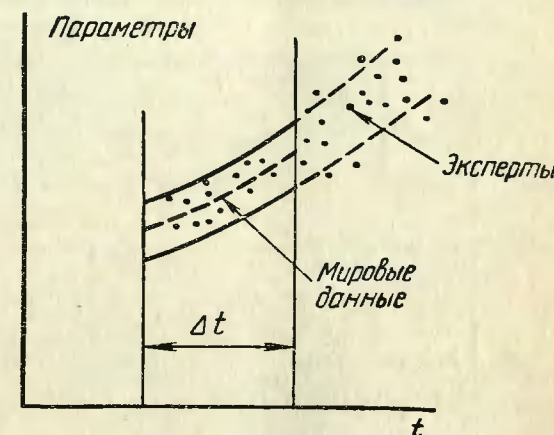


Рис. 1-8

Вообще же говоря замечания о том, что метод недостаточно строг, справедлив, и для повышения его действенности необходимо проникновение в логику развития, в физику явления. В противном случае можно действительно получить абсурдные результаты. Например, экстраполяция, проведенная таким образом показывает, что к 2000 г. число ученых должно быть больше всего населения земли; число искусственных спутников к 1990 г. должно быть больше 1 млн.; скорости транспортных устройств к 1990 г. должны превысить скорость света. Поэтому такое простое экстраполирование, распространенное на длительный срок, не надежно.

Статистика не вскрывает внутренних связей, статистические закономерности не проникают в физику явления. Именно поэтому и нужен дополнительный анализ.

На рис. 1-9 представлен прогноз в качестве примера освоения электромагнитных колебаний для практических задач. Он показывает, что к 2000 г. будут практически пользоваться γ -излучениями, а далее и космическими лучами.

При экстраполяции обычно по одной из осей откладывают время, а по другой — ставят точки, которые отражают уже имеющееся развитие в той или иной отрасли. Далее проводятся экстраполирующие линии, причем порядок экстраполяции должен быть такой:

- 1) составляется гипотеза механизма развития;
- 2) устанавливаются параметры явления, которые подлежат экстраполяции, выбираются их единицы измерения;

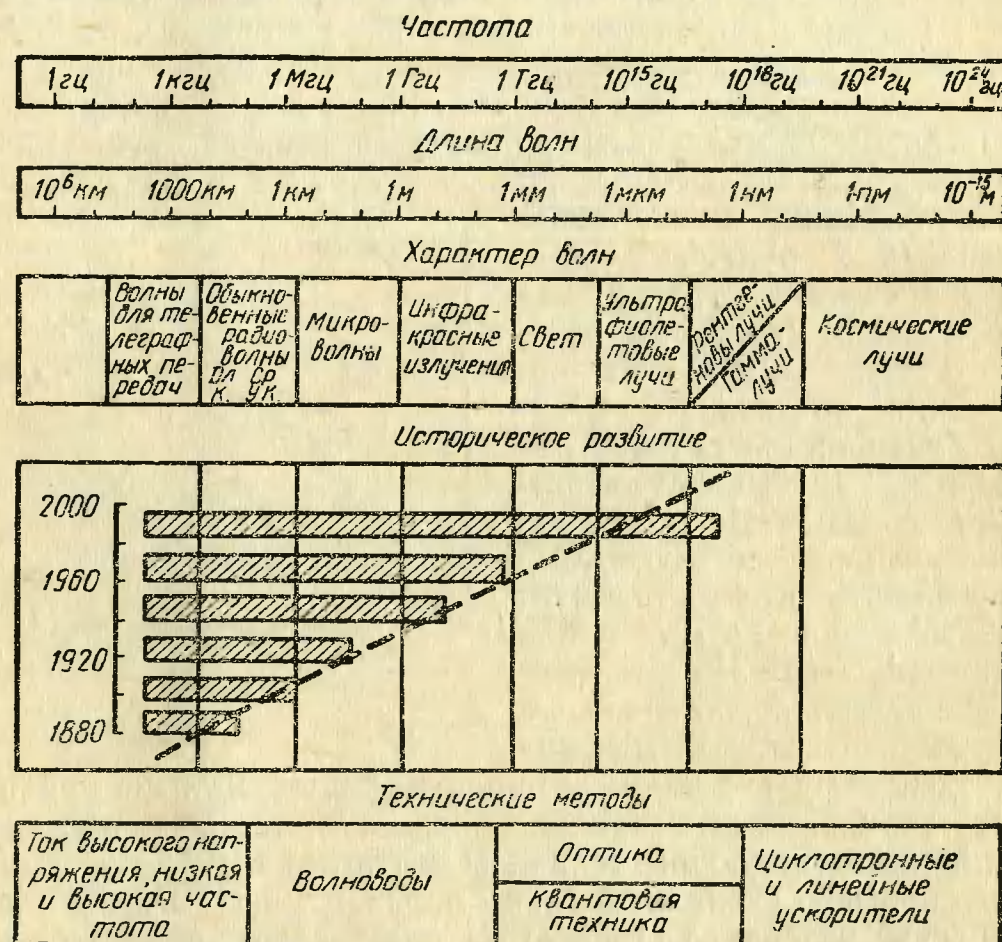


Рис. 1-9

3) собираются и систематизируются данные по установленным параметрам;

4) проводится статистический анализ этих данных и выявляется ход развития изучаемых величин. Для этого обычно на полулогарифмической координатной сетке наносятся значения параметров (на ось с логарифмической шкалой), соответствующие данному времени (время откладывается по оси равномерно). Получается некоторое поле точек. Затем с использованием метода наименьших квадратов строится кривая

$$\ln X = a_0 + a_1 t + a_2 t^2.$$

Такой вид кривой выбирается потому, что обычно она довольно точно описывает подобные явления и в то же время очень проста для вычислений;

5) проводятся вычисления;

6) окончательно принимается решение о выборе пределов экстраполяции. То, что эти пределы надо ограничить, можно показать на ряде примеров (см. стр. 71);

7) критически оцениваются полученные данные с позиций предварительно выдвинутых гипотез о «механизме» развития, так чтобы по окончании работы п. 1 и п. 5—7 соответствовали друг другу.

Подлинно научное отношение к прогнозированию не имеет ничего общего со слепой верой в статистические оценки. В некоторых случаях даже доведенный до абсурда прогноз полезен в том смысле, что он является сигналом о более или менее остро назревающих потребностях в изменении намечающейся тенденции.

В различных методах прогнозирования возникает вопрос о выборе минимального числа факторов, необходимых для достоверного прогнозирования. Некоторую помощь здесь может оказать корреляционный анализ, позволяющий удержать в поле зрения прогнозиста существенные факторы, тесно связанные с изучаемой проблемой, отбросив малозначительные факторы. В качестве критерия этой тесноты связи в математической статистике используется коэффициент корреляции. Различают коэффициенты парной r_{yx} , частной r_{xh} множественной корреляции R .

Коэффициент парной корреляции показывает тесноту связи между главным прогнозируемым признаком y и каким-либо из p параметров $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ (например, x_1) при исключении влияния остальных. Коэффициент частной корреляции характеризует тесноту связи между любой парой параметров $[x_1 = f(x_2); x_2 = f(x_3); x_3 = f(x_4) \text{ и т. д.}]$. Коэффициент множественной корреляции отражает тесноту связи между главным прогнозируемым признаком и несколькими параметрами последовательности $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{p-1}$, вплоть до x_p .

Формулы для определения коэффициентов корреляции приводятся в работах по математической статистике*. Здесь лишь приводятся формулы коэффициентов парной корреляции, используемые в прогностике для определения тесноты связи между главным признаком и каждым из факторов, входящих в совокупность:

$$r_{yx} = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 \sum_i (x_i - \bar{x})^2}},$$

где $\bar{y}, \bar{x}, y_i, x_i$ — соответственно средние арифметические значения и конкретные данные, относящиеся к главному прогнозируемому признаку, а также к одному из факторов (перебираются поочередно все факторы).

При нелинейной зависимости между y и $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ тесноту связи определяет корреляционное отношение

* И. Г. Венецкий, Г. С. Кильдышев. Основы математической статистики. Госстатиздат, 1963.

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m v_j (y_j - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

где m — число интервалов группирования; v_j — число точек, попавших в j -й интервал группирования; $y_i = \sum_{j=1}^{v_j} y_{ij}/v_j$ — среднее значение j -го интервала наблюдений; n — число наблюдений (экспериментальных точек); $\bar{y} = \sum \bar{y}_j v_j / n$ — общее среднее значение признака.

При линейной зависимости оно тождественно коэффициенту корреляции r_{yx} . При нелинейной зависимости

$$\eta^2 > r_{yx}^2.$$

Общим условием наличия тесноты между главным прогнозируемым признаком и соответствующими факторами является приближение коэффициента корреляции или корреляционного отношения к «+1» или «-1». В частности, знак «+» при коэффициенте корреляции указывает на положительную связь прогнозируемого признака с факторами $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$; знак «-» свидетельствует о наличии обратно пропорциональной зависимости.

Если коэффициент корреляции и корреляционное отношение меньше единицы, то связь между y и $x_1, \dots, x_p$ нелинейна. Равенство их нулю не свидетельствует об отсутствии связи между y и $x_1, x_2, \dots, x_p$ или о наличии между ними нелинейной зависимости. Вопрос этот требует дополнительного исследования.

Значения r_{yx} и η существенным образом зависят от объема информации, имеющегося в распоряжении прогнозиста. В связи с этим возникает задача об определении репрезентативности конкретной выборки. Практически эта задача решается путем сопоставления коэффициента корреляции с теоретическим распределением (критерий Стьюдента) t_v . Теоретическое распределение приводится в работах по теории вероятности в зависимости от вероятности возможной ошибки (уровень значимости $\alpha = 0,1; 0,05; 0,025; 0,01; 0,005; 0,001$) и числа степеней свободы $v = n - p - 1$ (n — число наблюдений, p — число факторов). В соответствии с этим условие наличия связи главного признака с соответствующими факторами записывается так:

для больших выборок ($n > 25$)

$$r \sqrt{n-1} / (1+r^2) > t_v;$$

для малых выборок ($n < 25$)

$$r \sqrt{n-2} / \sqrt{1-r^2} > t_v.$$

В общем виде связь между главным прогнозируемым признаком y и факторами $x_1, x_2, \dots, x_p, \dots, t$ записывается так:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^p (a_{1i}x_i + a_{2i}x_i^2 + \dots + a_{ni}x_i^n) + a_mt,$$

где a_0 — постоянный член уравнения; $a_1, a_2, \dots, a_p$ — коэффициенты регрессии при p факторах $x_1, x_2, \dots, x_p$; t — фактор времени; a_m — коэффициент при факторе времени.

Если степени при $x_1, x_2, \dots, x_p$ равны единице, то рассматривается случай линейной регрессии. Случай, когда хотя бы один из членов уравнения имеет показатель степени, не равный единице (и не равный нулю), соответствует нелинейной регрессии.

Если главный прогнозируемый признак зависит от одного фактора, то анализируется однопараметрическая (однофакторная) модель; в противном случае — многопараметрическая модель.

Уравнение регрессии для статистической задачи в линейной многопараметрической форме имеет вид

$$y - \bar{y} = a_1(x_1 - \bar{x}_1) + a_2(x_2 - \bar{x}_2) + \dots + a_p(x_p - \bar{x}_p)$$

или

$$y - \bar{y} = \sum_{i=1}^p a_i(x_i - \bar{x}_i),$$

где $\bar{y}$ и $\bar{x}$ — средняя арифметическая главного прогнозируемого признака и факторов; y, x_i — конкретные значения (наблюдения) для главного признака и соответствующих факторов; p — число факторов.

Эти уравнения получаются из приведенного выше общего уравнения, если все составляющие уравнения выразить через постоянный член

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}_1 - a_2\bar{x}_2 - \dots - a_p\bar{x}_p$$

и сделать соответствующую подстановку в основное уравнение. Из преобразованного уравнения следует, что приращение линейной функции $\Delta y = y - \bar{y}$ пропорционально приращению фактора $\Delta x = x - \bar{x}$ и не зависит от начального значения постоянного члена a_0 . В связи с этим коэффициенты прямолинейной регрессии называются *коэффициентами пропорциональности*; они показывают, на какую величину изменяется среднее значение главного признака при изменении на единицу среднего значения данного фактора при фиксированных значениях остальных факторов. Иными словами, коэффициент регрессии a_i является постоянной величиной для всех значений данного фактора, т. е.

$$a_i = \Delta y / \Delta x = \text{const.}$$

В связи с этим случаю $a_i > 0$ соответствует положительная связь главного признака с соответствующим фактором, а случаю $a_i < 0$ — отрицательная связь.

В наиболее простой форме уравнение однопараметрической линейной регрессии записывается так:

$$y = a_0 + a_1 x.$$

Линия регрессии в этом случае представляется в виде прямой, отсекающей на оси ординат отрезок a_0 (постоянный член уравнения) и наклоненной к оси ординат под углом $\operatorname{tg} \alpha = a_1$.

Задача считается решенной, если определены значения коэффициентов в уравнении общего вида и, в частности, коэффициенты a_0 и a_1 в уравнении однопараметрической линейной регрессии.

Для того чтобы из бесчисленного множества прямых линий на плоскости (эмпирические регрессии) выбрать одну, наилучшим образом соответствующую экспериментальным данным, пользуются способом наименьших квадратов:

$$\sum_i (y_i - \bar{y}_i)^2 = \min,$$

т. е. сумма квадратов отклонений главного признака y (теоретическая регрессия) от текущих (опытных) значений того же признака y_i должна быть наименьшей.

В соответствии с этим два коэффициента однопараметрической регрессии (a_0 и a_1) получаются из решения двух уравнений:

$$\sum_i y_i = n a_0 + a_1 \sum_i x_i; \quad \sum_i y_i x_i = a_0 \sum_i x_i + a_1 \sum_i x_i^2,$$

где n — число точек (объем выборки).

В уравнениях двухпараметрической линейной регрессии решается система трех уравнений и определяются три коэффициента регрессии — a_0 , a_1 , a_2 . Отсюда следует, что число уравнений, необходимых для определения коэффициентов линейной регрессии, находится из соотношения

$$m = n + 1,$$

где m — число уравнений; n — ранг регрессии (однопараметрическая, двухпараметрическая и т. д.).

Довольно часто в прогностике используется криволинейная регрессия, особенно в случаях однопараметрической и двухпараметрической моделей. Необходимость перехода от прямолинейной к криволинейной регрессии определяется величиной V^2 :

$$V^2 = \frac{(n - m_0) \sum_{i=1}^{m_0} v_i (y_i - \bar{y}_i)^2}{(m_0 - p) \sum_{i=1}^{m_0} \sum_{j=1}^{v_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2},$$

где n — объем информации (общее число наблюдений или расчетных данных); m_0 — число интервалов группирования информации; v_i — число информационных источников (точек), попавших в i -й интервал группирования; p — число факторов; $\bar{y}_i$ и y_i — среднее и расчетное значения главного прогнозируемого признака.

Результаты определения V^2 сопоставляются с теоретическим распределением {распределением Фишера — $F(\alpha; m_0 - p; n - m_0)$ }, зависящим от вероятности возможной ошибки (уровень значимости $\alpha = 0,1$; $\alpha = 0,05$ и т. д.), степени свободы $n - m_0$ (числитель) и степени свободы $m_0 - p$ (знаменатель). Следует переходить к криволинейной регрессии, если величины V^2 больше табличных значений $F(\alpha; m_0 - p; n - m_0)$, т. е.

$$V^2 > F(\alpha; m_0 - p; n - m_0).$$

И, наоборот, следует использовать линейные модели в случае, когда

$$V^2 < F(\alpha; m_0 - p; n - m_0).$$

В качестве уравнений криволинейной однопараметрической регрессии используются, как правило, элементарные функции, в частности:

показательная функция

$$y = \exp(a_0 + a_1 x);$$

логарифмическая функция

$$y = a_0 + a_1 \ln x;$$

степенная функция

$$y = a_0 x^{a_1};$$

параболическая функция (однофакторная парабола второго порядка)

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2.$$

Как и прежде, задача регрессионного анализа считается решенной, если в уравнениях регрессии определены коэффициенты $a_0, a_1, \dots, a_n$. Методика определения их базируется на операции линеаризации, в силу которой криволинейные уравнения регрессии приводятся к линейным и, таким образом, задача сводится к предыдущей (линейная регрессия).

Для линеаризации используются обычные приемы, известные из работ, относящихся к методике обработки результатов экспериментальных данных*. Наиболее эффективной оказывается операция логарифмирования. Нетрудно видеть, что все элементарные аппроксимирующие функции приводятся путем логарифмирования к линейной форме. Следовательно, для определения коэффициентов регрессии становится возможным применение метода наименьших квадратов.

Метод экспертных оценок. Для проведения прогноза по этому методу обычно приглашаются наиболее крупные специалисты — эксперты данной области. Правда, существует в отношении этих экс-

* См., например, А. Уорсинг и Дж. Геффнер. Методы обработки экспериментальных данных. «Иностранная литература», 1953.

пертов не очень благоприятная для них формулировка: «эксперт — это специалист, ранее уже совершивший много ошибок». Эксперт должен быть человеком большой интуиции, высокой культуры; кроме того, он должен иметь достаточно большой опыт работы.

При экспертизах применяются индивидуальные и коллективные методы. Коллективные методы можно разделить на методы *комиссий* и *анкет*. При экспертизах по методам комиссий эксперты собираются вместе, методы анкет этого не требуют.

Наиболее известным из методов индивидуальных экспертных оценок является метод, называемый *морфологическим*. По сути дела — это «упорядоченный взгляд на вещи». Цель метода — дать систематический обзор и анализ проблемы, учесть все известные возможности и свойства объекта путем расчленения проблемы.

К недостаткам индивидуальных методов следует отнести невозможность устранения субъективного характера оценок. Коллективные экспертизы в значительной мере снижают этот недостаток.

Одним из путей повышения точности и глубины прогнозов является привлечение к экспертизе коллектива опытных специалистов. Коллективный метод известен как метод комиссий. В настоящее время существует несколько методов работы комиссии. Наиболее распространенными из них являются методы мозговой атаки, допроса и суда.

Метод мозговой атаки в отечественной литературе обычно приводится под названием *метод отнесенной оценки*. Первая часть метода заключается в том, что перед коллективом экспертов, комиссией, ставится проблема, и все члены комиссии по очереди высказывают свои соображения, предложения мнения и т. д. Каждое высказывание может служить отправной точкой для других высказываний. При этом запрещается каким-либо образом выражать свое отношение к любому высказыванию, запрещается всякого рода критика. Мозговая атака длится обычно до полутора часов. Все высказывания записываются на магнитофон. Вторая часть метода заключается в анализе и оценке всех высказываний. Основная идея метода — чем больше высказывается идей, тем больше среди них заслуживающих внимания. Интересно отметить, что название «мозговая атака» больше тяготеет к первой части метода, а название «метод отнесенной оценки» — ко второй, хотя это две неразрывные части одного метода.

Метод допроса заключается в том, что один человек из комиссии отвечает на вопросы остальных членов комиссии. Примерные вопросы заранее составляются и соответствуют специальному алгоритму. Они охватывают широкий круг проблем. Метод основан на свойстве человека устанавливать различные связи и закономерности аналитически, а часто интуитивно, причем это свойство обостряется при своего рода перекрестном допросе.

Метод суда основан на том, что отработанная веками процедура суда оказывается весьма действенной в выявлении и использовании всех даже самых, казалось бы, незначительных факторов в целях установления истины. Метод реализуется следующим образом. За-

ранее подготовленные члены комиссии назначаются «адвокатом» и «прокурором». Они подбирают специалистов по тем или иным вопросам — «свидетелей». Остальные члены комиссии являются «судьями». «Подсудимым» является сама проблема. Процедура аналогична судебному процессу.

Метод анкет позволяет применить математический анализ для обработки экспертных заключений. Наиболее широко известен *метод Дельфи*, впервые примененный американской фирмой «Ренд-корпорейшен» для оценки самых различных событий: развертывания вооружений, выбора той или иной системы вооружений, развития энергетического оборудования и т. д. Метод сводится к следующему. Фирма проводит анкетирование большого количества специалистов данной отрасли. Например, 100—200 специалистов получают анкеты. Анкеты, построенные по определенному принципу, содержат оценки развития какой-то отрасли или каких-то областей. На основании оценок, предварительно обработанных специальными статистическими методами, удается найти лучшие пути решения поставленных задач. Они позволяют достаточно уверенно выявить направления, которые следует принимать за основу в решении данной проблемы.

Далее вырабатывается окончательный результат и выявляются направления развития.

Рассмотрим некоторые примеры прогнозирования подробнее. Прежде всего решим задачу, в которой требуется сравнить n объектов, имеющих оценки по N критериям. По каждому критерию может быть произведена своя оценка:

а) двоичная оценка типа «ДА—НЕТ», определяющая наличие или отсутствие определенного качества;

б) дискретная оценка, принадлежащая заданному конечному множеству оценок;

в) численная оценка, принимающая любые значения в заданном интервале. Отметим, что в вариантах а) и б) оценки могут иметь качественный характер (хорошо — плохо; отличный, хороший, средний и т. д.).

Предположим, что при последовательном рассмотрении объектов имеется возможность определить оценку каждого из них по каждому из критериев, что позволяет представить объект как точку в N -мерном пространстве критериев.

Далее возникает следующая задача: выделить среди объектов лучший, следующий за ним и так далее, т. е. произвести полное упорядочение объектов. Для решения этой задачи во многих случаях необходимо на основе оценок по отдельным критериям получить общую оценку объекта (иначе говоря, «произвести агрегацию оценок»).

Метод теории полезности. Поставленная выше задача иногда решается на основе теории полезности. Хотя этот подход известен давно и многие его положения общепризнаны, число практических применений данного подхода довольно ограничено и далеко не всегда

можно оценить решение, полученное с помощью этого подхода, как «наилучшее».

Методы теории полезности основаны на доказательстве теоремы о существовании скалярной однозначной функции $U(x)$ вектора x и наличии оценок по критериям, позволяющим произвести полное упорядочение объектов. Функция $U(x)$ ставит в соответствие каждому объекту скалярную оценку, после чего задача упорядочения решается очевидным образом.

Большинство авторов считает, что функция $U(x)$ существует при любом способе принятия решений. Напротив, имеется множество мнений и различных теорий о виде этой функции, т. е. о способе агрегации оценок по критериям.

Определенное распространение получила теория аддитивных полезностей, сущность которой сводится к следующему. По каждому из критериев вводится шкала оценок, по которой определяются оценки объектов. Далее находятся постоянные коэффициенты взаимоотношения между различными шкалами (их часто называют «весаами критериев»). Функции $U(x)$ определяются как суммы оценок, умноженных на соответствующие веса (метод взвешенных сумм).

В ряде работ содержится, однако, обоснованная критика данного подхода. Наиболее существенный недостаток метода взвешенных сумм заключается в неограниченной возможности компенсации уменьшения качества по одному критерию увеличением качества по другому. Действительно, в суммарной оценке отдельные критерии «неразличимы» и одна и та же суммарная оценка $U(x) = \text{const}$ соответствует различным случаям соотношения оценок по отдельным критериям. В некоторых возможных случаях могут быть соотношения, абсолютно неприемлемые с точки зрения «здравого смысла» лица, принимающего решения, как, например, в случае с нулевыми оценками по некоторым критериям.

Попытки устранить указанный недостаток, связанный с применением теории аддитивных полезностей, привели к тому, что было предложено множество иных способов определения функции $U(x)$. Среди этих способов можно выделить следующие:

1) введение нелинейных коэффициентов взаимоотношения между шкалами критериев, основанных на зависимости коэффициентов от самих оценок;

2) введение функций $U(x)$, сильно изменяющихся при оценках по отдельным критериям;

3) учет лишь худших оценок по критериям при сравнении объектов (оценки объектов «хорошо» не учитываются).

Каждый из предложенных способов имеет свою область предпочтительного использования, свои достоинства и недостатки, которые обсуждаются в различных работах. Отметим здесь лишь то, что первый способ при значительном количестве критериев требует большого объема вычислительной работы, второй способ не устраняет недостатка метода взвешенных сумм (т. е. возможности компенсации), а третий способ не учитывает всей имеющейся информации.

Независимо от достоинств и недостатков отдельных способов, применение их в настоящее время не играет основной роли в принятии решений, а является лишь способом получения вспомогательной информации. Этот факт определяется самим характером рассматриваемой проблемы.

Цель всех предложенных методов агрегации оценок заключается в попытке рационального решения проблемы в области, достаточно трудной для формализации. В самом деле, многие критерии имеют довольно субъективный характер, возможны различные типы соотношений (линейные, нелинейные) между наилучшей и наихудшей оценками. Факт превосходства одной комбинации оценок над другой зависит иногда не только от самих значений оценок, но и от рассматриваемого множества объектов. Более того, определение превосходства на основе субъективно принимаемых соотношений (шкал) может в ряде случаев противоречить интуиции лица, определившего эти соотношения (шкалы).

Все это указывает на то, что рассматриваемая проблема не носит чисто математического или чисто экономического характера, а включает также психологические аспекты, которые необходимо учесть при разработке новых методов.

Понимание указанных выше особенностей проблемы привело к появлению ряда новых методов агрегации оценок. Основная особенность этих методов заключается в том, что к процессу агрегации оценок привлекается лицо, поставившее задачу и использующее результаты ее решения (лицо, принимающее решение).

Следующая группа рассматриваемых методов применяет математическое программирование при многих критериях, характеризующих изучаемые объекты. В эту группу методов входит метод «Electra», который, используя аналитическую процедуру, позволяет выявить наиболее бесспорные соотношения между объектами. Объекты, сравнение которых связано со значительными трудностями, объявляются на данном этапе решения несравнимыми. Если сравнение этих объектов необходимо для принятия решения, то возможны два следующих подхода к проведению сравнения:

1) задача сравнения ставится перед лицом, принимающим решение;

2) сравнение проводится аналитически и имеет недостатки, близкие к недостаткам способа взвешенных сумм. Различие заключается в том, что в данном случае сравнение проводится последовательно, причем на первых этапах выделяются наиболее бесспорные соотношения, а «произвол» вносится в последнюю очередь. Рассмотрение результатов последовательных этапов позволяет лицу, принимающему решение, найти наиболее объективный вариант решения.

Прежде чем перейти к изложению основных идей упомянутых выше методов, остановимся на способах получения информации, характеризующей условия применения тех или иных методов.

Получение экспертной информации при подготовке и принятии решений. Получение объективной информации в организационных системах управления является

важнейшим условием обеспечения подготовки и принятия обоснованных решений. Так как основными источниками информации в организационных структурах являются люди, то возникла самостоятельная и очень важная задача науки об управлении — задача получения экспертных заключений, мнений и оценок. Эта задача сводится к извлечению объективного мнения из совокупности индивидуальных мнений экспертов. Получение полноценного экспертного заключения по конкретному вопросу невозможно без привлечения владеющих научными методами специалистов, которые знают, как создавать экспертные группы, организовать их работу и из собранных мнений получить окончательный результат.

Экспертиза относится к числу предельно важных и сложных работ и оказывается успешной только при самом серьезном отношении к ней со стороны экспертов, которые должны при этом проявить максимум творческих способностей. Трудность задачи заключается в необходимости вынесения суждения по достаточно широкой проблеме на основании заключений экспертов по частным вопросам, являющимся частями этой проблемы.

Идея привлечения экспертов для получения обоснованной информации в организованных системах управления объясняется следующим образом. Эксперту предъявляется некоторая гипотеза H , и он участвует в выборе признаков E , характеризующих гипотезу. На основании этих признаков находится апостериорная вероятность данной гипотезы $P(H/E)$, т. е. оценка вероятности реализации гипотезы при осуществлении признаков, характеризующих это событие. Гипотеза $P(H/E)$ в этом случае принимается за меру правдоподобия истинности H на основании принятой истинности E .

Простейший случай: E имеет форму статистической записи наблюдений, из которых следует, что m из n рассмотренных объектов имеют свойство K , а гипотеза H приписывает это свойство еще не рассмотренному объекту. Тогда апостериорная вероятность гипотезы H на основании E определяется как частота m/n .

В тех же случаях, когда E не имеет простой статистической формулы, а H не является утверждением, подобно описанному выше, гипотеза $P(H/E)$ не может быть определена однозначно. В этом случае определяется только интервал чисел, в котором может находиться $P(H/E)$. За апостериорную вероятность гипотезы при этом принимается персональная вероятностная оценка эксперта.

Таким образом, процесс экспертизы представляется следующим. Эксперту выдаются гипотеза, истинность которой необходимо оценить, и информация, которая в совокупности с предполагаемыми знаниями эксперта является признаками E , характеризующими гипотезу. Эксперт выдает свою персональную оценку в терминах вероятностей. Отсюда вытекают требования, предъявляемые к экспертизе:

персональные вероятностные оценки должны быть относительно стабильны во времени при неизменности E ;

новые признаки должны влиять на изменение персональной оценки в правильном направлении.

В простых случаях, когда $P(H/E)$ можно подсчитать на основании известных E , персональная оценка должна сходиться с $P(H/E)$.

Эксперт, участвующий в проведении экспертизы, должен быть специалистом в своей области, его прогнозы в течение продолжительного периода должны быть успешными.

При привлечении нескольких экспертов (группы) получаем серию персональных оценок и возникает задача их обобщения. При этом имеются следующие возможности:

выбора эксперта — «фаворита» и учета только его оценки;

усреднения вероятностных оценок отдельных экспертов путем вычисления медианы или средневзвешенного значения (веса экспертов при этом могут быть разные);

совместного действия экспертов, когда оценка возникает в результате дискуссии (о недостатках подобного способа было сказано выше).

Необходимо, однако, иметь в виду, что эксперт, строго говоря, дает оценки не вероятностей, а правдоподобности. Проблема исчисления правдоподобности широко рассматривается в литературе. При этом подчеркивается, что хотя к правдоподобностям применимы некоторые правила, заимствованные из теории вероятностей, правдоподобности все же нельзя рассматривать как числа, поскольку они образуют лишь частично упорядоченное множество.

Метод В. М. Глушкова. Сущность этого метода, разработанного под руководством акад. В. М. Глушкова, состоит вкратце в следующем. До начала работы специальная комиссия:

формирует совокупность так называемых заключительных событий, т. е. событий, определение вероятности наступления и осуществления которых является главной задачей принимаемого решения;

составляет реестр-классификатор событий, которые (как априорные представляются этой комиссии) должны или могут входить в множество ситуаций, позволяющих (по исходному предположению) трактовать вопросы реализации сформулированной цели (решения);

намечает в соответствии со спецификой событий, входящих в этот реестр, исходный список экспертов.

Каждому эксперту присваивается априорный вес по каждому типу событий, содержащихся в реестре.

Первый шаг реализации метода — доведение до сведения каждого из экспертов соответствующей части реестра событий, т. е. перечня событий, время и вероятность наступления которых эксперту предстоит оценить. Для проведения экспертизы избираются эксперты, вес которых по этим проблемам превосходит установленный порог.

Пусть событие, вероятность и время наступления которого следует оценить, есть s . В общем виде условие P осуществления события s может представлять собой произвольную логическую функцию $f(s_1, s_2, \dots, s_k)$ от некоторых независимых (с точки зрения эксперта) событий — $s_1, s_2, \dots, s_k$.

Далее эксперт оценивает условную вероятность $P_p(s)$ наступления события s при выполнении условия P и наиболее вероятную величину времени $T_p(s)$ между временем выполнения условия P и временем наступления события s (если оно вообще наступит). При этом не исключается (и даже желательно) возможность оценки безусловной вероятности наступления события s и полного времени, считая от настоящего момента до его наступления. Этот случай соответствует обращению условия P в тождественно истинное событие (т. е. пустому множеству событий $s_1, s_2, \dots, s_k$).

Анкеты экспертов используются для построения сети событий, причем каждая оценка эксперта $P_p(s)$ и $T_p(s)$ отражается на специальной сетевой модели. С целью упрощения обработки опросных анкет принимаются специальные меры, в частности, сеть модифицируется, поскольку ответы экспертов вводят новые события. Новые события посылаются для оценок новым экспертам и так далее, пока сеть не стабилизируется. В каждом следующем туре оценок участвуют и эксперты, принявшие участие в предыдущем туре. Оценке подвергаются все элементарные события $s_1, s_2, \dots, s_n$.

Таким образом, список экспертов постепенно стабилизируется; стабилизируются также список событий и сеть, которая приобретает, наконец, вид, пригодный для дальнейшей математической обработки.

Распределение абсолютного времени наступления любого события s рассматриваемой сети будет характеризоваться вектором вероятностей $[P_1(s), P_2(s), \dots, P_k(s), P_\infty(s)]$, причем $P_i(s)$ представляет собой оценку вероятности наступления события s до момента времени t_i . В частности, $P_\infty = P$ представляет собой оценку безусловной вероятности наступления события за неограниченное время.

Оценка вероятностей P_i производится на основе усреднения оценок, даваемых отдельными экспертами. Алгоритм усреднения предполагает учет весов экспертов. Усредняемые оценки получают последовательно в процессе продвижения от предыдущего события к последующему.

Метод ранговой корреляции. Ранжирование. Упорядочение совокупности объектов применяется в соответствии с убыванием или возрастанием какого-либо количественно неизмеримого признака. Это упорядочение, называемое ранжированием, позволяет определить ранг x_i ($i=1, 2, \dots, n$), занимаемый i -м объектом среди упорядоченных объектов.

Коэффициенты ранговой корреляции применяются для оценки согласованности мнений двух экспертов, ранжирующих n объектов (или n основных направлений развития).

Пусть два эксперта проранжировали n объектов в соответствии со своими предпочтениями следующим образом: первый эксперт — $x_1, x_2, \dots, x_n$; второй эксперт — $y_1, y_2, \dots, y_n$, причем $x_1, \dots, x_n$; $y_1, \dots, y_n$ — числа натурального ряда от 1 до n , расположенные произвольным образом. Ранги можно трактовать как номера, а ранжирование — как присвоение номеров.

Рассмотрим объекты с номерами i и j , где $j=1, 2, \dots, n$. Первый эксперт приписал этим объектам ранги x_i и x_j , а второй — y_i и y_j соответственно. Связь между рангами x_i и x_j обозначим через a_{ij} , а связь между рангами y_i и y_j — через b_{ij} .

Пусть

$$a_{ij} = -a_{ji}; \quad a_{ij} = 0 \text{ при } i = j;$$

$$b_{ij} = -b_{ji}; \quad b_{ij} = 0 \text{ при } i = j.$$

Тогда коэффициент ранговой корреляции

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}^2}}$$

и изменяется в пределах от -1 до $+1$:

$r=1$ означает, что ранжирование объектов, осуществленное первым экспертом, полностью совпадает с ранжированием этих объектов вторым экспертом;

$r=0$ означает, что не существует связи между ранжировками экспертов;

$r=-1$ означает, что ранжирование объектов двумя экспертами полностью противоположно.

В зависимости от способа определения величин a_{ij} и b_{ij} могут быть получены различные выражения для коэффициента ранговой корреляции.

При оценке значимости коэффициентов ранговой корреляции для согласованности мнений двух экспертов, ранжирующих n объектов, необходимо оценить значимость полученного результата.

Пусть известно, что связь между ранжировками двух экспертов отсутствует, а ранжировка первого эксперта выражается натуральным рядом. Рассмотрим ранжирование, проводимое вторым экспертом, коррелируя его с натуральным рядом.

Предполагая, что не существует согласованности мнений экспертов, т. е. не существует общей точки зрения экспертов о ранжировании объектов в соответствии с некоторыми признаками, то все ранжировки n объектов, которые может дать второй эксперт, будут равновероятны.

Каждой ранжировке соответствует определенное значение коэффициента ранговой корреляции. Обозначим через f частоту появлений каждого значения коэффициента ранговой корреляции. Исследования распределения частот f при больших n показывают, что это распределение симметрично и что с увеличением числа объектов n распределение частот стремится к нормальной кривой

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2}$$

с среднеквадратичным отклонением

$$\sigma = \sqrt{1/(n-1)}.$$

При $n > 10$ распределение частот с достаточной точностью аппроксимируется нормальной кривой.

При числе экспертов более двух вводится так называемый коэффициент согласия W , величина которого позволяет оценивать согласованность высказываний экспертов о ранжировании объектов по данному признаку. Коэффициент согласия W изменяется в пределах от 0 до 1: $W=0$ означает, что связи между ранжировками экспертов не существует, т. е. не существует никакой согласованной точки зрения экспертов по вопросу о ранжировании объектов; $W=1$ означает, что все эксперты одинаково ранжируют объекты, т. е. существует полная согласованность мнений экспертов по вопросу о ранжировании объектов.

Следует привести также метод упорядочения по предпочтениям. В отличие от метода ранговой корреляции этот метод не выясняет степень согласованности экспертов, а позволяет найти такое ранжирование, которое наиболее согласовано с ранжированием каждого эксперта. Согласованность между двумя ранжированиями A и B определяется расстоянием между ними:

$$d(A, B) = \frac{1}{2} \sum_{ij} |a_{ij} - b_{ij}|,$$

где a_{ij} и b_{ij} вычисляются для первого и второго ранжирования так же, как и в методе ранговой корреляции.

Могут быть предложены следующие способы вычисления среднего ранжирования. Если существует ряд упорядочений $A_1, A_2, \dots, A_m$ (не обязательно различных), то ранжирование B , для которого величина

$$M = \sum_{i=1}^m d(A_i, B)$$

минимальна, называется медианой, а для которого величина

$$S = \sum_{i=1}^m d(A_i, B)^2,$$

минимальна, называется средним значением. Между медианой и средним значением существует некоторое различие. Медиана следует мнению большинства, а если большинства нет, то медиана не однозначна и представляет собой несколько равноценных с точки зрения минимума расстояний ранжирований. Среднее значение, в случае если имеется различие между ранжированиями тех элементов, номера которых отличаются у разных экспертов, считается равноценным.

§ 1-3. ПРИЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Модели, предназначенные для прогнозирования, существенно отличаются от моделей, применяемых для планирования развития систем, потому что при прогнозировании необходимо опе-

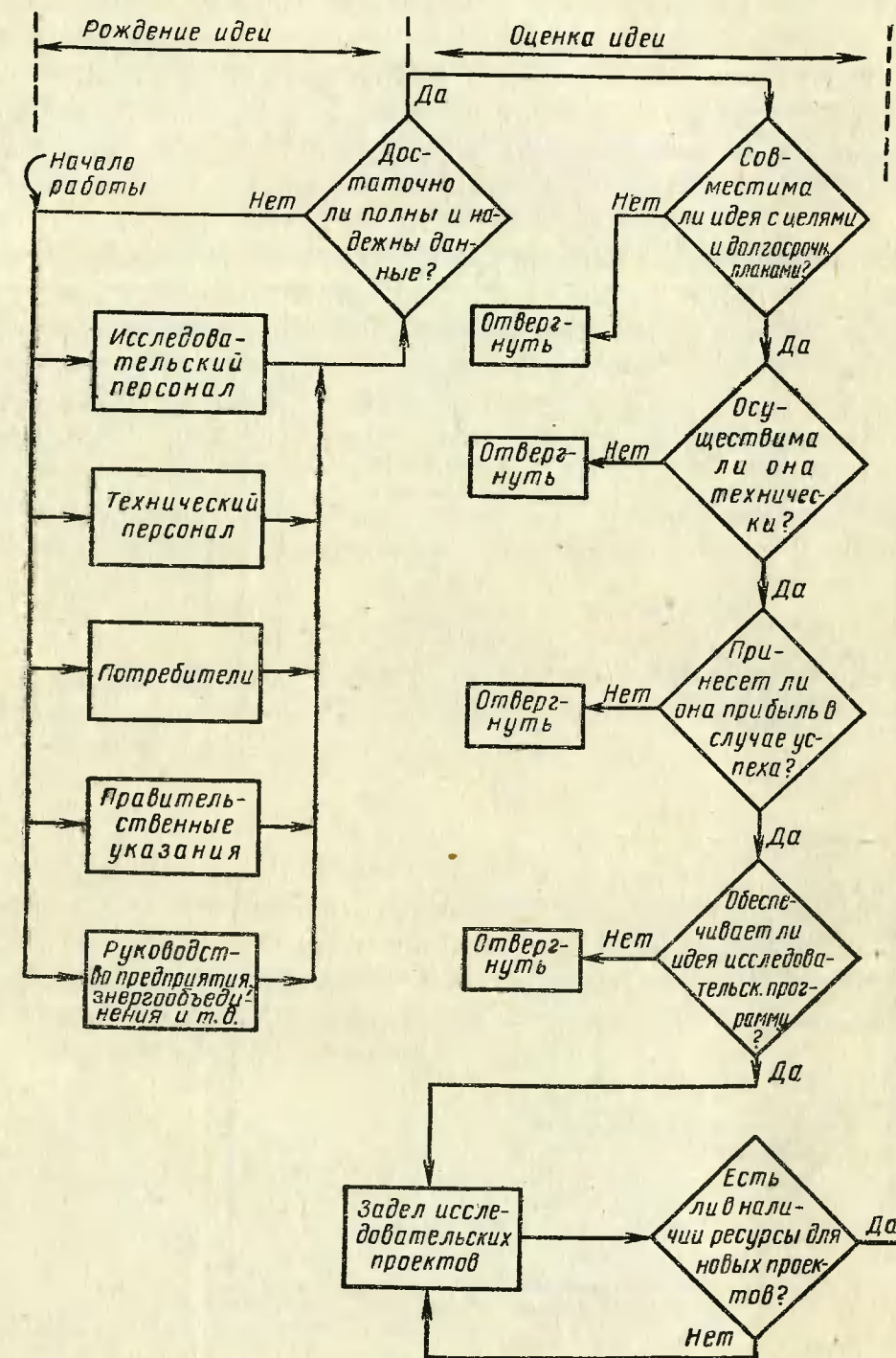
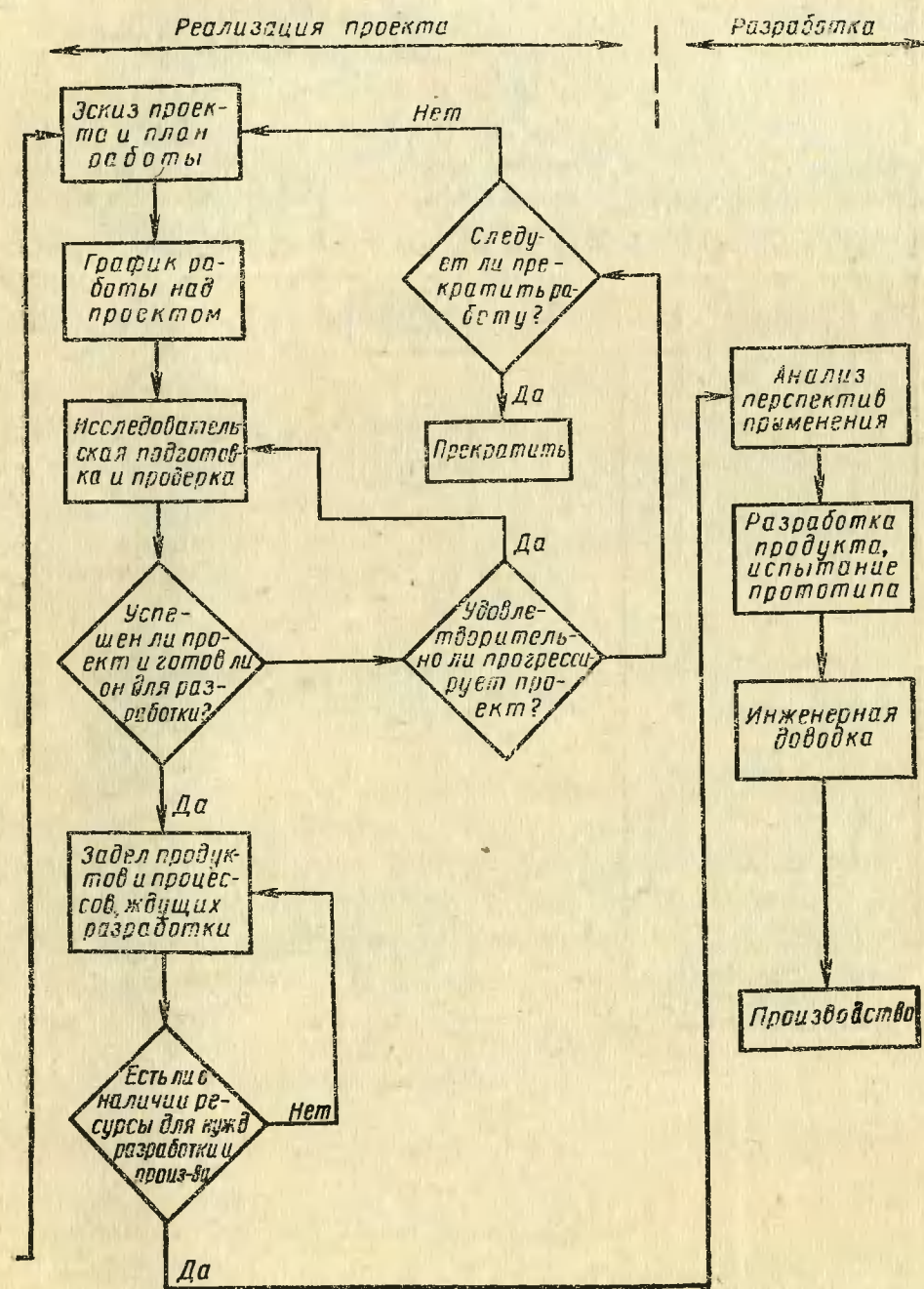


Рис. 1-10

рировать с менее детализированными моделями. Однако некоторые элементы моделей будут общими и при прогнозировании, и при последующем более детальном моделировании для планирования. Мо-

делирование — метод исследования, основанный на замещении изучаемого явления другим явлением, имеющим ту же или иную физическую природу, но более удобным для анализа. Под *моделированием* в данном случае понимается составление некоторой системы математических уравнений, описывающих такие логические соотно-



шения, которые могут помочь в изучении данного явления. Таким образом, понятие моделирования — очень широкое понятие. Здесь можно говорить и об управлении процессом разработок, начинающимся от рождения идеи (рис. 1-10, стр. 87) и ее оценки до реализации проекта и проводимых согласно ему практических разработок (рис. 1-10, стр. 88).

Говоря о моделировании применительно к задачам прогнозирования необходимо учитывать различные аспекты. Существенно здесь мысленное экспериментирование с представлением внутренней логики развития явлений, с осторожным использованием исторических аналогий.

Обычно логическое моделирование применяется для комплексного представления научно-технического прогресса, включающего в себя сформулированные экономические, политические и другие цели государства, описание ряда научных и технических достижений, характеристику ресурсов и потребностей. Такой описательный документ называется *сценарием будущего*, а метод прогнозирования, основанный на его составлении, — *методом сценария*.

Важная роль в комплексе методов прогнозирования отводится различным математическим моделям научно-технического развития. Большое внимание уделяется аппроксимации будущего хода изучаемого процесса одним из известных статистических распределений. Например, цикл жизни массовых технических средств в ряде случаев довольно хорошо аппроксимируется нормальным (гауссовским) распределением.

Большое значение в прогнозировании имеет установление кривых роста. В простейшем случае — это экспонента

$$S_t = S_0 e^{kt}.$$

В случае, когда аппроксимируется рост принципиально ограниченной величины, например, численности ученых, количества выполненных работ и т. д., используется выражение

$$S_t = b / (1 + S_0 e^{-kbt}),$$

где b — максимально возможное значение.

Обобщенная модель для группы родственных кривых роста может быть построена следующим образом. Эффективность использования средств M записывается в виде функции $f(M)$. Имеется параметр P , выражающий результативность усилий по совершенствованию данного вида технических средств:

$$P = \varphi[f(M)],$$

причем имеется некоторый предел $P_{\text{пр}}$, так что

$$P < P_{\text{пр}}.$$

Чем ближе значение P к $P_{\text{пр}}$, тем меньше прирост показателя dP к приросту средств dM :

$$dP = (P_{\text{пр}} - P) dM.$$

Кроме того, dP зависит от ранее сделанных усилий:

$$dP = (P_{\text{пр}} - P) f(M) \frac{dM}{dt} dt = (P_{\text{пр}} - P) g(t) dt.$$

Решение этого дифференциального уравнения запишется в следующем виде:

$$P = P_{np} - (P_{np} - P_0) e^{-\int_0^t g(t) dt}.$$

При различных значениях исходных данных получается семейство кривых роста.

К математическим моделям следует отнести также группу моделей в виде функционально-иерархических сетей. Эти модели позволяют количественно оценить сложность решения намечаемых задач, трудности достижения прогнозируемых перспектив, а также вероятность достижения тех или иных прогнозируемых событий. Характерным для математического моделирования является построение дерева целей, при помощи которого проблема расчленяется на отдельные задачи, которые затем и анализируются.

Специфическая роль в прогнозировании принадлежит методам информационного моделирования. Среди них следует упомянуть о методе многоаспектного анализа массива заявок на изобретения, отражающего поиски новых технических решений. Разрабатываются методы анализа информации, содержащейся в потоках выданных патентных документов о мировом техническом опыте. Один из таких методов предусматривает разбиение работы на три этапа:

1) оценки каждого из совокупности патентов на «полноту» (инженерно-техническую значимость и экономическую перспективность);

2) определения перспективности различных групп технических решений путем сравнения суммарных показателей значимости конкурирующих решений;

3) оценки уровня патентования по разделу в целом и формулировки выводов о тенденциях развития.

Оценки производятся в баллах. Коэффициент полноты T отдельного изобретения вычисляется как отношение суммы оценок q , полученных данным патентом, к максимально возможной их сумме Q :

$$T = q/Q.$$

Сумма коэффициентов T по группе патентов n называется приведенным числом патентов M :

$$M = \sum_{i=1}^n T_i.$$

Обобщенный коэффициент полноты получается отношением приведенного числа патентов $M(\tau)$ к номинальному $N(\tau)$ за одно и то же число лет:

$$T_{об} = \int_0^{\tau} M(\tau) d\tau / \int_0^{\tau} N(\tau) d\tau; 0,2 \leq T_{об} \leq 1,0.$$

При $T_{об} = 0,8 \div 1,0$ данное направление перспективно, при $T = 0,2 \div 0,4$ — направление бесперспективно.

В последние годы появилась возможность автоматизированного составления индексов библиографических связей (ИБС) между различными научными публикациями. ИБС оказался мощным и перспективным инструментом анализа тенденций развития науки и прогнозирования ряда явлений. Идея заключается в том, что сеть взаимовлияния, построенная по данным ИБС, является моделью историко-логических связей реального процесса развития науки.

В качестве одного из примеров моделирования можно привести американский план «Паттерн», название которого образовано из английской фразы «Помощь планированию посредством технической оценки». Конечной целью этого плана было обеспечение экономического и политического приоритета США. План распадается на целый ряд отдельных операций, которые проигрываются в различных вариантах. План основывается на методе экспертных оценок. Особенностью плана является принцип иерархии проблем. Общая проблема, которую необходимо решить, разбивается на подпроблемы, каждая из них делится еще на ряд подпроблем и т. д. На каждом уровне методом экспертных оценок определяются список подпроблем и их приоритет в виде численно выраженных весов. Установление приоритета дает возможность найти долю ассигнований на каждую подпроблему. Деление по плану продолжается до тех пор, пока один человек не будет в состоянии рассмотреть каждую из частных задач. В каждой из определенных частных задач выясняются различные факторы. В каждой задаче может быть $10 \div 20$ факторов. Существенной особенностью плана является возможность прогнозирования мировых событий: политических, экономических и т. д., которое достигается проигрыванием сценария. Создается сценарий каких-то событий, например политических. Здесь рассматриваются международное положение, соотношение политических сил, соотношение экономики, количество необходимого продовольствия и т. д. Рассматривается театр военных действий, оперативно стратегическая разведка, т. е. все, что связано с возможными событиями. Исходя из специального соотношения между целями (дерево целей), специалисты определяют соответствующие этим целям мероприятия, а каждому мероприятию присваивают коэффициенты относительной важности. Например, на 1980 г. было сформулировано несколько тысяч технических задач, от уровня которых зависит решение следующего верхнего уровня. Были определены следующие коэффициенты важности государственных мероприятий в зависимости от поставленных задач: выживаемость страны оценивалась коэффициентом 0,6; демонстрация авторитета — 0,3; общественное мнение — 0,1. На основе анализа состояния процесса давалась оценка сложности проблемы и вероятности того или иного события, которое могло произойти. Таким образом, в план включалось проигрывание ситуаций — реализовался метод игр. Метод игр является составной частью метода исследования операций. Все эти

методы имеют свой аппарат, свою специфику, изучить которую для сознательного применения очень важно.

Исследование операций означает систематизированное исследование ситуаций, которые возникают при решении различных задач. Исследование операций в первую очередь связано с военными задачами. Оно включает в себя и теорию игр. Теория игр содержит математический аппарат, который специально призван математически отражать конфликтные ситуации и давать их решение. Игры разделяются на два вида — открытые, когда в них участвует человек и оценивается человеческий фактор; закрытые, когда задача формализуется, представляется в виде математической программы и решается на ЦВМ.

Игры иногда разделяются также на военные, где решается стратегия войны, стратегия развития вооружения; деловые, где в условиях капитализма рассматривается конкурентная борьба фирм.

Все эти планы имеют приблизительно такую структуру: дерево целей, система коэффициентов относительной важности, оценка на текущий момент, взаимная полезность, перспективы развития, сценарий.

Относительно оценки прогнозируемых вариантов, т. е. результатов того или иного прогноза, существует много разных точек зрения. Например, акад. В. А. Трапезников предлагает оценивать эффективность прогнозирования, вводя коэффициент прогрессивности капитальных вложений. Этот коэффициент определяется как отношение ΔP к ΔP_m , где ΔP — прирост, обусловленный техническим прогрессом; ΔP_m — прирост затрат, связанный с увеличением фонда технической вооруженности.

Проф. Б. Г. Кузнецов предложил оценивать эффективность различных вариантов по производной. При этом рекомендуется считать, что первая производная dP/dt , где P — производительность в данном варианте или в данной системе, больше 0, т. е. $dP/dt > 0$. Видимо, при этом вторая производная также должна быть больше нуля: $d^2P/dt^2 > 0$. Этим характеризуется эффективность технического прогресса и прикладных наук. Но должна быть больше нуля еще и третья производная: $d^3P/dt^3 > 0$, которая характеризует эффективность фундаментальных наук. Оптимальная структура, по мнению автора этого предложения, получается не тогда, когда производительность максимальна, а когда произведение

$$P \frac{dP}{dt} \cdot \frac{d^2P}{dt^2} \cdot \frac{d^3P}{dt^3} = \max.$$

Оценка развития научно-технического прогресса и оценка его составляющих может проводиться, согласно приведенным в табл. 1-1 параметрам, являющимся основными при оценке научно-технического потенциала.

Следует отметить, что упомянутые методы не являются общепризнанными. Они приведены здесь лишь в качестве примера возможных критериев эффективности.

Перейдем к энергетическим задачам, где будем интересоваться тремя градациями проблем: во-первых, это долгосрочное прогнозирование, т. е. оценка того, что необходимо сделать за 15÷30 лет; во-вторых, краткосрочное прогнозирование, т. е. планирование развития, или то, что намечается на 5÷15 лет; в-третьих, планирование текущего развития.

Таблица 1-1
Характеристика научно-технического потенциала

Составляющие научно-технического потенциала	Параметры составляющих научно-технического потенциала			
Обеспеченность кадрами	Общая численность	Квалификационный состав	Возрастная структура научных кадров	Наличие ресурсов и резервов научных кадров
Научно-информационная обеспеченность	Наличие «задела» собственных научных идей и оригинальных методик	Информированность в мировом опыте	—	—
Материально-техническая обеспеченность	Финансовая обеспеченность науки	Наличие научного инструментария составляющего класса и экспериментальной связи	Достигнутый технический уровень и возможность индустрии	—
Оптимальность организации научной системы	Стратегические принципы развития науки (критерии выбора направлений)	Оптимальность в отношении научного потенциала	—	—

Для решения проблем планирования используются два основных типа моделей — оптимизационные и оценочные. Оптимизационные модели дают математическое решение в виде какого-то минимума, экстремума. Оценочные модели дают оценку различных вариантов, представленных проектировщиком. С помощью этих моделей будут решаться задачи различными методами программирования. Здесь особое значение имеют два больших раздела — линейное и нелинейное программирование. Модели могут разделяться на глобальные и блочные.

Глобальные модели сразу дают оценку оптимального варианта, а блочные — только по частям. Сопоставляя эти отдельные частные решения, можно получать решения в целом. При этом выполняется итеративный процесс. Программирование, которое здесь применяется в свою очередь в основном разделяется на линейное и нелинейное, непрерывное и дискретное, или целочисленное. Надо заметить, что к линейному программированию относится много методов — симплекс-алгоритм, или симплекс-метод, метод Гомори, транспорт-

ные задачи и т. д. К нелинейному программированию относятся методы градиентный, динамического программирования, ветвей и границ (см. далее гл. 2).

Перечень задач прогнозирования (I этап) и планирования (II этап) представлен на рис. 1-11.

Экономико-математические модели электроэнергетических систем. Задачи построения моделей энергосистем, предназначенных

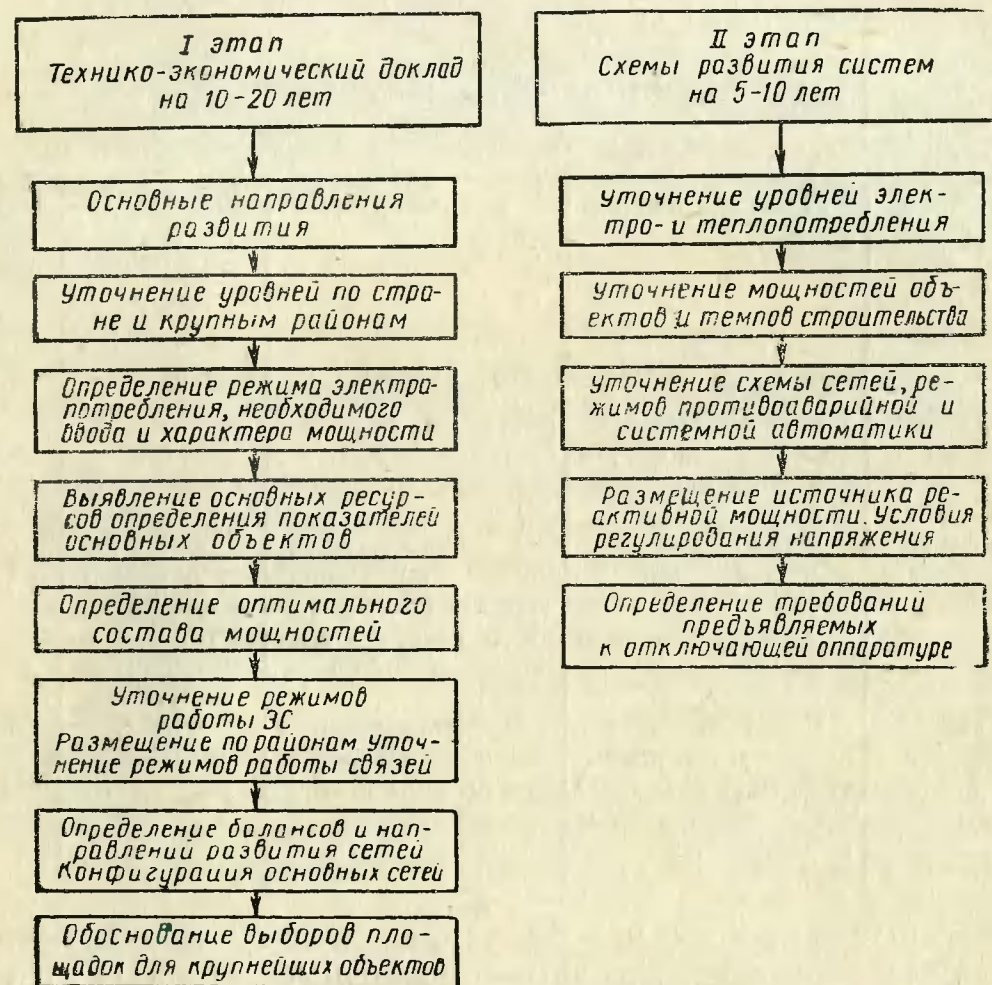


Рис. 1-11

для технико-экономического анализа какой-либо производственной системы, всегда состоят из трех основных частей: установления критериев оптимальности, формирования математической модели системы и выбора метода решения*. Рассмотрим, не касаясь деталей, некоторые особенности каждой из этих частей применительно к исследованиям электроэнергетических систем.

✓ **Критерий оптимальности.** Общий критерий оптимальности сложных технико-экономических систем, сооружаемых и

* См. В. А. Веников, Д. А. Арзамасцев. О построении экономико-математических моделей электроэнергетических систем. Изв. АН СССР. «Энергетика и транспорт», 1970, № 2.

функционирующих в социалистическом обществе, представляется как «наиболее эффективное и разумное использование материальных богатств и трудовых ресурсов для удовлетворения растущих потребностей членов общества»*. Формализация этого критерия в задачах оптимального развития производственных систем приводит к некоторым частным критериям или условному эквивалентному критерию. В качестве частных критериев можно указать известные экономические критерии, а также критерии, характеризующие социальные и демографические факторы, влияние технических систем на биосферу, отражающие прогресс техники, темпы роста производительности труда и т. д.

Разумеется, что если бы в сложной системе кибернетического типа, имеющей целенаправленное развитие и глубокие внутренние, часто стохастические связи, можно было бы получить полную информацию о всех этих связях и оценить все влияющие факторы в рублях, то все оценки свелись бы к единственному критерию минимума приведенных затрат. Неполнота информации, неизбежная в настоящее время в этих вопросах, не позволяет отразить многие факторы, например демографические, влияния на биосферу и др., в эквивалентном — едином — критерии минимума приведенных затрат, как бы это не представлялось заманчивым и удобным.

Если минимум приведенных затрат принять за единственный показатель, то и в этом случае в условиях неполноты и неопределенности исходной информации нельзя говорить об одном оптимальном решении как единственной точке в многомерном пространстве, отражающей влияние ряда факторов.

Таким образом, формализованные задачи оптимального развития производственных систем, рассматриваемые обычно как однокритериальные, требуют учета ряда критериев. Естественно, что это справедливо и для электроэнергетических систем, где при наличии главного критерия — минимума приведенных затрат — действуют дополнительные критерии, выбор которых обусловлен свойствами и целевыми назначениями электроэнергетической системы, имеющей прямые и обратные связи с другими системами, обеспечивающими существование и развитие социалистического общества в целом. Влияние этих факторов и находит свое отражение в дополнительных критериях.

Естественно, что в настоящее время практическая оптимизация развития системы должна выполняться по главному критерию и необходимым дополнительным, или частным, критериям совместно.

Из сказанного следует, что при оптимизации развития системы можно и должно говорить о стратегии развития, которая характеризуется некоторым множеством равнооптимальных планов; в общем случае неверно предполагать существование «единственно оптимального» плана как некоторой особой точки в пространстве стратегий.

* Программа Коммунистической партии Советского Союза. Госполитиздат, 1962.

Сужение указанного множества равнооптимальных планов является важной задачей. Но такая возможность сужения существенно зависит от ряда обстоятельств, среди которых одним из первых следует назвать точность критериев оптимальности и корректность использования тех или иных допущений при записи целевых функций. Однако работа в этой части еще далека от завершения, что можно проследить на примере одного из наиболее употребительных критериев — критерия экономичности.

Задачи оптимального развития производства в экономическом смысле относятся к проблеме сравнительной эффективности затрат общественного труда; в зависимости от принадлежности их к тому или иному классу используют один из двух экономических критериев оптимальности:

1) максимальный экономический эффект от совокупности материальных и трудовых ресурсов при заданных их значениях к началу расчетного срока;

2) минимум затрат общественного труда для удовлетворения заданных условий «тождества эффекта» при соблюдении известных условий связи и ограничений, определяющих множество допустимых планов. Под условиями «тождества эффекта» в технико-экономических задачах понимается выпуск продукции, удовлетворяющий определенным образом заданным во времени показателям количества, качества и мест производства и потребления.

Оба критерия являются частными, конкретизирующими одну из сторон общего критерия оптимальности. Они в определенном смысле эквивалентны: применение второго критерия для всех локальных систем, образующих народное хозяйство, означает применение первого критерия для народного хозяйства в целом.

В данной работе не уточняется первый критерий, что выходит за рамки обсуждаемых вопросов и приводит к рассмотрению сложной проблемы сопоставления интересов настоящего и будущего поколений людей, а также некоторых других дискуссионных и пока неформализуемых вопросов.

Второй критерий преимущественно применяется в частных задачах оптимального поведения систем, локальных по отношению к народному хозяйству в целом, хотя сами по себе некоторые из них относятся к сложным системам в кибернетическом понимании этого термина. Выполнение этого критерия в его математической форме требует отыскания минимума экономического функционала, получившего название приведенных затрат и, как отмечалось ранее, являющегося главным критерием в практике проектирования. В настоящее время нет единого мнения по ряду вопросов формирования приведенных затрат, таких, как единственность или множественность нормативных коэффициентов эффективности и методы их определения, учет фактора времени, выбор расчетного срока оптимизации, учет остаточной стоимости объектов и динамических свойств системы.

Формирование математических моделей системы. При разработке математических моделей в первую оче-

редь подлежат решению следующие принципиальные вопросы: а) выбор класса модели; б) учет вероятностных свойств информации; в) определение требований, предъявляемых к точности модели.

В настоящее время для целей планирования оптимального развития энергосистем и их функциональных или территориальных частей используются два класса моделей — оценочные и оптимизационные.

Оценочные модели реализуются при помощи алгоритмов и программ расчетов на ЦВМ некоторого множества предварительно намеченных вариантов решения. Эти модели обладают следующими основными достоинствами: 1) возможностью подробного учета индивидуальных особенностей проектируемой конкретной энергосистемы для каждого сравниваемого варианта; 2) неприхотливостью к характеру изменения параметров системы и виду функциональных зависимостей между ними; 3) возможностью детального учета требований надежности в ходе расчета каждого сравниваемого варианта развития системы в пределах имеющихся характеристик надежности.

Главным органическим недостатком оценочных моделей является возможность оценки только сравнительно малого числа вариантов исполнения проектируемой системы. Это неоправданно увеличивает роль «волевых» решений и, как следствие, повышает опасность выхода из области оптимизации, выбора неоптимального варианта и вместе с тем неоптимальной стратегии при практическом пользовании полученными соотношениями. Поэтому оценочные модели требуют очень тщательной мотивировки выбора среди возможных вариантов.

Этот недостаток явился основной причиной разработки оптимизирующих моделей. Последние предназначены для отыскания оптимального плана из всего множества допустимых планов, что является их решающим достоинством.

Теоретические границы применения таких моделей очень широки, но на пути их реализации имеются существенные трудности. Во-первых, очень многие оптимизирующие модели являются весьма упрощенными и поэтому не обладают перечисленными достоинствами оценочных моделей. Во-вторых, многие энергетические задачи при достаточно строгой формулировке нелинейны, многоэкстремальны, целочисленны и имеют дискретные параметры, что значительно усложняет оптимизирующие модели и особенно методы расчета.

В настоящее время наблюдается тенденция сочетания обоих принципов путем использования внутри общей оценочной модели развития системы в целом отдельных оптимизирующих блоков. Последние позволяют для каждой частной задачи минимизировать функционал, задаваемый на всем множестве допустимых планов. Этот путь имеет определенные достоинства, хотя и не в состоянии полностью устранить главный недостаток оценочных моделей.

Возможен и другой путь, которому в теоретическом отношении пока уделяется недостаточное внимание. Речь идет о последовательном использовании обоих типов моделей. Предварительно с помощью оптимизирующей модели сравниваются лишь варианты, находящиеся вблизи оптимального решения (в смысле величины функционала цели, хотя по составу параметров варианты могут быть резко различными). Затем при помощи оценочной модели тщательно сравниваются оставшиеся варианты. Этот путь использует сильные стороны обеих моделей и ослабляет их недостатки. Он имеет особо важное значение при решении многоэкстремальных задач или при необходимости учета возможных вариаций условий тождества эффекта. Общая характеристика математических моделей приведена на рис. 1-12.

При выборе метода решения весьма существен учет вероятностных свойств информации. Если проследить пути решения общей проблемы оптимальности, то можно заметить, что она характеризуется или детерминированным, или стохастическим подходом.

Детерминированный подход предполагает, что исходная информация однозначно описывает внешние воздействия и состояние системы, что позволяет найти единственное оптимальное решение. Детермированные модели сравнительно просты и дают возможность относительно легко найти решение.

Однако в действительности не все реальные, изменяющиеся во времени условия развития системы и внешние воздействия можно определить однозначно заранее. На этой почве возник стохастический подход, при котором лишь в одной части информации сохраняются детерминированные характеристики, а в другой части детерминированные характеристики заменяются статистическими характеристиками случайных величин или функций. Решение задачи возможно и в этом случае, если заранее известны вероятностные характеристики. Следует заметить, что чем больший период развития системы подвергается изучению, тем меньше известны внешние воздействия и вероятные качественные изменения процессов и параметров объектов системы в более отдаленные промежутки времени, т. е. тем больше неопределенность в исходной информации.

В этой ситуации должно быть учтено снижение достоверности информации для удаленных лет по мере увеличения расчетного срока оптимизации. Этот подход сохраняет свое значение не только при вероятностной информации и вероятностных моделях, но и в случаях, когда используются детерминированные модели при представлении информации в виде математических ожиданий случайных величин и их функций. Здесь, учитывая вероятностный или детерминированный подход, можно выделить две группы задач.

К первой группе отнесем задачи долгосрочного прогнозирования, предназначенные для определения общих тенденций развития системы. Отыскание параметров и сроков ввода объектов в этих задачах не является главным, хотя в отдельных случаях и не исключается для некоторых особо важных объектов, определяющих основные черты структуры системы. Используемая

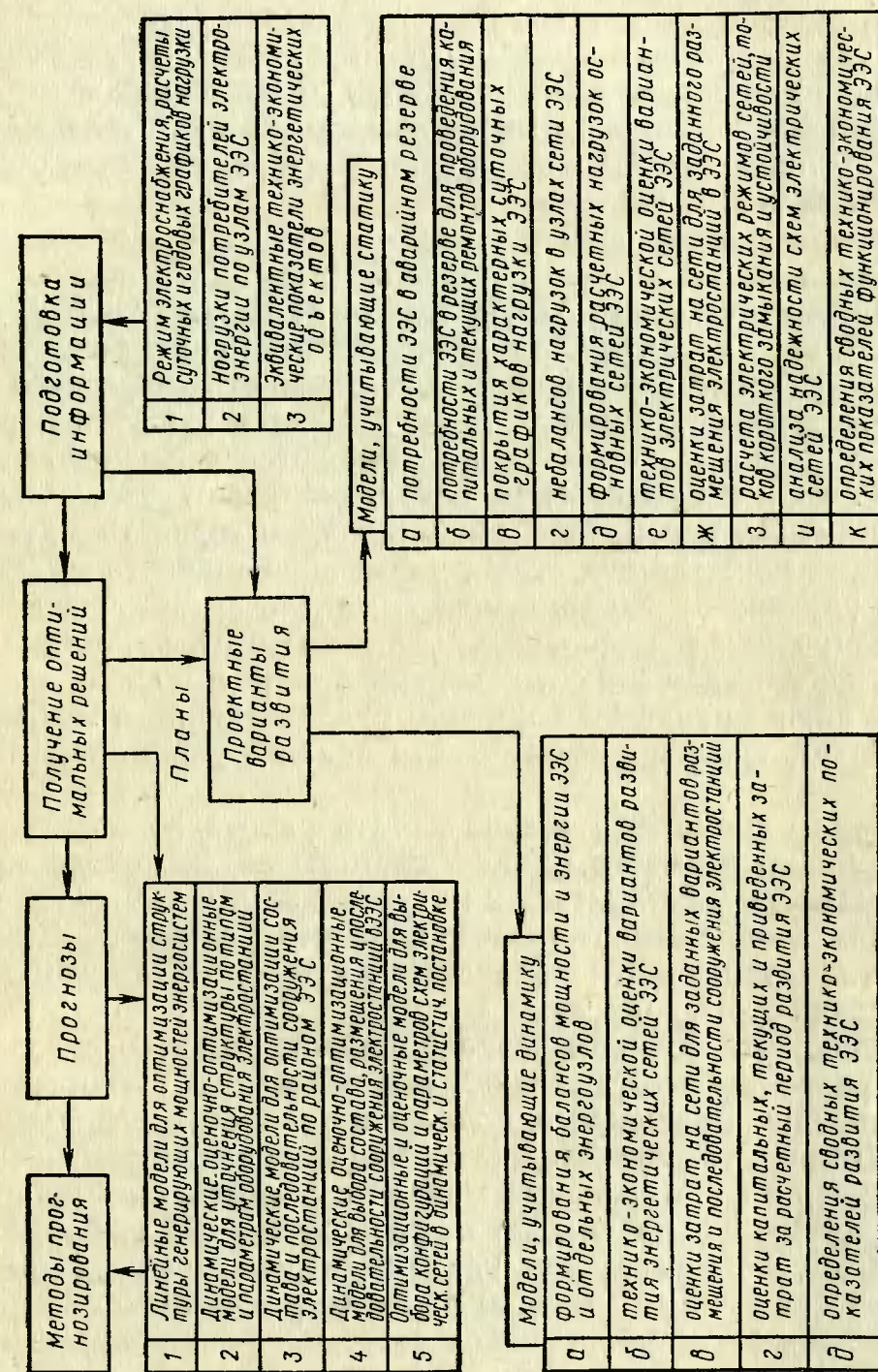


Рис. 1-12

информация в связи с большими сроками прогнозирования имеет преимущественно вероятностный, а также частично неопределенный характер (наличие некоторой доли информации в детерминированном виде здесь не является определяющим). Поэтому в подобных задачах детерминированные модели не должны использоваться, вероятностный подход представляется оправданным. Однако сам по себе этот подход не устраняет неопределенность информации. В результате появляется неопределенность решения, возрастающая для более отдаленных интервалов времени.

Ко второй группе можно отнести все задачи планирования, предназначенные для отыскания конкретных параметров и сроков ввода объектов системы.

При выборе метода решения необходимо установить требования, предъявляемые к точности модели. Проблема целесообразной точности математического моделирования является одной из центральных для всей совокупности задач оптимального развития систем. Сюда включаются вопросы допустимой и целесообразной точности исходной информации, модели, метода решения и реализации решения (последнее, хотя и не относится непосредственно к моделированию, но существенно влияет на него). Не обсуждая проблемы в целом, рассмотрим лишь вопрос о точности математической модели, понимая под этим собственную точность модели.

Во всех случаях необходимо, чтобы модель достаточно полно и точно моделировала все основные параметры и их функции. Однако само по себе выражение «достаточно полно и точно» является часто всего лишь прикрытием плохого представления о том, каким математическим требованиям точности должна удовлетворять модель.

В настоящее время еще только начата работа по определению таких требований и вместо строгой системы последних во многих ситуациях приходится мириться с интуитивными и так называемыми «общими» соображениями. Очевидно, что успешность математического моделирования в дальнейшем существенно будет зависеть от решения этого вопроса.

Естественно, что точность модели должна быть согласована с точностью располагаемой исходной информации и точностью реализации решения. Раздельный подход к точности информации и модели учитывает то обстоятельство, что для удобства решения в ряде случаев при формировании модели сознательно загроубляется описание системы по сравнению с располагаемой информацией. Так поступают, например, при использовании линейных моделей для решения нелинейных задач. В более широком смысле это приуще в той или иной мере не только детерминированным, но также и стохастическим моделям. Однако не всегда такое загроубление недопустимо. При выяснении этого обстоятельства важная роль должна быть отведена задачам анализа. Например, при выяснении допустимости детерминированных моделей можно выполнить анализ, используя для этой цели вероятностные модели (в частности, методы случайных испытаний). На основе такого анализа в ряде

случаев можно выявить область оптимальных решений, дать оценки погрешностей, вызванных применением детерминированных моделей, и уточнить классификацию задач, подлежащих решению детерминированным или вероятностным путем.

Качество анализа находится в прямой зависимости от достоверности вида и численных показателей характеристик распределения случайных величин. Однако этот вопрос во многих случаях пока изучен недостаточно. Вообще следует отметить, что в настоящее время одним из самых слабых мест оптимального планирования является формирование достаточно точной информации на основе анализа, выявление сравнительно достоверных характеристик и методов совершенствования информации.

Целесообразная точность модели связана некоторым образом с точностью реализации решения. Здесь имеет смысл обратить внимание на одно обстоятельство. Сравнение предложенных в проектах и реализованных решений показывает, что имеются объективно закономерные различия между рекомендуемыми решениями и их реализацией (разумеется, сюда не относятся субъективные просчеты планирования и «волевые» решения), которые объясняются не только ошибками в решении, но и объективно существующей неточностью реализации решения. Последняя проявляется различным образом: по срокам, материальным затратам, составу вводимых объектов, их параметрам и характеристикам и т. д. Видимо, не считается с этим обстоятельством при формировании модели было бы неправильно, но, к сожалению, его учет пока находится в самой начальной стадии.

До разработки системы требований, предъявляемых к точности модели, можно на основании довольно тривиальных положений предложить временную рекомендацию, которая во многих случаях обеспечивает достаточную точность модели: модель можно считать корректной, если ошибка примерно на порядок меньше ошибки исходной информации.

§ 1-4. ТРИ ГРУППЫ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГОСИСТЕМАМИ

Задачи управления энергосистемами, охватывающие всю работу их (табл. 1-2), в первую группу включают задачи непосредственного оперативного управления системой, т. е. того, что приходится в текущей работе немедленно делать инженеру; во вторую группу — задачи, связанные с расчетами относительно кратковременных, краткосрочных циклов, и задачи ближайшего будущего; в третью группу — задачи, связанные с расчетами длительных циклов, т. е. задачи прогнозирования и долгосрочного планирования. В соответствии с употребляющимися на практике представлениями терминология здесь часто смешивается. До сих пор в этой области нет четкой терминологии, определяющей области прогнозирования и планирования. Говорят о планировании режима на сутки, о прогнозировании нагрузок на следующий месяц, смещая понятия. Но все же, говоря о прогнозировании, обычно имеют в

Три группы задач управления объединенной электроэнергетической системой

I группа	II группа	III группа
Непосредственное управление (от секунд до часовых интервалов) Нормальный установившийся режим: 1) оптимальное регулирование режима системы по часовым интервалам, предусматривающее регулирование активных и реактивных мощностей электростанций и подстанций с источниками реактивной мощности (ИРМ); 2) регулирование частоты и перетоков активной мощности по контролируемым линиям связи (включая ограничения перетоков) Нормальный переходный режим: 1) оперативные переключения в схеме электрической сети; 2) регулирование частоты и перетоков активной мощности по контролируемым линиям связи (включая ограничения перетоков); 3) оптимальное регулирование режима системы по часовым интервалам; 4) оптимальное регулирование активной и реактивной мощностей электростанций и подстанций с ИРМ; 5) регулирование напряжения в контрольных узлах системы; 6) ограничения и отключения нагрузок потребителей (плановые ограничения потребителей) — приказ для нижестоящей системы управления Аварийный режим: 7) комплексная работа противоаварийной ав-	Краткосрочный цикл управления (от суток и недель до месяцев): 1) прогнозирование активных и реактивных нагрузок узлов системы (в суточном и месячном разрезе); 2) прогнозирование гидрографов речного стока; 3) расчет стационарных режимов работы системы; 4) расчет токов короткого замыкания; 5) расчет установок релейной защиты (составление карты селективности); 6) выбор коэффициентов регулирования (регуляторов возбуждения, скорости, трансформаторов и т. д.); 7) выбор установок противоаварийной автоматики; 8) анализ статической устойчивости и определение допустимых по статической устойчивости перетоков мощности по ЛЭП; 9) анализ переходных процессов и определение допустимых по динамической устойчивости перетоков мощности по ЛЭП; 10) распределение резервов в системе (в месячном, недельном, суточном интервале), включающее: выбор состава работающего оборудования; выбор оборудова-	Длительный цикл управления (год, несколько лет): 1) прогнозирование активных и реактивных нагрузок узлов системы; 2) прогнозирование гидрографов речного стока; 3) прогнозирование статических характеристик нагрузок узлов энергосистемы; 4) получение характеристик относительных приростов; 5) обработка аварийной статистики (прогнозирование внешних аварий); 6) расчет стационарных режимов работы системы; 7) расчет токов короткого замыкания; 8) расчет установок релейной защиты (составление карты селективности); 9) выбор коэффициентов регулирования (регуляторов возбуждения, скорости, трансформаторов и т. д.); 10) выбор уставок противоаварийной автоматики; 11) анализ статической устойчивости и определение допустимых по статической устойчивости перетоков мощности по ЛЭП; 12) анализ переходных процессов и определение допустимых по динамической устойчивости перетоков мощности по ЛЭП;

I группа	II группа	III группа
томатики, включающая: переключения в схеме электрической сети (разделение системы и выделение определенных районов и т. д.); автоматический ввод резерва отдельных межсистемных и магистральных линий; аварийное отключение потребителей; управление работой электрического и механического торможения генераторов; аварийное регулирование возбуждения генераторов и напряжения в контрольных узлах системы; ограничение активных мощностей электростанций; 8) аварийное регулирование частоты и перетоков активной мощности по ЛЭП Послеаварийный (переходный и установившийся режим): 9) комплексная работа автоматики восстановления режима, содержащая: переключения в схеме электрической сети, синхронизацию разделившихся частей системы и присоединение отключившихся элементов, в том числе нагрузки; ввод в работу горячего и холодного резервов; 10) регулирование частоты и перетоков активной мощности. 11) регулирование системы, предусматривающее: регулирование активной и реактивной мощностей электростанций и подстанций с источниками реактивной мощности; регулирование напряжения в контрольных узлах системы	ния, остающегося в холодном резерве; составление графика ремонтов основного оборудования (в месячном разрезе); 11) определение логики взаимодействия средств автоматики и регулирования на случай аварии; 12) определение логики восстановления режима после аварии; 13) расчет графика сработки и заполнения водохранилищ ГЭС и их каскадов (в недельном и месячном разрезе); 14) расчет оптимального режима системы за цикл регулирования; 15) составление графика плановых ограничений и отключений потребителей; 16) составление месячного энергетического баланса и планов выработки электроэнергии по районам системы	13) распределение резервов в системе (в годовом разрезе), включающее: выбор состава работающего оборудования; выбор оборудования, остающегося в холодном резерве; составление графика ремонтов основного оборудования; 14) определение логики взаимодействия средств автоматики и регулирования на случай аварии; 15) определение логики восстановления режима после аварии; 16) расчет автоматической частотной разгрузки системы (в полугодовом разрезе); 17) расчет перенапряжений (внутренних и атмосферных); 18) расчет графика сработки и заполнения водохранилищ ГЭС и их каскадов (в годовом и многолетнем разрезе); 19) расчет допустимых и оптимальных режимов в годовом разрезе; 20) составление графика плановых ограничений потребителей; 21) составление годового энергетического баланса и планов выработки электроэнергии по районам системы

виду какой-то длительный период будущего, а говоря о планировании, имеют в виду сравнительно меньший период.

Задачи управления решаются на основе моделей; в качестве аппарата для их решения применяется программирование. Под моделью вообще понимается некий промежуточный объект (или явление), который служит для изучения данного объекта или явления. В задачах экономики «под моделью» понимается обычно набор уравнений, основанных на некоторых предположениях и приближенно описывающих экономику в целом или отдельную ее отрасль. При этом приближенном описании должно быть выделено главное и это главное отражено в модели. Очень существен (и обычно вызывает многочисленные дискуссии) вопрос о том, что нужно и что не нужно учитывать в модели. Есть точка зрения, что чем больше факторов вводится в модель, тем она лучше. Это, однако, не так, хотя бы потому, что сама задача инженера-исследователя всегда заключается в том, чтобы найти то главное, то наиболее существенное, что является решающим в данной задаче, а во все не в том, чтобы учесть как можно большее количество факторов. Акад. Н. П. Федоренко, занимающийся математической экономикой, полемизируя с теми экономистами, которые стремятся к учету большого количества факторов в модели, говорит, что искусство составителя модели состоит именно в том, чтобы охватить суть явлений, не усложняя при этом чрезмерно модель. Он приводит слова Д. Вильямса о том, что любой дурак всегда может в любой ситуации перечислить больше влияющих факторов, чем сам бог. Например, Ньютон должен был бы принять во внимание тот факт, что планеты несколько сплюснуты у полюсов, что на некоторых из них есть горы, что, по крайней мере, одна из них покрыта деревьями, что на них имеются термиты и прочие неприятные и приятные вещи. Требуется здравый смысл, чтобы знать, в каком месте прервать перечисление этих факторов. На практике нужно прервать перечисление как только здравый смысл подскажет, что в модель введено достаточно факторов, чтобы с ее помощью можно было хоть что-нибудь узнать об интересующей проблеме.

В рассматриваемом случае объектом анализа выступает определенное экономическое явление, скажем, структура межотраслевых связей. Если данная модель отражает существенные стороны изучаемого объекта, то можно надеяться, что выводы анализа будут соответствовать действительности. Надо подчеркнуть, что при составлении модели главное искусство заключается в том, чтобы выделить те основные факторы, которые являются решающими в данной задаче. Поэтому составление модели должно быть творческим процессом, достаточно гибким, чтобы представлять только самое существенное и отражать процессы анализа.

Среди задач управления большими энергетическими системами первой задачей является совершенствование методов оптимизации в энергетике. По какому пути должно идти совершенствование методов? Прежде всего должен разрабатываться взаимоувязанный комплекс математических моделей, соответствующих реальной

иерархической структуре больших систем. Это специально подчеркивается, потому что достаточно надежных методов создания этого взаимоувязанного комплекса моделей для расчета оптимизации систем на сегодня еще нет.

Вторая большая задача — это разработка методов получения и переработки информации, необходимой для развития энергетического хозяйства. Здесь важна система сбора, переработки и передачи информации, влияния погрешностей информации, а также развертывания теоретических и практических работ в области переработки информации. Все это составляет большую проблему, так как, для того чтобы система управления оказалась замкнутой и могла быть действительно совершенной, необходимо кроме технических средств в виде вычислительных машин иметь еще информацию, которую нужно закладывать в эти машины, причем достоверную информацию, а эту информацию надо собрать, надо ее передать. Тут возникает необходимость в каналах связи, в методах сбора информации, такой ее переработки и алгоритмизации, при которых ее можно было бы ввести в вычислительную машину. Это тоже большая проблема, поскольку, как образно сказал акад. В. М. Глушков, современная вычислительная машина — это большая бутылка с очень узким горлышком. В ней очень много можно накопить, но в нее очень трудно налить и очень трудно что-то получить обратно. Поэтому это узкое горлышко необходимо расширить, чтобы обеспечить ввод информации и ее обратный вывод из машины. Здесь возникает также вопрос о том, как пользоваться такими данными, которые получены при заведомо неполной информации, содержащей какие-то отклонения от реальности. Иными словами, возникает задача использования неполной и не вполне надежной информации для получения надежных данных.

Развертывание работ по научным основам и практическим методам управления функционированием и развитием энергетики требует разработки ряда практических мероприятий. Имеется в виду прежде всего создание вычислительных баз и центров, разработка всей техники для этой переработки информации — всего того, что кратко сейчас называют АСУ. АСУ — это автоматическая система управления, которая разрабатывается в нашей стране в широком аспекте, в том числе и применительно к управлению энергетикой.

В задачи, которые необходимо решить, чтобы уверенно подходить к созданию АСУ энергетики, входит изучение внешних связей больших систем энергетики с народным хозяйством, а также ее связей с биосферой, т. е. со всем тем, что выше было названо внешней средой в широком понимании.

Далее должна быть решена проблема критериев оптимальности, которые отражали бы динамику развития, учитывающую роль фундаментальных и прикладных наук. Такого рода критерии пока не общепризнаны, их разработка и уточнение являются очень сложной и вместе с тем важной задачей. За рамки нашего курса выходит большая проблема методологии и построения замыкаю-

щих расчетных затрат и ценообразования применительно к энергетике. Не будем здесь касаться этих вопросов, хотя они и имеют определенное отношение к проблемам управления энергетикой.

§ 1-5. ПЛАНИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИКИ В НАСТОЯЩЕЕ ВРЕМЯ

В настоящее время планирование энергетики как отрасли в основном опирается на технико-экономические проработки: схемы развития отрасли в целом (технико-экономические доклады) и схемы развития энергосистем (от ЕЭС СССР до схем электроснабжения отдельных потребителей). В практике проектирования установлен следующий порядок составления схем.

I этап. Техничко-экономический доклад по развитию энергетики. Составляется на срок 10—20 лет. В нем:

1) намечаются основные направления развития основных крупных энергетических объединений (ЕЭС СССР, Европы);

2) на основе предварительной оценки плановыми организациями уровня развития народного хозяйства определяются уровни потребления энергии по стране и по крупным районам;

3) определяются режим электропотребления, необходимый ввод генерирующих мощностей и характер этой мощности (пиковая или базисная);

4) выявляются возможные к использованию энергетические ресурсы районов и страны в целом и определяются технико-экономические показатели отдельных объектов (ГЭС, ГРЭС, АЭС, ТЭЦ);

5) на основе технико-экономического сопоставления вариантов или применения математических моделей систем определяется оптимальный состав генерирующих мощностей, т. е. рациональное соотношение в развитии ТЭЦ, ГЭС, ГРЭС, выполненных на различных видах топлива. Рассматривается вопрос о сравнительной эффективности транспорта разных видов топлива и электроэнергии;

6) для намеченной таким образом структуры генерирующих мощностей определяется режим работы электростанций, на основе которого уточняется структура генерирующих мощностей и размещение станций по районам; выявляются режимы работы межсистемных связей;

7) на основе распределения нагрузок по узлам составляются балансы и разрабатываются основные направления в развитии электрических сетей ЕЭС и ОЭС. Выбирается конфигурация основных схем электрических сетей. При этом рассматриваются вопросы обеспечения совместной работы крупных энергетических объединений.

На основе технико-экономического доклада выполняются технико-экономические обоснования по выбору площадок ГРЭС и крупнейших подстанций.

II этап. Разработка схем развития Единых и Объединенных энергосистем. Выполняется на 5—10 лет. При этом:

1) уточняются уровни электро- и теплопотребления;

2) уточняются мощности ТЭЦ и ГРЭС, районы их размещения, а также темпы строительства, исходя из реальных возможностей строительных организаций и т. д.;

3) разрабатываются схемы электрических сетей, определяются режимы их работы, выявляются требования к противоаварийной и системной автоматике;

4) определяется размещение источников реактивной мощности и условия регулирования напряжения;

5) определяются требования к отключающей аппаратуре. После разработки схем объединенных систем выполняются схемы отдельных энергосистем, в которых решаются главным образом вопросы развития распределительных электрических сетей;

6) анализируется рост электропотребления и укрупнение энергосистем и отдельных электростанций, решается ряд конкретных вопросов, выдвигаемых в процессе проектирования.

Методические вопросы прогнозирования и планирования, подлежащие дальнейшей разработке, предусматривают:

1) классификацию этапов проектирования энергосистем и формулировку задач каждого этапа;

2) разработку методов определения электропотребления по основным узлам крупных объединений на основе укрупненных расчетов (при наличии прогноза суммарного роста электропотребления по объединению в целом и неполной информации о составе потребителей по узлам);

3) разработку методов построения перспективных режимов электро- и теплопотребления с учетом изменений структуры и режимов энергопотребления отдельных категорий потребителей, с применением вероятностных методов и учетом неточности прогнозируемых данных;

4) разработку методов укрупненной оценки развития мощности ТЭЦ по узлам крупных энергообъединений;

5) дальнейшую разработку теории оптимизации структуры энергосистем. При этом должна быть учтена динамика их развития и обоснованы методы определения оптимальных соотношений в использовании различных источников энергии и типов энергоустановок с учетом частично-вероятностного характера исходной информации. В связи с этим оказывается необходимым:

а) усовершенствование общих математических моделей для определения оптимальных направлений развития энергосистем;

б) разработка системы частных математических моделей для сравнения конкретных вариантов развития энергосистем и выбора оптимальных параметров отдельных элементов энергосистем и энергоустановок (например, эффективного укрупнения единичной мощности агрегатов и электростанций, оптимизации схемы сетей и т. п.);

- в) разработка методов, учитывающих режимы работы энергосистем при выборе их структуры;
- 6) учет частично-вероятностного характера исходной информации при проектировании электрических сетей;
- 7) выбор оптимальной конфигурации и параметров сложной электрической сети;
- 8) разработку методов, определение оптимальной пропускной способности межсистемных связей в сложных энергосистемах;
- 9) разработку методов анализа условий параллельной работы крупных энергосистем со сложной конфигурацией электрических сетей;
- 10) разработку методов оценки надежности энергосистем:
 - а) определение оптимального резерва мощности и энергии в энергосистемах;
 - б) разработку критериев и методов определения надежности работы сложных энергосистем;
 - в) оценку надежности электрических сетей;
- 11) уточнение влияния динамики технико-экономических характеристик на характер развития энергетических объектов и на значение интервалов, подлежащих рассмотрению в основных задачах проектирования энергосистем.

Кроме того, возникает ряд общих вопросов, частично уже упоминавшихся выше:

- 1) разработка основных направлений развития энергетики СССР до 2000 г. с оценкой перспектив развития новых элементов генерирования и преобразования энергии в энергосистемах;
- 2) анализ перспектив развития народного хозяйства и структурных сдвигов в энергопотреблении; определение размеров энергопотребления по стране в целом и основным территориальным районам на различных этапах перспективного периода;

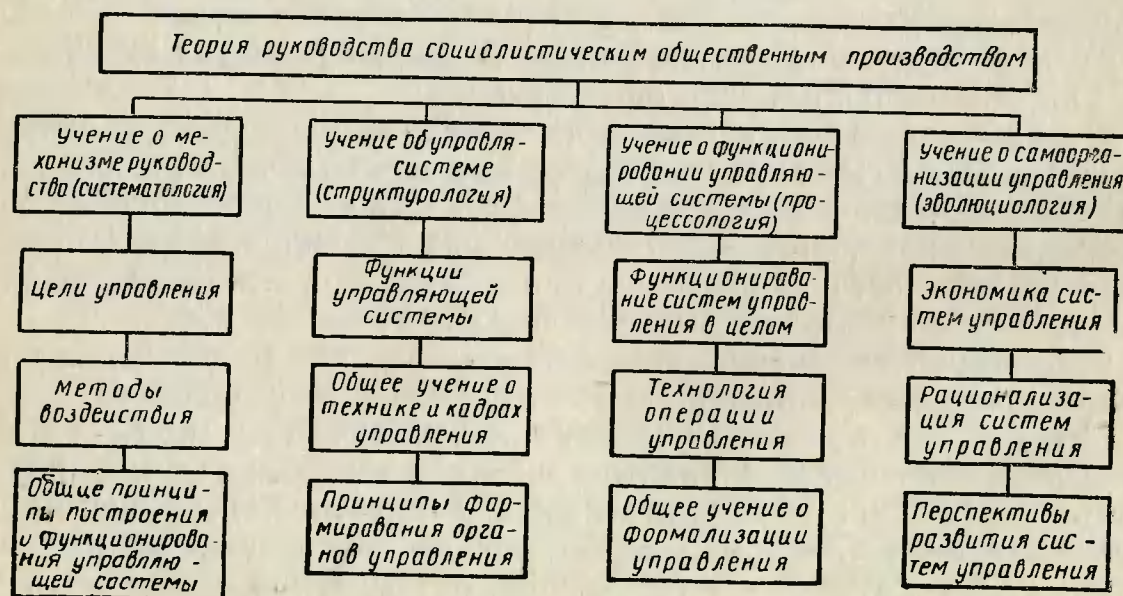


Рис. 1-13

3) выявление рациональных масштабов использования различных видов топлива в энергетике и выявление замыкающих показателей топливоснабжения в различных районах страны;

4) разработка методики определения и составления системы технико-экономических показателей электростанций, топливных баз и транспорта топлива для перспективных расчетов;

5) анализ тенденций развития энергетического оборудования и установление его оптимальных параметров (мощностей турбо- и котлоагрегатов, требований к их маневренным качествам и т. д.);

6) установление условий, обеспечивающих совместную работу энергосистем, входящих в ЕЭС страны, определение потоков мощности, выбор высшего напряжения и конфигурации основных сетей.

Рассмотренные в настоящей главе вопросы теории управления прогнозированием, планированием и функционированием электро-энергетических систем, связанные с вопросами энергетики в целом (общее энергетической системы), являются только некоторой частью теории руководства социалистическим общественным производством*. Некоторое представление о разделах, входящих в эту теорию, дает рис. 1-13.

ЛИТЕРАТУРА** К ГЛ. 1

1. Под ред. Л. А. Мелентьева. Методы математического моделирования в энергетике. Сб. Восточно-Сибирского книжного изд-ва. Иркутск, 1960.
2. Л. А. Мелентьев. Оптимизация и управление в больших системах энергетики. Восточно-Сибирское книжное изд-во, Иркутск, 1970.
3. В. А. Веников. Применение кибернетики в электрических системах. Сб. «Кибернетика на службу коммунизму». Т. I. Госэнергоиздат, 1961.
4. В. А. Веников. О задачах научно-теоретических разработок, связанных с проблемой АСУ ЕЭС СССР. Известия АН СССР. «Энергетика и транспорт», 1972, № 2.
5. Р. М. Добров. Прогнозирование науки и техники. «Наука», 1969.
6. В. А. Лисичкин. Отраслевое научное прогнозирование. «Экономика», 1971.
7. В. Р. Афанасьев. Об интенсификации социалистического общества (проблемы взаимодействия науки, техники и управления). «Мысль», 1969.
8. Г. Х. Попов. Методологические проблемы теории управления социалистическим общественным производством. Сб. «Итоги науки и техники». Организация управления. Т. 2, 1973.
9. А. С. Павленко, Е. О. Штейнгауз и др. Энергетика СССР в 1971—1975 гг. «Энергия», 1972.
10. В. Г. Гомошинский. Практика прогнозирования. «Знание», 1972.

* Подробно см. Сборник «Итоги науки и техники». Серия «Организация управления». Т. 2. Статья Г. Х. Попова. Методологические проблемы теории управления социалистическим общественным производством. Изд. ВИНТИ, 1972.

** Дается список литературы, которая рекомендуется студентам. Список не является ни библиографией по проблеме, ни перечнем литературы, использованной при составлении данной главы.

§ 2-1. ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ
КАК КИБЕРНЕТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Это введение к теме

Как было указано ранее, ЭЭС являются большими системами кибернетического типа, которые непрерывно развиваются. Признаком их кибернетических свойств является прежде всего то, что это развитие носит целенаправленный и оптимальный в экономическом и техническом смысле характер. Отставание в развитии электроэнергетики от роста электропотребления в народном хозяйстве может привести к пагубным последствиям для страны, задерживая развитие промышленности, рост благосостояния и повышение культуры трудящихся и производительности труда. Универсальность электрической энергии, рост электрификации промышленности, транспорта, сельского хозяйства и быта предопределяет огромное значение своевременного развития электроэнергетики для народного хозяйства. В связи с большими затратами материальных ресурсов государства, направляемых на развитие электроэнергетики, очень важно добиваться оптимального с экономической точки зрения развития энергетических систем и их объединений.

Оптимизация планирования развития ЭЭС является весьма сложной задачей, решение которой требует широкого применения методов математического программирования и ЦВМ и состоит из следующих этапов:

- а) получения исходных данных;
- б) составления целевой (минимизируемой) функции;
- в) составления алгоритма и программы для ЦВМ, предназначенных для минимизации целевой функции.

Задача оптимизации развития ЭЭС является динамической, т. е. она не может быть решена для какого-то определенного момента времени (года). Необходимо оптимизировать затраты в течение достаточно длительного периода времени (10—20 лет), так как оптимальные решения для отдельных лет этого периода могут противоречить друг другу; например, энергетический объект, вводимый в первые годы периода как оптимальный, может оказаться неоптимальным в последующие годы периода и привести к излишним затратам, и наоборот.

Основными исходными данными для решения задачи оптимизации развития электроэнергетики являются:

а) данные о динамике потребности электроснабжения в отдельных узлах энергосистемы в годы исследуемого периода, включая данные по максимальной мощности, потребляемой электроэнергии, по характерным графикам суммарной нагрузки, графикам продолжительности и т. д.;

б) данные об энергоресурсах, которые могут быть использованы в какой-либо энергосистеме непосредственно или путем передачи энергии из других энергосистем, включая предельные значения используемых энергоресурсов, их экономические показатели и экономические показатели возможных способов передачи энергии (электропередача, колесный или трубопроводный транспорт);

в) экономические и технические характеристики генерирующих источников и сетевых элементов, включая существующие установки;

г) характеристики уровня надежности энергосистемы, включая удельные показатели ущерба от перерывов электроснабжения, данные о вероятностях аварийного состояния отдельных элементов энергосистемы, о вероятностных характеристиках стока гидростанций и т. д.;

д) вид и характер минимизируемой (целевой) функции.

Как видно из перечисленного, многие исходные данные могут быть получены только на основе прогнозирования ряда величин и характеристик, точность которого должна быстро снижаться по мере удаления рассматриваемого периода времени от настоящего. Значение затрат в последующие годы периода также снижается с увеличением удаленности рассматриваемого периода, благодаря так называемому их экономическому приведению (см. ниже).

Рассмотрим отдельные группы исходных данных.

а) Основой планирования данных об электропотреблении отдельных энергетических узлов и всей энергосистемы в целом является прогнозирование годовых показателей электропотребления различных групп потребителей и статистические данные о соотношениях годового электропотребления с другими показателями электропотребления (максимальными, средними и минимальными нагрузками, суточными характерными графиками).

Планирование ежегодного роста годового потребления энергии по отдельным отраслям промышленности и всего народного хозяйства базируется на плане развития всех отраслей народного хозяйства за рассматриваемый период и, в частности, на плане роста производства и снижения удельных показателей потребления энергии на единицу продукции.

Планирование ежегодного роста годового потребления энергии по быту, коммунальному хозяйству, культурным учреждениям и т. п. базируется не только на планах развития этих отраслей, но и на статистических данных естественного роста электропотребления, роста населения.

Данные об энергоресурсах обычно определяются на основе оптимизации топливно-энергетического баланса страны, учитывающего потребность в топливе не только энергетики, но и всех отраслей

народного хозяйства. При этом также определяются оптимальный транспорт энергии, как по географическим пунктам отправления и приема энергии, так и по виду транспортируемой энергии, а также экономические показатели топлива.

Экономические и технические характеристики генерирующих источников и сетевых элементов находятся по данным заводов-изготовителей и проектных организаций.

Характеристики аварийности определяются по данным статистики, при этом следует учитывать динамику изменения аварийности, которая снижается по мере освоения первых образцов нового оборудования и новых агрегатов в процессе эксплуатации.

Данные об удельных показателях ущерба уточняются в каждой энергосистеме на основании работы, проводимой в энергосистеме. Принятая в настоящее время проектными организациями при оптимизации резерва мощности величина удельного коэффициента ущерба 0,6 руб/кв.ч, по-видимому, в дальнейшем будет уменьшаться.

Минимизируемая (целевая) функция в задаче оптимизации развития равняется сумме всех приведенных затрат по сооружаемым в расчетном периоде энергетическим объектам и по всем ранее сооруженным объектам за все время их существования. В число этих затрат входят затраты, связанные с капиталовложениями, ремонтом и эксплуатационными затратами.

Целевая функция

$$Z_0 = \sum_{t=0}^{T-1} K_t(1+p)^{\tau-t} + \sum_{t=0}^{T_c-1} I_t(1+p)^{\tau-t-1} *,$$

где K_t и I_t — капитальные и эксплуатационные затраты в год t по всем существующим и сооруженным к этому году объектам; T — период оптимизации; T_c — срок существования всех энергетических объектов, различный для разных объектов, однако условно принятый одинаковым и равным бесконечности; p — коэффициент экономической эффективности, равный 0,10—0,12, с помощью которого осуществляется экономическое приведение затрат к условному году Φ .

После некоторого преобразования

$$Z_0 = \sum_{t=0}^{T-1} [K_t(1+p)^{\tau-t} + I_t(1+p)^{\tau-t-1}] + I_{T-1} \sum_{t=T}^{\infty} (1+p)^{\tau-t-1},$$

где условно принята неизменной величина эксплуатационных затрат для всех сооруженных к концу исследуемого периода энергетических объектов и равной затратам в последний год периода (I_{T-1}).

* При выводе этой формулы принято, что капиталовложения осуществляются в последний год строительства, т. е. перед началом эксплуатации, а годовые издержки для какого-нибудь объекта неизменны.

Второй член выражения для Z_0 можно представить так:

$$I_{T-1} \sum_{t=T}^{\infty} (1+p)^{\tau-t-1} = I_{T-1} [(1+p)^{\tau-T-1} + (1+p)^{\tau-T-2} + \dots] = \\ = I_{T-1} (1+p)^{\tau-T} \left[\frac{1}{1+p} + \frac{1}{(1+p)^2} + \dots \right] = I_{T-1} (1+p)^{\tau-T} \cdot \frac{1}{p},$$

где $1/p$ — сумма членов ряда геометрической прогрессии, заключенного в квадратных скобках.

Следовательно,

$$Z_0 = \sum_{t=0}^{T-1} [K_t(1+p)^{\tau-t} + I_t(1+p)^{\tau-t-1}] + I_{T-1} (1+p)^{\tau-T} \cdot \frac{1}{p}.$$

Если минимизировать не Z_0 , а произведение $Z_0 p = z$, то новая минимизируемая функция

$$z = p \sum_{t=0}^{T-1} [K_t(1+p)^{\tau-t} + I_t(1+p)^{\tau-t-1}] + I_{T-1} (1+p)^{\tau-T}.$$

Так как τ — условный срок приведения, то его можно полагать равным нулю, тогда

$$z = p \sum_{t=0}^{T-1} [K_t(1+p)^{-t} + I_t(1+p)^{-t-1}] + I_{T-1} (1+p)^{-T}.$$

Последнее выражение записано для суммы приведенных затрат в задаче оптимизации развития при принятых допущениях.

При решении чисто статической задачи, когда $t=0$, $T=1$,

$$z = p k_0 + p I_0 (1+p)^{-1} + I_0 (1+p)^{-1} = p k_0 + I_0.$$

В таком виде минимизируемая функция применяется для статических задач оптимизации.

Капиталовложения в зависимости от мощности электростанций обычно носят нелинейный характер, часто довольно близкий к зависимости $A + BP$, где A — постоянная составляющая затрат, не зависящая от установленной мощности P , а B — постоянный коэффициент. Величина A особенно значительна для ГЭС. Поэтому установка первых агрегатов на ГЭС связана с большими удельными затратами, чем установка последующих агрегатов; как правило, такие агрегаты дешевле агрегатов ТЭС аналогичной мощности.

Капиталовложения в основные элементы сети имеют аналогичную зависимость от мощности или пропускной способности элемента.

Затраты на топливо в ТЭС имеют сложную нелинейную зависимость от установленной мощности, числа часов использования и структуры энергосистемы. Затраты на покрытие потерь мощно-

сти в существующих электрических сетях, как известно, квадратично зависят от мощности, передаваемой по элементу; потери энергии зависят, кроме того, от режима, который имеет место в рассматриваемый период. Обычно задачу определения потерь энергии упрощают введением расчетного коэффициента τ , характеризующего число часов, в течение которых максимальные потери мощности дали бы действительные потери энергии, что привело бы к квадратичной зависимости потерь энергии от максимальной передаваемой мощности.

Для вновь сооружаемых линий передачи при правильном выборе оптимальной плотности тока потери мощности и энергии оказываются линейно зависимыми от максимального потока. Действительно, потери мощности равны $I^2 r$, но после простых преобразований

$$I^2 r = I^2 \frac{\rho l}{q} = I \rho l i_0 = i_0 \frac{P}{U} \rho l,$$

где ρ — удельное сопротивление; l — длина линии; q — сечение проводов; i_0 — экономическая плотность тока, равная I/q ; P — передаваемая мощность; U — эксплуатационное напряжение.

Затраты на реновацию и ремонт обычно принимают пропорциональными капиталовложениям.

§ 2-2. ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЗРЕНИЯ

Как видно из § 2-1, минимизируемая функция в задаче оптимизации развития является сложной нелинейной функцией очень большого числа неизвестных, часть которых является дискретными (число вводимых агрегатов электростанций, напряжение и сечение электропередач и др.). К числу неизвестных задачи оптимизации развития относятся:

- 1) оптимальный срок ввода в эксплуатацию нового энергетического объекта (электростанции, электропередачи);
- 2) оптимальный тип вводимого объекта (мощность агрегатов, род топлива, давление и температура пара, напряжение, сечение и число цепей электропередачи и т. д.);
- 3) число вводимых агрегатов (цепей) по годам расчетного периода.

В итоге должны быть определены оптимальная структура электростанций и конфигурация сетей по годам расчетного периода. В настоящее время эта задача при точной формулировке практически неразрешима даже при применении современных ЭВМ. Поэтому приходится принимать ряд упрощающих допущений, позволяющих создавать математические модели, решающие задачу с достаточным приближением.

Математические модели и отдельные их блоки используют различные методы математического программирования. *Математическое программирование* — это раздел вычислительной математики,

рассматривающий методы решения оптимизационных задач различного класса путем разработки алгоритмов, выяснения условий сходимости и единственности решения.

В настоящем курсе рассматриваются достаточно подробно лишь некоторые методы математического программирования, применяемые при практическом решении задачи оптимизации развития электроэнергетики. Эти методы делятся на два основных класса — линейного и нелинейного программирования.

Методы линейного программирования используются при линейной зависимости минимизируемой функции от искомым неизвестных и линейном характере всех равенств и неравенств ограничений, составленных для неизвестных. Это сужает область применения методов линейного программирования. Однако эти методы настолько хорошо разработаны, что в ряде случаев их можно использовать для решения и нелинейных задач оптимизации. Линейные задачи оптимизации имеют одно решение.

Методы нелинейного программирования применимы при нелинейном характере минимизируемой функции, а также равенств и неравенств ограничений. Нелинейные задачи оптимизации могут иметь несколько решений, т. е. они являются многоэкстремальными. Поэтому при использовании методов нелинейного программирования необходимо обеспечить определение глобального экстремума (наименьшего минимума или наибольшего максимума), что не всегда выполнимо. Методы нелинейного программирования разработаны в недостаточной степени и применение их имеет ряд ограничений.

В зависимости от вида неизвестных оба класса математического программирования могут быть подразделены на подклассы непрерывного, дискретного и целочисленного программирования. Последние два подкласса практически можно объединить в один, так как задачи целочисленного программирования можно привести к задачам дискретного программирования.

В настоящей главе рассматриваются следующие методы линейного программирования: метод симплекс-алгоритма, симплекс-метод, модифицированный симплекс-метод, метод целочисленного линейного программирования Гомори, классический метод, называемый транспортной задачей, и транспортная задача с промежуточными перевозками. Из методов нелинейного программирования рассматриваются градиентный метод, метод динамического программирования и метод границ и ветвей.

Математические модели могут быть *глобальными* и *блочными*. В глобальной модели целевая функция минимизируется целиком. В блочной модели каждый из блоков модели выполняет ограниченную задачу оптимизации или оценки и только взаимодействие блоков обеспечивает минимизацию целевой функции путем итерационного процесса.

Математические модели, служащие для оптимизации развития, могут быть двух типов: *оптимизационные* и *оценочные*. Оптимизационные модели предназначены для непосредственного определе-

ния оптимального плана развития энергосистем. В этом плане для каждого энергетического объекта должен быть намечен оптимальный год ввода в эксплуатацию, оптимальные параметры устанавливаемого оборудования (давление и температура пара, мощность агрегатов, напряжение, сечение и число цепей электропередач и т. п.), а также мощность объекта, вводимая в эксплуатацию по годам расчетного периода. Сложность непосредственного определения оптимального плана развития объясняется большим числом неизвестных, значительная часть которых является дискретными или целочисленными (год ввода объекта в эксплуатацию, параметры оборудования), и нелинейностью целевой функции. Поэтому оптимизационные модели, применяемые в настоящее время, выполняются пока как линейные модели, использующие те или иные модификации линейного программирования. Неточность получаемых результатов определяет область применения оптимизационных моделей. Они служат в основном для предварительного исследования влияния разных факторов на оптимальность развития и для оценки эффективности отдельных объектов, вводимых в эксплуатацию. Это дает возможность сузить область вариантов развития, содержащих оптимальный вариант.

Оценочные модели в отличие от линейных оптимизационных моделей выполняются нелинейными, т. е. учитывают нелинейность целевой функции и ограничений. Оценочные модели дают экономическую оценку значительному числу вариантов развития, задаваемых проектировщиком. Обычно речь идет о вариантах развития только электростанций, выбираемых без учета затрат на топливо, на сети, и без учета фактора надежности. Задача оценочной модели заключается именно в определении приведенных затрат на топливо, сети и на компенсацию ущерба от прекращения электроснабжения. Суммирование этих затрат с затратами, идущими на сооружение электростанций, определяет суммарную экономическую оценку данного варианта.

Число вариантов ограничивается прежде всего самим проектировщиком, который сразу отбросит все варианты, явно экономически нецелесообразные. Если для всех новых электростанций имеются проекты развития, то число вариантов еще уменьшается, при этом будет варьироваться только очередность сооружения отдельных электростанций.

Приведенные затраты, идущие на сооружение и эксплуатацию станций (кроме затрат на топливо), обычно равны 40—50% всех затрат. Эта составляющая определяется проектировщиком непосредственно при назначении варианта или вычисляется специальным блоком.

Затраты на топливо составляют 35—45% и вместе с затратами на сооружение электростанций составляют 75—90%. Затраты на сооружение и эксплуатацию электрических транзитных сетей (без учета потерь в сетях) составляют 5—10%.

Величина ущерба потребителей в стоимостном выражении составляет 2—4%. Оценочные модели обычно состоят из блоков, оп-

ределяющих составляющие затрат: сетевого блока, режимного блока и блока ущерба. Эти блоки могут быть использованы и для решения частных проектных задач.

§ 2-3. МЕТОД СИМПЛЕКС-АЛГОРИТМА

В линейных математических моделях (см. § 2-2) применяются методы линейного программирования, представляющие в основном разные модификации симплекс-метода. Рассмотрим симплекс-алгоритм, являющийся основой симплекс-метода.

Он применим для оптимизации линейной целевой функции многих переменных, связанных линейными равенствами ограничений при условии, что уравнения ограничений и уравнение целевой функции имеют канонический вид (см. ниже). Пусть целевая минимизируемая функция линейно зависит от n неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$:

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (2-1)$$

при

$$x_i \geq 0, \text{ где } i=1, 2, \dots, n. \quad (2-2)$$

Уравнения ограничений имеют вид

[illegible]

где $m < n$. При $m = n$ значения переменных однозначно определяются системой уравнений (2-3) и z также однозначно определяется формулой (2-1). Все переменные неотрицательны в силу условия (2-2). *Базисными переменными* называются неизвестные, которые имеют коэффициент, равный единице, в одном из уравнений системы (2-3) и не встречаются в остальных уравнениях системы (2-3) и в уравнении целевой функции (2-1).

Небазисными переменными называются все остальные переменные. Если число базисных переменных равно m , т. е. равно числу уравнений ограничений, то уравнения (2-3) и выражение для z имеют следующий канонический вид:

[illegible]

Где $x_1, x_2, \dots, x_m$ — базисные переменные.

Если все небазисные переменные ($x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n$) равны нулю, то все базисные переменные ($x_1, x_2, \dots, x_m$) равны свободным членам $b_1, b_2, \dots, b_m$ и минимизируемая функция равна z_0 . Такое решение, при котором все небазисные переменные равны нулю, называется *базисным решением*.

Базисное решение называется допустимым, если все базисные переменные ($x_1, x_2, \dots, x_m$) неотрицательны. Допустимое базисное решение удовлетворяет условиям (2-2) и (2-4). Вопрос о том, как придать системе уравнений (2-1) и (2-3) канонический вид, будет рассмотрен в § 2-4 при описании симплекс-метода.

Если же система ограничивающих уравнений и уравнения целевой функции имеют канонический вид (2-4), то с помощью симплекс-алгоритма можно минимизировать функцию z следующим образом.

Критерий минимальности z , как это совершенно очевидно, заключается в неотрицательности всех коэффициентов c_j в системе (2-4). Если все $c_j \geq 0$, то любое изменение небазисных переменных в силу их неотрицательности может или увеличить значение z , или сохранить его, что доказывает оптимальность данного решения. Если же хоть один из коэффициентов в системе (2-4) $c_j < 0$, то можно уменьшить z путем увеличения x_j . При этом неизвестная x_j выводится из числа небазисных и должна быть введена в базис.

Если несколько коэффициентов c_j отрицательны, то для ускорения процесса оптимизации целесообразно выбрать коэффициент с наименьшим значением, т. е. с наибольшей абсолютной величиной. Обозначим такой наименьший коэффициент через c_s :

$$c_s = \min(c_j), \text{ причем } c_s < 0. \quad (2-5)$$

В базис будет введена при этом неизвестная x_s . Индекс s , т. е. неизвестная, вводимая в базис, в симплекс-алгоритме выбирается из условия (2-5). При введении x_s в базис величина z будет уменьшаться, так как произведение $c_s x_s < 0$.

Необходимо определить, до какого значения можно увеличивать x_s . Ограничение x_s здесь имеет место только в связи с условием (2-2), т. е. в связи с неотрицательностью всех неизвестных. Определим, как будут изменяться базисные переменные $x_1, x_2, \dots, x_m$ при введении x_s в базис и сохранении нулевых значений всех остальных небазисных переменных. Из (2-4) следует, что

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= b_1 - a_{1s}x_s; \\ x_2 &= b_2 - a_{2s}x_s; \\ &\dots \dots \dots \\ x_m &= b_m - a_{ms}x_s. \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

Анализируя (2-6), можно прийти к двум выводам:

1) если все $a_{is} \leq 0$, т. е. отрицательны или равны нулю, то можно увеличивать x_s без всяких ограничений и, следовательно, функция z не имеет ограничений снизу;

2) если же некоторые $a_{is} > 0$, то имеются ограничения на увеличение величины x_s ; в этом случае соответствующие базисные переменные x_i будут снижаться и, как только хоть одно из них достигнет нулевого значения, дальнейшее увеличение x_s будет недопустимо. Раньше всех достигнет нулевого значения та базисная переменная x_i , для которой отношение b_i/a_{is} , т. е. отношение свободного члена к коэффициенту в столбце s , будет минимальным, так как x_s по условиям (2-2) и (2-6) не может быть больше b_i/a_{is} . Поэтому предельное значение x_s определяется из условия

$$x_s = \min(b_i/a_{is}), \text{ где } a_{is} > 0. \quad (2-7)$$

При таком значении x_s одна из базисных переменных x_i принимает нулевое значение, т. е. базисная величина x_i выводится из базиса в число небазисных переменных. Выбор индекса r базисного неизвестного x_r , выводимого из базиса, определяется, таким образом, условием

$$b_r/a_{rs} = \min(b_i/a_{is}), \text{ где } a_{is} > 0. \quad (2-8)$$

Шаг оптимизации в симплекс-алгоритме заключается в выборе:

- а) небазисной переменной x_s , вводимой в базис по условию (2-5);
- б) базисной переменной x_r , выводимой из базиса по условию (2-8).

В результате получится новое допустимое базисное решение со значением z , сниженным на величину

$$|c_s x_s| = |c_s b_r/a_{rs}|,$$

т. е. новое сниженное значение

$$z_0^* = z_0 + c_s x_s < z_0,$$

так как $c_s < 0$ и $x_s > 0$.

Прежде чем приступить к дальнейшей оптимизации, необходимо вновь привести систему ограничивающих уравнений и целевой функции к каноническому виду. Для этого следует исключить новую базисную переменную x_s из всех уравнений (2-4), кроме уравнения строки r . В последнем уравнении коэффициент при x_s должен быть равен единице. Это преобразование выполняется так:

- а) деля уравнение r -й строки системы (2-4), т. е. уравнение

$$x_r + a_{r,m+1}x_{m+1} + a_{r,m+2}x_{m+2} + \dots + a_{rs}x_s + \dots + a_{rn}x_n = b_r,$$

на коэффициент a_{rs} , называемый ведущим членом преобразования, определяем величину x_s :

$$x_s = \frac{b_r}{a_{rs}} - \frac{x_r}{a_{rs}} - \frac{a_{r,m+1}x_{m+1}}{a_{rs}} - \frac{a_{r,m+2}x_{m+2}}{a_{rs}} - \dots - \frac{a_{rn}x_n}{a_{rs}}; \quad (2-9)$$

- б) подставляя значение x_s из (2-9) во все остальные уравнения системы (2-4), приведем эту систему к новому каноническому виду:

[illegible]

Здесь x_s входят в число базисных неизвестных, а x_r — в число небазисных. При ручном счете подставляют значение x_s , определенное по формуле (2-9), в систему (2-4) и приводят подобные члены.

Значения коэффициентов и свободных членов системы (2-4) подсчитывают на ЭВМ следующим образом:

а) подставляя x_s из (2-9) в уравнения i -й строки, получают

$$x_i + a_{i,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{is} \left(\frac{b_r}{a_{rs}} - \frac{x_r}{a_{rs}} - \frac{a_{r,m+1}x_{m+1}}{a_{rs}} - \dots \right. \\ \left. \dots - \frac{a_{rn}x_n}{a_{rs}} \right) + \dots + a_{in}x_n = b_i. \quad (2-11)$$

После приведения подобных членов уравнение (2-11) i -й строки примет вид

$$x_i + \left(a_{i,m+1} - \frac{a_{is}a_{r,m+1}}{a_{rs}} \right) x_{m+1} + \dots + \left(a_{ij} - \frac{a_{is}a_{rj}}{a_{rs}} \right) x_j - \frac{a_{is}}{a_{rs}} x_r + \dots$$

$$\dots + \left(a_{in} - \frac{a_{is}a_{rn}}{a_{rs}} \right) x_n = b_i - b_r \frac{a_{is}}{a_{rs}}; \quad (2-12)$$

б) подставляя x_s из (2-9) в уравнение для z , получают

$$c_{m+1}x_{m+1} + \dots + c_s \left(\frac{b_r}{a_{rs}} - \frac{x_r}{a_{rs}} - \frac{a_{r,m+1}x_{m+1}}{a_{rs}} - \dots - \frac{a_{rn}x_n}{a_{rs}} \right) + \dots$$

$$\dots + c_j x_j + \dots + c_n x_n - z = -z_0$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} & \left(c_{m+1} - c_s \frac{a_{r,m+1}}{a_{rs}} \right) x_{m+1} + \dots - c_s \frac{x_r}{a_{rs}} + \dots \\ & \dots + \left(c_j - c_s \frac{a_{js}}{a_{rs}} \right) x_j + \dots + \left(c_n - c_s \frac{a_{rn}}{a_{rs}} \right) x_n - z = \\ & = -z_0 - c_s \frac{b_r}{a_{rs}}. \end{aligned} \quad (2-13)$$

Общие формулы для преобразования коэффициентов a_{ij} (где i — номер строки, т. е. базисной переменной; j — номер столбца, т. е. небазисной переменной) и всех свободных членов b_i таковы:

для всех строк, кроме s , и всех столбцов, кроме r ,

$$a_{ij}^* = a_{ij} - a_{is}a_{rj}/a_{rs}; \quad b_i^* = b_i - b_ra_{is}/a_{rs}; \quad (2-14)$$

для строки s , как видно из (2-9),

$$a_{sj}^* = a_{rj}/a_{rs}; \quad b_s^* = b_r/a_{rs}; \quad (2-15)$$

для столбца r , как видно из (2-9) и (2-12),

$$a_{ir}^* = -a_{is}/a_{rs}; \quad a_{sr}^* = 1/a_{rs}, \quad (2-16)$$

где «*» соответствует новому значению коэффициента или свободного члена.

Преобразование c_j и z_0 производится по следующим формулам: для всех столбцов, кроме r [см. (2-13)],

$$c_j^* = c_j - c_s a_{rj} / a_{rs};$$

для столбца r [см. (2-13)]

$$c_r^* = -c_s/a_{rs}; \quad z_0^* = z_0 + c_s b_r/a_{rs}. \quad (2-17)$$

Формулы (2-14) — (2-17) используются при преобразовании системы (2-4) к новому каноническому виду после введения в базис x_s и выведения x_r при счете на ЭВМ.

На основании изложенного можно установить порядок операций в симплекс-алгоритме. Пусть система ограничивающих уравнений и целевая функция имеют канонический вид. При этом:

1) определяется $c_s = \min(c_j)$. Если $c_s \geq 0$, то базисное решение запишется так: $x_1 = b_1, x_2 = b_2, \dots, x_m = b_m, x_{m+1} = 0, x_{m+2} = 0, \dots, x_n = 0$ (оптимально) и $z = z_0$;

2) если $c_s < 0$, то в базис вводится переменная x_s ;

3) определяется, все ли $a_{is} \leq 0$. Если все $a_{is} \leq 0$, то функция z не ограничена снизу, так как x_s можно увеличивать неограниченно;

4) если некоторые $a_{is} > 0$, то определяется $b_m/a_{rs} = \min(b_i/a_{is})$ из числа $a_{is} > 0$.

Переменная x_7 выводится из базиса;

5) находится новое значение z_0 :

$$z_0^* = z_0 + c_s b_r / a_{rs};$$

6) преобразуется система уравнений с помощью подстановки формул (2-14)—(2-17) или формулы (2-9) во все прежние уравнения.

Новый шаг оптимизации производится путем повторных подсчетов по п. 1÷6.

На рис. 2-1 представлена структурная схема симплекс-метода.

Пример 2-1. Исходная система ограничивающих уравнений и целевой функции задана в следующем виде:

$$x_1 - \frac{3}{4}x_2 + 2x_3 - \frac{1}{4}x_4 = 3 \rightarrow *;$$

$$x_5 - \frac{1}{4}x_2 + 3x_3 - \frac{3}{4}x_4 = 5;$$

$$8x_2 - 24x_3 + 5x_4 - z = -28.$$

Первое базисное решение: $x_1=3, x_5=5, x_2=x_3=x_4=0, z=28$.

Первый шаг:

1) выбор $s: c_s = \min(c_j) = -24; s=3$. В базис вводится небазисная переменная x_3 ;

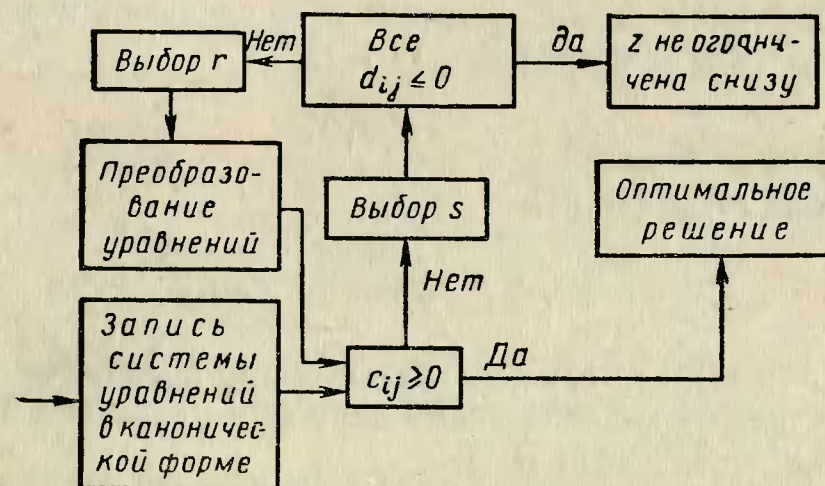


Рис. 2-1

2) определение положительных a_{is} : (2,3);

3) выбор $r: b_r/a_{rs} = \min(3/2, 5/3) = 3/2; r=1$. Из базиса выводится x_1 ;

4) определение $x_3 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{8}x_2 + \frac{1}{8}x_4$ из строки 1. Подстановка значения x_3 во второе и третье уравнения дает новую систему уравнений:

$$x_3 + \frac{1}{2}x_1 - \frac{3}{8}x_2 - \frac{1}{8}x_4 = \frac{3}{2};$$

$$x_5 - \frac{3}{2}x_1 + \frac{7}{8}x_2 - \frac{3}{8}x_4 = \frac{1}{2} \rightarrow;$$

$$12x_1 - x_2 + 2x_4 - z = 8.$$

Новое базисное решение: $x_3=3/2, x_5=1/2, x_1=x_2=x_4=0, z=-8$. Изменение z равно $c_s b_r/a_{rs} = -24 \cdot 3/2 = -36$.

Второй шаг:

1) выбор $s: c_s = \min(c_j) = -1; s=2$. В базис вводится x_2 ;

2) определение положительного коэффициента в столбце s ;

* Стрелки обозначают введение в базис (вертикальная) и выведение из базиса (горизонтальная).

3) выбор $r: r=5$; из базиса выводится x_5 ;

4) из уравнения второй строки находим $x_2 = \frac{4}{7} - \frac{8}{7}x_s + \frac{12}{7}x_1 + \frac{3}{7}x_4$.

Подстановка значения x_2 в первое и третье уравнения дает новую систему уравнений:

$$x_2 - \frac{12}{7}x_1 - \frac{3}{7}x_4 + \frac{8}{7}x_5 = \frac{4}{7};$$

$$x_3 - \frac{1}{7}x_1 + \frac{2}{7}x_4 + \frac{3}{7}x_5 = \frac{12}{7};$$

$$\frac{72}{7}x_1 + \frac{11}{7}x_4 + \frac{8}{7}x_5 - z = \frac{60}{7}.$$

Новое базисное решение: $x_2=4/7, x_3=12/7, x_1=x_4=x_5=0$. Изменение z равно $c_s \frac{b_r}{a_{rs}} = -1 \left(\frac{1}{2} / \frac{7}{8} \right) = -\frac{4}{7}$.

Так как все c_i в уравнении для z положительны, полученное базисное решение является оптимальным.

При применении симплекс-алгоритма могут встретиться следующие частные случаи, имеющие практическое значение.

1. Если наряду с равенствами ограничений имеются неравенства, то эти неравенства следует превратить в равенства путем добавления дополнительной неотрицательной неизвестной. Пусть, например, имеется неравенство ограничения

$$2x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 7.$$

Вводя дополнительное неизвестное, например x_6 , получим равносильное равенство

$$2x_1 - 4x_2 + x_3 + x_6 = 7; \quad x_6 \geq 0.$$

Таким образом, неравенство $2x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 7$ заменяется равенством $2x_1 - 4x_2 + x_3 + x_6 = 7$.

2. Если по своему характеру какое-либо неизвестное может быть отрицательным, то во избежание нарушения ограничения (2-2) его следует заменить разностью двух неотрицательных величин:

$$x_2 = x_7 - x_8,$$

где x_7 и x_8 — неотрицательные величины, а x_2 может иметь любой знак.

3. Если имеется два неизвестных, для которых отношения b_i/a_{is} минимальны и одинаковы, то выбор r произволен при $b_i > 0$.

4. Если одна из величин b_i равна нулю, то выбор r соответствует именно данной строке, но $x_s^* = 0$ и, следовательно, на данном шаге оптимизации функция z не снижается.

5. Если равны нулю две величины b_i , то выбор r произволен, однако оптимизация идет быстрее, если выбирать r по большему значению a_{is} .

Определить оптимальные значения часов использования станций — h_1 , h_2 и h_3 , минимизирующие затраты на станциях z :

Неизвестные h_1, h_2, h_3 имеют следующие неравенства ограничений:

Вводя обозначения $x_1=h_1$, $x_2=h_2$, $x_3=h_3$ получаем ограничения: $x_1 \leq 7000$; $x_2 \leq 7000$; $x_3 \leq 7000$. Для превращения их в равенства вводим дополнительные переменные — x_4 , x_5 и x_6 . Тогда система ограничивающих уравнений и целевой функции будет иметь вид

Для приведения к каноническому виду выберем в качестве базисных переменные: x_1, x_2, x_3 и x_6 . Небазисными будут переменные x_4 и x_5 . Исключим базисные переменные из других уравнений. Для этого используем равенства, получаемые из (2-18):

$$x_3 = \frac{W - P_1 x_1 - P_2 x_2}{P_3} = \frac{W - P_1 (7000 - x_4) - P_2 (7000 - x_5)}{P_3}.$$

$$x_3 - \frac{P_1}{P_3} x_4 - \frac{P_2}{P_3} x_5 = \frac{W - P_1 7000 - P_2 7000}{P_3};$$

$$x_1 - x_4 = 7000;$$

$$P_1(\gamma_3 - \gamma_1)x_4 + P_2(\gamma_3 - \gamma_2)x_5 - z = -P_1\gamma_1 7000 - P_2\gamma_2 7000 - \gamma_3(W - P_1 7000 - P_2 7000).$$

и $P_2(\gamma_3 - \gamma_2)$.

124

Если $\gamma_3 < \gamma_1$ и $\gamma_3 > \gamma_2$, то в базис следует ввести x_4 , т. е. нужно разгрузить станцию 1 (менее экономичную, чем 3) и из базиса вывести x_6 , т. е. загрузить станцию 3 полностью.

125

Здесь $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$ — искусственные переменные; $W = x_{n+1} + x_{n+2} + \dots + x_{n+m}$ — их сумма.

Все величины b_i должны быть неотрицательными, для этого в случае необходимости следует изменить знаки левых частей уравнений. Полученная система еще не имеет канонического вида, так как переменные $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$ входят в последнее уравнение (для W). Чтобы исключить их из последнего уравнения, суммируют первые m уравнений и затем вычитают сумму из последнего. При этом получают систему уравнений:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} &= b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+2} &= b_2; \\ \dots &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} &= b_m; \\ c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n - z &= 0; \\ \left(-\sum_{i=1}^m a_{i1}\right)x_1 + \left(-\sum_{i=1}^m a_{i2}\right)x_2 + \dots + \left(-\sum_{i=1}^m a_{in}\right)x_n - W &= -\sum_{i=1}^m b_i. \end{aligned}$$

Введем обозначения: $d_j = \left(-\sum_{i=1}^m a_{ij}\right)$ и $W_0 = \sum_{i=1}^m b_i$. Тогда окончательно получим систему уравнений для начала 1-го этапа СМ:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} &= b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+2} &= b_2; \\ \dots &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} &= b_m; \\ c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n - z &= 0; \\ d_1 x_1 + d_2 x_2 + \dots + d_n x_n - W &= -W_0. \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

На 1-м этапе симплекс-метода с помощью обычного симплекс-алгоритма минимизируется не z -функция, а W -функция. Последовательность этой минимизации такова:

1) определяют значения d_j , если все величины $d_j \geq 0$, то минимизировать W нельзя; если же $W > 0$, то допустимое решение не возможно.

Если некоторые из величин $d_j < 0$, то выбирают индекс неизвестного s , вводимого в базис по условию

$$d_s = \min(d_j), \text{ где } d_s < 0;$$

2) затем находят индекс неизвестного r , выводимого из базиса по условию

$$b_r/a_{rs} = \min(b_i/a_{is}), \text{ где } a_{is} > 0;$$

3) преобразуют все уравнения системы (2-20) с помощью формул (2-14) — (2-17). При этом дополнительными служат следующие формулы преобразования d_j и W_0 :

для всех столбцов, кроме r ,

$$d_j^* = d_j - d_s a_{rj}/a_{rs}; \quad (2-21)$$

для столбца r

$$d_r^* = -d_s/a_{rs};$$

$$W_0 = W_0 + d_s b_r/a_{rs}. \quad (2-22)$$

Затем повторяют п. 1 ÷ 3 до тех пор, пока все величины не станут неотрицательными;

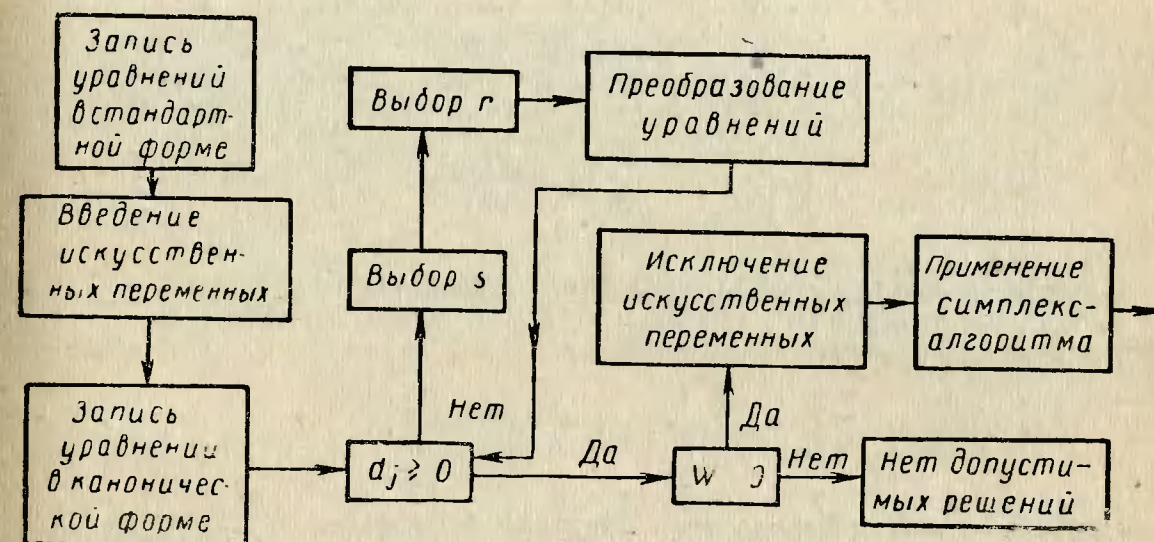


Рис. 2-2

4) определяют W , если $W = 0$, то, очевидно, равны нулю и все искусственные неизвестные. Тогда систему уравнений (2-20) переписывают, устраняя последнее уравнение и все искусственные переменные. Полученная система имеет канонический вид. Если $W > 0$, то решение невозможно.

2-й этап СМ представляет собой оптимизацию с помощью симплекс-алгоритма системы, полученной на 1-м этапе.

На рис. 2-2 показана структурная схема симплекс-метода.

Пример 2-3. Рассмотрим применение симплекс-метода. Исходная система уравнений

$$5x_1 - 4x_2 + 13x_3 - 2x_4 + x_5 = 20;$$

$$x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 + x_5 = 8;$$

$$x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 + 5x_5 - z = 0.$$

Введем искусственные переменные x_6 и x_7 и уравнение для W : $x_6 + x_7 - W = 0$. Из последнего путем вычитания суммы первых двух уравнений исключим x_6 и x_7 . Получим систему уравнений канонического вида:

$$5x_1 - 4x_2 + 13x_3 - 2x_4 + x_5 + x_6 = 20 \rightarrow;$$

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 + x_5 + x_7 &= 8; \\ x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 + 5x_5 - z &= 0; \\ -6x_1 + 5x_2 - 18x_3 + 3x_4 - 2x_5 - W &= -28. \end{aligned}$$

Первый шаг:

выбор $s: d_s = \min d_j = -18; s=3$. В базис вводится x_3 ;
выбор $r: b_r/a_{rs} = \min (b_i/a_{is}) = \min (20/13, 8/5) = 20/13; r=6$.

Из базиса выводится x_6 .

После преобразования по формулам (2-14) — (2-17) и (2-21) получим систему

$$\begin{aligned} x_3 + \frac{5}{13}x_1 - \frac{4}{13}x_2 - \frac{2}{13}x_4 + \frac{1}{13}x_5 + \frac{1}{13}x_6 &= \frac{20}{13}; \\ -\frac{12}{13}x_1 + \frac{7}{13}x_2 - \frac{3}{13}x_4 + \frac{8}{13}x_5 - \frac{5}{13}x_6 + x_7 &= \frac{4}{13}; \\ \frac{48}{13}x_1 + \frac{50}{13}x_2 - \frac{1}{13}x_4 + \frac{72}{13}x_5 + \frac{7}{13}x_6 - z &= \frac{140}{13}; \\ \frac{12}{13}x_1 - \frac{7}{13}x_2 + \frac{3}{13}x_4 - \frac{8}{13}x_5 + \frac{18}{13}x_6 - W &= -\frac{4}{13}. \end{aligned}$$

Второй шаг:

выбор $s: d_s = \min d_j = -8/13; s=5$. В базис вводится x_5 ;

выбор $r: b_r/a_{rs} = \min (20, 1/2) = 1/2; r=7$. Из базиса выводится x_7 .

После преобразования получим систему

$$\begin{aligned} x_3 + \frac{1}{2}x_1 - \frac{3}{8}x_2 - \frac{1}{8}x_4 + \frac{1}{8}x_6 - \frac{1}{8}x_7 &= \frac{3}{2}; \\ x_5 - \frac{3}{2}x_1 + \frac{7}{8}x_2 - \frac{3}{8}x_4 - \frac{5}{8}x_6 + \frac{13}{8}x_7 &= \frac{1}{2}; \\ 12x_1 - x_2 + 2x_4 + 4x_6 - 9x_7 - z &= 8; \\ x_6 + x_7 - W &= 0. \end{aligned}$$

Дальнейшее снижение W невозможно, так как $W=0$. Следовательно, $x_6 = x_7 = 0$.

1-й этап заканчивается исключением столбцов x_6, x_7 и последнего уравнения. При этом имеется система уравнений

$$\begin{aligned} x_3 + \frac{1}{2}x_1 - \frac{3}{8}x_2 - \frac{1}{8}x_4 &= \frac{3}{2}; \\ x_5 - \frac{3}{2}x_1 + \frac{7}{8}x_2 - \frac{3}{8}x_4 &= \frac{1}{2}; \\ 12x_1 - x_2 + 2x_4 - z &= 8. \end{aligned}$$

На 2-м этапе с помощью симплекс-алгоритма минимизируется z .

Пример 2-4. Рассмотрим применение симплекс-метода для решения упрощенной задачи оптимизации развития электростанций. Возможно сооружение электростанций 1, 2 и 3 с предельными мощностями $P_{1\text{пр}}=900$ Мвт; $P_{2\text{пр}}=1200$ Мвт и $P_{3\text{пр}}=1200$ Мвт. Числа часов использования h_i этих станций ограничены: $3000 \leq h_i \leq 7000$. Имеются также ограничения по балансу мощности и энергии:

$$\sum_{i=1}^3 P_i = 2600 \text{ Мвт}; \quad \sum_{i=1}^3 h_i P_i = 15\,600 \text{ млн. кВт}\cdot\text{ч} \quad (15\,600 \cdot 10^3 \text{ Мвт}\cdot\text{ч}).$$

Минимизируемая целевая функция

$$z = \sum_{i=1}^3 (a_i + b_i h_i) P_i,$$

где a_i — удельные приведенные капиталовложения с учетом ремонта и реновации, руб/квт; b_i — приведенные удельные затраты топлива на 1 Мвт·ч для станции; h_i — число часов использования станции.

Примем допущения о линейности капиталовложений и о линейной зависимости удельных затрат b_i от h_i . При этом

$$b_i = b_i^{\min} + \frac{b_i^{\max} - b_i^{\min}}{h_i^{\max} - h_i^{\min}} (h_i^{\max} - h_i).$$

Можно доказать, что любая станция, работающая с числом часов h_i и удельными затратами b_i , имеет больше затрат, чем две однотипные, работающие с $h_i^{\min}$ и $h_i^{\max}$ и с мощностями $P_i^{(1)}$ и $P_i^{(2)}$ соответственно, причем

$$P_i = P_i^{(1)} + P_i^{(2)};$$

$$h_i = \frac{h_i^{\min} P_i^{(1)} + h_i^{\max} P_i^{(2)}}{P_i^{(1)} + P_i^{(2)}} = \frac{h_i^{\min} P_i^{(1)} + h_i^{\max} P_i^{(2)}}{P_i}.$$

Уменьшение затрат

$$m = [P_i^{(1)} + P_i^{(2)}] h_i b_i - [P_i^{(1)} h_i^{\min} b_i^{\max} + P_i^{(2)} h_i^{\max} b_i^{\min}].$$

Подставляя в последнее уравнение h_i и b_i , после преобразований получим

$$m = \frac{P_i^{(1)} P_i^{(2)}}{P_i^{(1)} + P_i^{(2)}} (h_i^{\max} - h_i^{\min}) (b_i^{\max} - b_i^{\min}) > 0,$$

т. е. разделение станции на две однотипные уменьшает затраты. При этом минимизируемая функция

$$z = \sum_{i=1}^3 [(a_i + b_i^{\max} h_i^{\min}) P_i^{(1)} + (a_i + b_i^{\min} h_i^{\max}) P_i^{(2)}].$$

Такая функция соответствует замене кривой графика продолжительности двухступенчатой линией с числами часов использования 3000 и 7000 и с той же годовой энергией. Пусть все члены, стоящие в круглых скобках, вычислены и целевая функция

$$z = 15P_1^{(1)} + 20P_1^{(2)} + 20P_2^{(1)} + 25P_2^{(2)} + 20P_3^{(1)} + 30P_3^{(2)}$$

при следующих ограничениях:

$$P_1^{(1)} + P_1^{(2)} \leq 900; \quad P_2^{(1)} + P_2^{(2)} \leq 1200; \quad P_3^{(1)} + P_3^{(2)} \leq 1200;$$

$$P_1^{(1)} + P_1^{(2)} + P_2^{(1)} + P_2^{(2)} + P_3^{(1)} + P_3^{(2)} = 2600;$$

$$3P_1^{(1)} + 7P_1^{(2)} + 3P_2^{(1)} + 7P_2^{(2)} + 3P_3^{(1)} + 7P_3^{(2)} = 15\,600.$$

Вводим обозначения: $P_1^{(1)}=x_1$; $P_1^{(2)}=x_2$; $P_2^{(1)}=x_3$; $P_2^{(2)}=x_4$; $P_3^{(1)}=x_5$; $P_3^{(2)}=x_6$.

Для устранения неравенств введем неизвестные x_7, x_8, x_9 , а для придания канонического вида — x_{10} и x_{11} .

Расчеты иллюстрируем таблицами. Круглыми обозначим базисные переменные

1-й этап СМ

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	$-z$	$-W$	b
1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	2600
3	7	3	7	3	7	0	0	0	0	1	0	0	15600
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	900
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1200
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1200
15	20	20	25	20	30	0	0	0	0	0	1	0	0
-4	-8	-4	-8	-4	-8	0	0	0	0	0	0	1	-18200

В базис вводим x_2 и выводим x_7 . После преобразования получаем:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	$-z$	$-W$	b
0	0	1	1	1	1	-1	0	0	1	0	0	0	1700
-4	0	3	7	3	7	-7	0	0	0	1	0	0	9300
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	900
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1200
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1200
-5	0	20	25	20	30	-20	0	0	0	0	1	0	-18000
4	0	-4	-8	-4	-8	8	0	0	0	0	0	1	-11000

В базис вводим x_4 и выводим x_8 :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	$-z$	$-W$	b
0	0	0	0	1	1	-1	-1	0	1	0	0	0	500
-4	0	-4	0	3	7	-7	-7	0	0	1	0	0	900
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	900
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1200
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	9	1200
-5	0	-5	0	20	30	-20	-25	0	0	0	1	0	-48000
4	0	4	0	-4	-8	8	8	0	0	0	0	1	-1400

В базис вводим x_6 и выводим x_{11} :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	$-z$	$-W$	b
$\frac{4}{7}$	0	$\frac{4}{7}$	0	$\frac{4}{7}$	0	0	0	0	1	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{2600}{7}$
$-\frac{4}{7}$	0	$-\frac{4}{7}$	0	$\frac{3}{7}$	1	-1	-1	0	0	$\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{900}{7}$
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	900
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1200
$\frac{4}{7}$	0	$\frac{4}{7}$	0	$\frac{4}{7}$	0	1	1	1	0	$-\frac{1}{7}$	0	0	$\frac{7500}{7}$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	$-z$	$-W$	b
$\frac{85}{7}$	0	$\frac{85}{7}$	0	$\frac{50}{7}$	0	10	5	0	0	$\frac{30}{7}$	1	0	$\frac{363000}{7}$
$-\frac{4}{7}$	0	$-\frac{4}{7}$	0	$-\frac{4}{7}$	0	0	0	0	0	$\frac{8}{7}$	0	1	$-\frac{2600}{7}$

В базис вводим x_1 и выводим x_{10} :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	$-z$	$-W$	b
1	0	1	0	1	0	0	0	0	$\frac{7}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	650
0	0	0	0	1	1	-1	-1	0	1	0	0	0	500
0	1	-1	0	-1	0	1	0	0	$-\frac{7}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	250
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1200
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	-1	0	0	700
0	0	0	0	-5	0	10	5	0	$-\frac{85}{4}$	$-\frac{5}{4}$	1	0	-59750
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

2-й этап СМ

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	$-z$	b
1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	650
0	0	0	0	1	1	-1	-1	0	0	500
0	1	-1	0	-1	0	1	0	0	0	250
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1200
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	700
0	0	0	0	-5	0	10	5	0	1	-59750

В базис вводим x_5 и выводим x_6 :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	$-z$	b
1	0	1	0	0	-1	1	1	0	0	150
0	0	0	0	1	1	-1	-1	0	0	500
0	-1	-1	0	0	1	0	-1	0	0	750
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1200
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	700
0	0	0	0	0	5	5	0	1	1	-58250

Так как $W=0$, а также $x_{10}=0$ и $x_{11}=0$, то 1-й этап закончен. Вычеркиваем столбы для x_{10} , x_{11} и — W и последнюю строку.

Так как все $c_j > 0$, то получено оптимальное решение:

$$P_1=900; h_1=(150 \cdot 3000 + 750 \cdot 7000)/900=6333; P_2=1200; h_2=7000; P_3=500; h_3=3000; z=58\,250.$$

Результат является приближенным не только вследствие допущения линейности капитальных вложений от мощности, но и вследствие замены графика продолжительности двухступенчатым.

Более точный результат может быть получен при замене графика продолжительности многоступенчатой линией с числом ступеней s . При этом

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^s (a_l + b_{il} h_l) P_{il},$$

где l — индекс ступени; n — число станций.

Значения a_i , b_{il} , h_l известны. Дополнительные ограничения таковы:

$$\sum_{l=1}^s P_{il} = P_i; \quad \sum_{i=1}^n P_{il} = P_l,$$

где P_l — мощность для ступени l .

Задача решается симплекс-методом.

§ 2-5. МОДИФИЦИРОВАННЫЙ СИМПЛЕКС-МЕТОД

Недостаток обычного симплекс-метода, рассмотренного в § 2-4, заключается в том, что при преобразовании уравнений ограничений и уравнений для z и W в процессе перехода к следующему шагу оптимизации пересчитываются абсолютно все коэффициенты и свободные члены полной системы уравнений, хотя для выбора s нужно знать только коэффициенты W -уравнения или z -уравнения (в зависимости от этапа СМ), а для выбора r — только коэффициенты столбца x_s и свободные члены. Необходимость пересчета всех коэффициентов и свободных членов полной системы уравнений обусловлена тем, что формулы симплекс-метода предусматривают вычисление всех искомых коэффициентов на $(k+1)$ -м шаге по данным k -го шага. Это увеличивает объем расчетов и замедляет отыскание оптимального решения.

Идея модифицированного симплекс-метода (МСМ) заключается в определении не всех, а только необходимых коэффициентов и не из данных предыдущего цикла, а непосредственно из исходной системы уравнений (нулевого цикла).

Такие расчеты возможны при введении новых матричных величин, определяемых для любого, например k -го, цикла следующим образом:

1) обратный базис k -го цикла — это прямоугольная матрица

$$B_k^{-1} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{m1} & \beta_{m2} & \dots & \beta_{mm} \end{bmatrix}; \quad (2-23)$$

2) симплекс-коэффициенты k -го цикла — это вектор-столбцы π_k и σ_k :

$$\pi_k = \begin{bmatrix} \pi_{1k} \\ \pi_{2k} \\ \dots \\ \pi_{mk} \end{bmatrix}; \quad \sigma_k = \begin{bmatrix} \sigma_{1k} \\ \sigma_{2k} \\ \dots \\ \sigma_{mk} \end{bmatrix}. \quad (2-24)$$

Базисом B_k k -го цикла называется матрица коэффициентов системы ограничивающих уравнений в нулевом цикле для тех неизвестных, которые будут впоследствии базисными в k -м цикле, т. е. для которых в k -м цикле матрица коэффициентов будет единичной. Вычислить B_k заранее невозможно, так как неизвестно, какие величины в k -м цикле будут базисными.

Обратным базисом B_k^{-1} k -го цикла называется матрица, обратная B_k . Базисные переменные нулевого цикла в системе уравнений нулевого цикла имеют единичную матрицу E . Можно доказать, что матрица базисных переменных нулевого цикла в k -м цикле будет равна B_k^{-1} .

Рассмотрим матричное уравнение ограничений для нулевого цикла:

$$A_{ij} x_j = b_i, \quad (2-25)$$

где A_{ij} — матрица коэффициентов уравнений ограничений; b_i — вектор-столбец свободных членов.

Пусть A_{ij}' — это подматрица коэффициентов, соответствующая базисным неизвестным нулевого цикла, т. е. $A_{ij}' = E$; A_{ij}'' — это подматрица коэффициентов, соответствующая базисным неизвестным k -го цикла в нулевом цикле. В силу определения $A_{ij}'' = B_k$.

Если умножить матричное уравнение ограничений нулевого цикла (например, справа) на B_k^{-1} , то подматрица коэффициентов базисных неизвестных нулевого цикла $EB_k^{-1} = B_k^{-1}$, а подматрица коэффициентов базисных переменных k -го цикла $B_k B_k^{-1} = E$, т. е. она станет единичной матрицей, что соответствует базисным переменным k -го цикла.

Таким образом, чтобы найти B_k^{-1} k -го цикла, нужно знать только коэффициенты в столбцах для базисных переменных нулевого цикла. Поэтому в МСМ идет наблюдение за изменением коэффициентов только в этих столбцах. Когда все коэффициенты этих столбцов подсчитаны в k -м цикле, определяется обратный базис B_k^{-1} k -го цикла как подматрица коэффициентов для базисных пе-

ременных нулевого цикла. Пересчет B_k^{-1} происходит последовательно от цикла к циклу, начиная с нулевого (см. ниже).

Симплекс-коэффициенты π_k k -го цикла — это коэффициенты, обладающие тем свойством, что если умножить в системе ограничивающих уравнений нулевого цикла первое уравнение на π_{1k} , второе — на π_{2k} и т. д. и вычесть сумму всех этих уравнений из уравнения для z в нулевом цикле, то получится уравнение для z в k -м цикле, из которого все базисные неизвестные k -го цикла будут исключены, т. е. будут иметь нулевые коэффициенты. Так как базисные неизвестные нулевого цикла имели единичную матрицу коэффициентов, то для этих неизвестных в k -м цикле в уравнении для z получатся коэффициенты — $\pi_{1k}, \pi_{2k}, \dots$.

Следовательно, если каким-то образом вычислить значения коэффициентов c_j в k -м цикле для базисных переменных нулевого цикла, то их величины с обратным знаком будут равны искомым симплексным коэффициентам π_{jk} k -го цикла.

Симплекс-коэффициенты σ_k аналогичны коэффициентам π_k , но относятся не к уравнению для z , а к уравнению для W (1-й этап СМ).

Если вычислить коэффициенты d_j в k -м цикле для базисных переменных нулевого цикла, то их величины с обратным знаком будут равны искомым симплексным коэффициентам σ_{jk} k -го цикла.

Коэффициенты π_{jk} и σ_{jk} пересчитываются так же, как B_k^{-1} , от цикла к циклу, начиная с нулевого.

Таким образом, от цикла к циклу пересчитываются только B_k^{-1} , π_k и σ_k . Все остальные, нужные для расчетов коэффициенты и свободные члены, вычисляются для k -го цикла непосредственно по данным нулевого цикла, что является особенностью и достоинством МСМ.

Расчетные формулы МСМ. Если известны B_k^{-1} , π_k и σ_k , то все коэффициенты a_{ij} и свободные члены b_i для k -го цикла определяются следующим образом.

Запишем матричное уравнение ограничений нулевого цикла

$$A_{ij}^{(0)} x_j = b_i^{(0)},$$

где

$$A_{ij}^{(0)} = \begin{vmatrix} a_{11}^{(0)} & a_{12}^{(0)} & \dots & a_{1n}^{(0)} \\ a_{21}^{(0)} & a_{22}^{(0)} & \dots & a_{2n}^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}^{(0)} & a_{m2}^{(0)} & \dots & a_{mn}^{(0)} \end{vmatrix}; \quad x_j = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{vmatrix}; \quad b_i^{(0)} = \begin{vmatrix} b_1^{(0)} \\ b_2^{(0)} \\ \vdots \\ b_n^{(0)} \end{vmatrix},$$

где i — индексы строк, соответствующих базисным переменным k -го цикла; j — индексы столбцов.

Умножив матричное уравнение слева на B_k^{-1} , т. е. на

$$\begin{vmatrix} \beta_{11}^{(k)} & \beta_{12}^{(k)} & \dots \\ \beta_{21}^{(k)} & \beta_{22}^{(k)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix},$$

получим $B_k^{-1} A_{ij}^{(0)} x_j = B_k^{-1} b_i^{(0)}$. Однако $A_{ij}^{(k)} x_j = b_i^{(k)}$, следовательно,

$$A_{ij}^{(k)} = B_k^{-1} A_{ij}^{(0)} = \begin{vmatrix} \beta_{11}^{(k)} & \beta_{12}^{(k)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \beta_{i1}^{(k)} & \beta_{i2}^{(k)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_{11}^{(0)} & a_{12}^{(0)} & \dots & a_{1j}^{(0)} & \dots \\ a_{21}^{(0)} & a_{22}^{(0)} & \dots & a_{2j}^{(0)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots \end{vmatrix},$$

откуда

$$a_{ij}^{(k)} = \beta_{i1}^{(k)} a_{1j}^{(0)} + \beta_{i2}^{(k)} a_{2j}^{(0)} + \dots = \sum_{l=1}^m \beta_{il}^{(k)} a_{lj}^{(0)}. \quad (2.26)$$

Так как

$$b_i^{(k)} = B_k^{-1} b_i^{(0)} = \begin{vmatrix} \beta_{11}^{(k)} & \beta_{12}^{(k)} & \dots \\ \beta_{21}^{(k)} & \beta_{22}^{(k)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \beta_{i1}^{(k)} & \beta_{i2}^{(k)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} b_1^{(0)} \\ b_2^{(0)} \\ \vdots \\ b_m^{(0)} \end{vmatrix}, \quad (2.27)$$

то

$$b_i^{(k)} = \beta_{i1}^{(k)} b_1^{(0)} + \beta_{i2}^{(k)} b_2^{(0)} + \dots = \sum_{l=1}^m \beta_{il}^{(k)} b_l^{(0)}.$$

Далее по определению, данному выше для π_{jk} и σ_{jk} , найдем:

$$c_j^{(k)} = c_j^{(0)} - \pi_{1k} a_{1j}^{(0)} - \pi_{2k} a_{2j}^{(0)} - \dots = c_j^{(0)} - \sum_{l=1}^m \pi_{lk} a_{lj}^{(0)}; \quad (2.28)$$

$$d_j^{(k)} = d_j^{(0)} - \sigma_{1k} a_{1j}^{(0)} - \sigma_{2k} a_{2j}^{(0)} - \dots = d_j^{(0)} - \sum_{l=1}^m \sigma_{lk} a_{lj}^{(0)}; \quad (2.29)$$

$$z_0^{(k)} = z_0^{(0)} + \pi_{1k} b_1^{(0)} + \pi_{2k} b_2^{(0)} + \dots = z_0^{(0)} + \sum_{l=1}^m \pi_{lk} b_l^{(0)}; \quad (2.30)$$

$$W_0^{(k)} = W_0^{(0)} + \sigma_{1k} b_1^{(0)} + \sigma_{2k} b_2^{(0)} + \dots = W_0^{(0)} + \sum_{l=1}^m \sigma_{lk} b_l^{(0)}. \quad (2.31)$$

Формулы (2-26) — (2-31) служат для вычисления всех коэффициентов и свободных членов системы уравнений k -го цикла, за исключением коэффициентов при базисных неизвестных нулевого цикла.

Коэффициенты B_k^{-1} , π_{jk} и σ_{jk} вычисляются от цикла к циклу после выбора s и r следующим образом.

Для всех строк, кроме s [см. (2-14) — (2-16)],

$$\beta_{ij}^* = \beta_{ij} - a_{is} a_{rj} / a_{rs}. \quad (2.32)$$

Для строки s

$$\beta_{sj}^* = \beta_{rj} / a_{rs}. \quad (2.33)$$

Для столбца r , если он входит в число базисных неизвестных нулевого цикла,

$$\beta_{ir}^* = a_{is}/a_{rs}; \quad (2-34)$$

$$\beta_{sr}^* = 1/a_{rs}. \quad (2-35)$$

Исходя из (2-17) получим

$$\pi_j^* = \pi_j + c_s \beta_{rj}/a_{rs}; \quad (2-36)$$

$$\sigma_j^* = \sigma_j + d_s \beta_{rj}/a_{rs}. \quad (2-37)$$

Здесь всюду индекс «*» означает соответствие k -му циклу; величина без индекса соответствует $(k-1)$ -му циклу; i — индекс базисных переменных k -го цикла; j — индекс базисных переменных нулевого цикла.

Формулы (2-32) — (2-37) служат для определения B_k^{-1} , π_{jk} , σ_{jk} по данным предыдущего $(k-1)$ -го цикла.

Пример 2-5. Дана исходная система уравнений в стандартной форме:

$$5x_1 - 4x_2 + 13x_3 - 2x_4 + x_5 = 20;$$

$$x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 + x_5 = 8;$$

$$x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 - z = 0.$$

После введения искусственных переменных получим таблицу коэффициентов и свободных членов нулевого цикла:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$-z$	$-W$	b
5	-4	13	-2	1	1				20
1	-1	5	-1	1		1			8
1	6	-7	1	5			1		0
-6	5	-18	3	-2				1	-28

Базисными переменными нулевого цикла будут переменные x_6 и x_7 . Для нулевого цикла

$$B_k^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & \\ & 1 \end{vmatrix}; \quad \beta_{66} = 1; \beta_{67} = 0; \\ \beta_{76} = 0; \beta_{77} = 1;$$

$$\pi_{6k} = \pi_{7k} = \sigma_{6k} = \sigma_{7k} = 0.$$

Первый шаг. Записываем строку коэффициентов d_j :

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
d_j	-6	5	-18	3	-2	0	0

Выбор s : $s=3$. В базис вводится x_3 .

Выбор r : $b_r/a_{rs} = \min(20/13, 8/5) = 20/13$; $r=6$. Из базиса выводится x_6 . Очевидно, что $a_{rs} = a_{63} = 13$.

Вычисляем B_k^{-1} [см. (2-32) — (2-35)].

Новые обозначения строк x_3 и x_7 соответствуют новым базисным переменным:

$$\beta_{36}^* = \beta_{66}/a_{63} = 1/13;$$

$$\beta_{37}^* = \beta_{67}/a_{63} = 0/13 = 0;$$

$$\beta_{76}^* = \beta_{76} - a_{73}\beta_{66}/a_{63} = 0 - 5 \cdot 1/13 = -5/13;$$

$$\beta_{77}^* = \beta_{77} - a_{73}\beta_{67}/a_{63} = 1 - 5 \cdot 0/13 = 1.$$

Определяем π_6 , π_7 , σ_6 , σ_7 по формулам (2-36) — (2-37):

$$\pi_6^* = \pi_6 + c_3\beta_{66}/a_{63} = 0 + (-7) \cdot 1/13 = -7/13;$$

$$\pi_7^* = \pi_7 + c_3\beta_{67}/a_{63} = 0 + (-7) \cdot 0/13 = 0;$$

$$\sigma_6^* = \sigma_6 + d_3\beta_{66}/a_{63} = 0 + (-18) \cdot 1/13 = -18/13;$$

$$\sigma_7^* = \sigma_7 + d_3\beta_{67}/a_{63} = 0 + (-18) \cdot 0/13 = 0.$$

Новые значения B_k^{-1} , π_k , σ_k сводим в таблицу:

	x_6	x_7		x_6	x_7
x_3	1/13	0	$-\pi_k$	7/13	0
x_7	-5/13	1	$-\sigma_k$	18/13	0

При этом

$$W_0^{(k)} = 28 - 18 \cdot 20/13 - 0,8 = -4/13.$$

Второй шаг. Вычисляем новые значения d_j по формуле (2-29) и заносим их в таблицу:

$$d_1 = -6 + 18 \cdot 5/13 = 12/13;$$

$$d_2 = -6 + 18(-4)/13 = -7/13;$$

$$d_3 = 0;$$

$$d_4 = 3 + 18(-2)/13 = 3/13;$$

$$d_5 = -2 + 18(1)/13 = -8/13;$$

$$d_6 = 0 + 18(1)/13 = 18/13;$$

$$d_7 = 0;$$

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
d_j	12/13	-7/13	0	3/13	-8/13	18/13	0

Выбор $s: s=5$. В базис вводится x_5 . Для решения вопроса о выборе r нужно вычислить $a_{35}^{(k)}, a_{75}^{(k)}, b_3^{(k)}, b_7^{(k)}$ по формулам (2-26) — (2-27):

$$a_{35}^{(k)} = 1 \cdot 1/13 + 0 \cdot 1 = 1/13; \quad b_3^{(k)} = 1 \cdot 20/13 + 0 \cdot 8 = 20/13;$$

$$a_{75}^{(k)} = -5 \cdot 1/13 + 1 \cdot 1 = 8/13; \quad b_7^{(k)} = -5 \cdot 20/13 + 1 \cdot 8 = 4/13.$$

Выбор $r: \min(20, 4/8) = 4/8; r=7$. Из базиса выводится $x_7; a_{78}=8/13$. Вычисляем $B_k^{-1}, \pi_k, \sigma_k$.

Новые строки соответствуют базисным переменным x_3, x_5 :

$$\beta_{36}^* = \frac{1}{13} - \frac{1}{13} \left(\frac{-5/13}{8/13} \right) = \frac{1}{8}; \quad \beta_{56}^* = \frac{-5/13}{8/13} = -\frac{5}{8};$$

$$\beta_{37}^* = 0 - \frac{1}{13} \left(\frac{1}{8/13} \right) = -\frac{1}{8}; \quad \beta_{57}^* = \frac{1}{8/13} = \frac{13}{8};$$

$$\pi_6^* = -\frac{7}{13} + \frac{72}{13} \left(\frac{-5/13}{8/13} \right) = -4; \quad \pi_7^* = 0 + \frac{72}{13} \left(\frac{1}{8/13} \right) = 9;$$

$$\sigma_6^* = -\frac{18}{13} + \left(\frac{-8}{13} \right) \left(\frac{-5/13}{8/13} \right) = -1; \quad \sigma_7^* = 0 + \left(-\frac{8}{13} \right) \left(\frac{1}{8/13} \right) = -1.$$

Внесем в таблицу новые значения $B_k^{-1}, \pi_k, \sigma_k$.

	x_6	x_7		x_6	x_7
x_3	$1/8$	$-1/8$	$-\pi_k$	4	-9
x_5	$-5/8$	$13/8$	$-\sigma_k$	1	1

Вычислим $W_0^{(k)}$ по формуле (2-31)

$$W_0^{(k)} = 28 - 20 - 8 = 0.$$

На этом 1-й этап заканчивается. Здесь $x_6 = x_7 = 0$.

Для начала второго этапа определяем строку для всех c_j [см. (2-28)].
Первый шаг. Найдем новые значения c_j и занесем их в таблицу:

$$c_1 = 1 + 4 \cdot 5 - 9 \cdot 1 = 12;$$

$$c_2 = 6 + 4(-4) - 9(-1) = -1;$$

$$c_3 = -7 + 4(13) - 9(5) = 0;$$

$$c_4 = 1 + 4(-2) - 9(-1) = 2;$$

$$c_5 = 5 + 4(1) - 9(1) = 0;$$

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
c_j	12	-1	0	2	0

Выбор $s: s=2$. В базис вводится x_2 . Для выбора r определим $a_{32}^{(k)}, a_{52}^{(k)}, b_3^{(k)}, b_5^{(k)}$ [см. (2-26) — (2-27)]:

$$a_{32}^{(k)} = -3/8; \quad a_{52}^{(k)} = 7/8; \quad b_3^{(k)} = 3/2; \quad b_5^{(k)} = 1/2.$$

Выбор r : так как только $a_{52}^{(k)} > 0$, то $r=5$. Из базиса выводится x_5 . Определяем B_k^{-1}, π_k . Новые строки соответствуют базисным переменным x_2, x_3 :

$$\beta_{26}^* = \frac{-3/8}{7/8} = -\frac{3}{7}; \quad \beta_{27}^* = \frac{13/8}{7/8} = \frac{13}{7};$$

$$\beta_{36}^* = -\frac{1}{8} - \left(-\frac{3}{7} \right) \frac{-5/8}{7/8} = -\frac{1}{7}; \quad \beta_{37}^* = -\frac{1}{8} - \left(-\frac{3}{7} \right) \frac{13/8}{7/8} = \frac{4}{7};$$

$$\pi_6 = -4 + (-1) \frac{-5/8}{7/8} = -\frac{23}{7}; \quad \pi_7 = 9 + (-1) \frac{13/8}{7/8} = \frac{50}{7}.$$

Внесем в таблицу новые значения:

	x_6	x_7
x_2	$-5/7$	$13/7$
x_3	$-1/7$	$14/7$
$-\pi_k$	$23/7$	$-50/7$

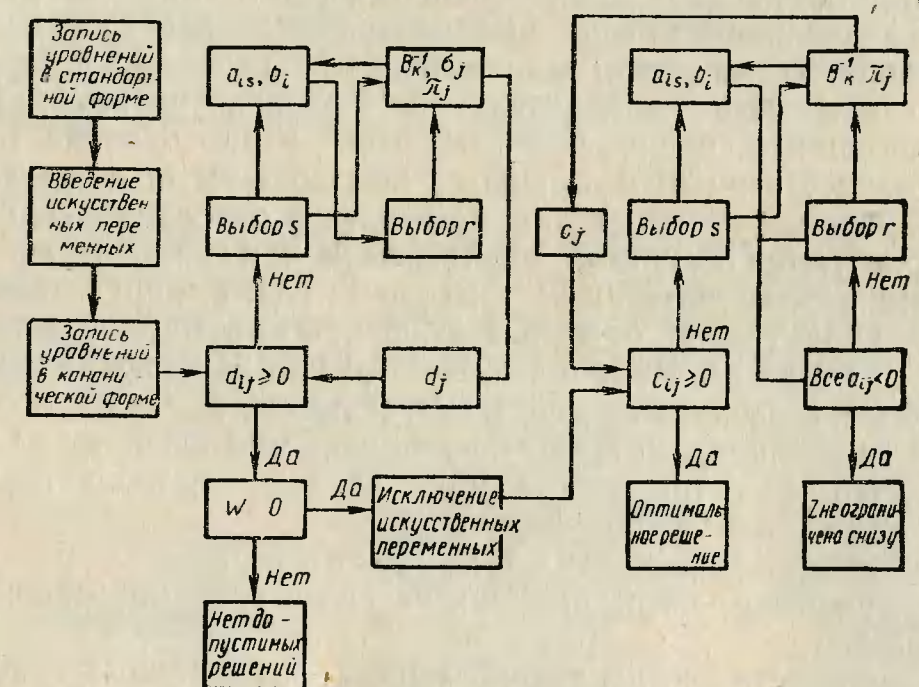


Рис. 2-3

Второй шаг. Находим строку для c_j [см. (2-28)]:

$$c_1 = 72/7; \quad c_2 = 0; \quad c_3 = 0; \quad c_4 = 11/7; \quad c_5 = 8/7.$$

Так как все $c_j \geq 0$, то оптимизация считается законченной.

Оптимальное решение найдется путем вычисления $b_2^{(k)}, b_3^{(k)}$ и $z_0^{(k)}$:

$$b_2^{(k)} = -5 \cdot 20/7 + 13 \cdot 8/7 = 4/7;$$

$$b_3^{(k)} = -1 \cdot 20/7 + 4 \cdot 8/7 = 12/7;$$

$$z_0^{(k)} := 0 - 23 \cdot 20/7 + 50 \cdot 8/7 = -60/7.$$

Решение задачи: $x_2=4/7$; $x_3=12/7$; $x_1=x_4=x_5=0$; $z=-60/7$.

Анализируя результаты расчета по МСМ, замечаем, что на 1-м этапе во втором шаге не подсчитывались величины:

$$a_{31}, a_{32}, a_{34}, a_{71}, a_{74}, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5.$$

На 2-м этапе в первом шаге не подсчитывались величины:

$$a_{31}, a_{34}, a_{35}, a_{51}, a_{53}, a_{50}.$$

Все остальные величины должны подсчитываться в обыкновенном симплекс-методе. Это подтверждает экономичность МСМ.

На рис. 2-3 представлена структурная схема МСМ.

§ 2-6. РЕЖИМНЫЙ БЛОК ОЦЕНОЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

В оценочной модели наиболее важным является режимный блок. Этот блок является оптимизационным, так как он оптимизирует режим и определяет затраты топлива именно при оптимальном режиме.

Возможны два типа режимного блока. В блоке первого типа оптимизируется распределение мощностей, а в блоке второго типа — распределение энергий, вырабатываемых электростанциями.

Блок первого типа мало отличается от обычных аналоговых или цифровых устройств вычислительной техники, оптимизирующих эксплуатационные режимы энергосистем. Одно отличие, однако, является существенным, а именно, в нем должны быть предусмотрены ограничения по перетокам мощности в отдельных ЛЭП. При этом используются обычно метод Лагранжа или градиентный метод. Для оценки затрат, идущих на топливо за год, выбирается некоторое число характерных суточных графиков суммарной нагрузки, например, от 4 до 24. Можно выбрать 4,8 или 24 графика (средние для рабочего и выходного дня зимой и летом, для каждого квартала, для 12 месяцев). Затраты на топливо, определенные для каждого характерных суток, умножаются на число суток в году, для которого они являются средними.

Преимущество режимного блока первого типа:

- а) возможность учета влияния потерь в сетях на распределение мощностей;
- б) возможность учета влияния выбора оптимальных агрегатов;
- в) получение графиков нагрузки отдельных агрегатов для проверки реализуемости полученного режима;
- г) возможность учета ограничений по перетокам.

Режимный блок второго типа основан на соображениях о распределении энергии на базе линейного программирования. Преимуществом такого блока является простота составления алгоритма и быстрота расчета. В оценочных моделях обычно используют режимный блок первого типа ввиду его значительных преимуществ.

Для режимного блока в процессе расчета применяют, кроме метода Лагранжа, градиентный метод и метод динамического программирования.

§ 2-7. ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД

Одним из методов нелинейного программирования является градиентный метод. Он применим при любом виде минимизируемой функции и уравнений ограничения, если минимизируемая функция дифференцируема, а также зависимые переменные дифференцируемы по независимым переменным.

Пусть требуется минимизировать функцию

$$z = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (2-38)$$

при наличии k уравнений ограничений ($k < n$):

$$\left. \begin{aligned} W_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0; \\ W_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0; \\ &\dots \dots \dots \\ W_k(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2-39)$$

Произвольно выбираются k зависимых переменных, например $x_1, x_2, \dots, x_k$, и $(n-k)$ независимых, например $x_{k+1}, x_{k+2}, \dots, x_n$. Первоначально задаются произвольными значениями независимых переменных и определяют значения всех зависимых переменных и всех частных производных z по независимым переменным:

$$\partial z / \partial x_{k+1}, \partial z / \partial x_{k+2}, \dots, \partial z / \partial x_n.$$

Если все эти производные равны или близки к нулю, то получено оптимальное решение. Если эти производные не равны нулю, то необходимо изменить все независимые переменные по формулам градиентного метода [Л. 5] для движения по антиградиенту:

$$\Delta x_j = - \frac{(\partial z / \partial x_j) h}{\sqrt{\sum_{j=k+1}^n \left(\frac{\partial z}{\partial x_j} \right)^2}}, \quad (2-40)$$

где шаг изменения

$$h = \sqrt{\sum_{j=k+1}^m (\Delta x_j)^2} \quad (2-41)$$

выбирается произвольно.

Для измененных значений независимых переменных находят новые значения частных производных $\partial z / \partial x_{k+1}, \dots, \partial z / \partial x_n$ и затем вновь изменяют независимые переменные и т. д.

Расчет заканчивается тогда, когда абсолютные значения всех указанных частных производных станут меньше некоторой доста-

точно малой величины α^* . По полученным значениям независимых переменных с помощью уравнений ограничений определяют значения зависимых переменных и минимизируемой функции z . Полученный минимум, однако, может быть локальным, а не глобальным.

Только при выпуклости минимизируемой функции рассматриваемый метод позволяет определить глобальный минимум и то не во всех случаях. В энергетических задачах, как правило, при выпуклости минимизируемой функции определяется глобальный минимум.

Для определения частных производных z по независимым переменным $\partial z/\partial x_j$ могут быть использованы следующие уравнения:

$$\frac{\partial z}{\partial x_j} = \left(\frac{\partial z}{\partial x_j} \right)' + \sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right)' \frac{\partial x_i}{\partial x_j};$$

$$i=1, 2, \dots, k; \quad j=k+1, k+2, \dots, n, \quad (2-42)$$

где $\partial z/\partial x_j$ — полная частная производная, соответствующая неизменности всех остальных независимых переменных; $(\partial z/\partial x_j)'$ — частные производные, соответствующие неизменности всех остальных переменных, как зависимых, так и независимых.

Уравнение (2-42) учитывает, что при изменении независимой переменной x_j изменяются все зависимые переменные x_i . Для определения $\partial x_i/\partial x_j$ служит следующая система линейных уравнений:

$$\frac{\partial W_s}{\partial x_j} = \left(\frac{\partial W_s}{\partial x_j} \right)' + \sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial W_s}{\partial x_i} \right)' \frac{\partial x_i}{\partial x_j} = 0,$$

$$s=1, 2, \dots, k \quad (k \text{ уравнений}). \quad (2-43)$$

Полная частная производная $\partial W_s/\partial x_j$ соответствует неизменности всех остальных независимых переменных, а $(\partial W_s/\partial x_j)'$ — неизменности всех остальных переменных.

Пример 2-6. Пусть имеются n электростанций, активные мощности которых равны $P_1, P_2, \dots, P_n$. Минимизируемая функция затрат

$$z = T_1(P_1) + T_2(P_2) + \dots + T_n(P_n), \quad (2-44)$$

где $T_i(P_i)$ — зависимость затрат от активной мощности станции i .
Имеется одно ограничение:

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n - P_n - \Delta P = 0, \quad (2-45)$$

в котором для простоты примем мощность нагрузки P_n и ΔP (потери в сетях) неизменными. В качестве зависимого переменного выберем P_n . Тогда

$$\partial z/\partial P_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_n \partial P_n/\partial P_1;$$

$$\partial z/\partial P_2 = \varepsilon_2 + \varepsilon_n \partial P_n/\partial P_2.$$

* Эта величина может быть существенно различной в разных задачах оптимизации.

Величины $\partial P_n/\partial P_1, \partial P_n/\partial P_2, \dots$ определяются из уравнений

$$\frac{\partial W}{\partial P_1} = \left(\frac{\partial W}{\partial P_1} \right)' + \left(\frac{\partial W}{\partial P_n} \right)' \frac{\partial P_n}{\partial P_1} = 0 \text{ или } 1 + \varepsilon_n \partial P_n/\partial P_1 = 0, \text{ откуда } \partial P_n/\partial P_1 = -1.$$

Аналогично $\partial P_n/\partial P_2 = -1$ и т. д. Поэтому

$$\partial z/\partial P_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_n; \quad \partial z/\partial P_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_n \text{ и т. д.}$$

Выбирая произвольно значения независимых переменных $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$, определяем далее P_n из уравнения ограничения. Если $\varepsilon_1 - \varepsilon_n > 0$; $\varepsilon_2 - \varepsilon_n < 0$, то изменения P_1 и P_2 будут определены по (2-40):

$$\Delta P_1 = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_n) h \sqrt{\sum_{j=1}^{n-1} (\varepsilon_j - \varepsilon_n)^2};$$

$$\Delta P_2 = -(\varepsilon_2 - \varepsilon_n) h \sqrt{\sum_{j=1}^{n-1} (\varepsilon_j - \varepsilon_n)^2},$$

т. е. ΔP_1 будет отрицательно, а ΔP_2 положительно.

Процесс минимизации закончится тогда, когда все абсолютные значения разности $\varepsilon_j - \varepsilon_n$ будут меньше малой величины α , т. е. когда практически будет обеспечено равенство

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = \varepsilon_n.$$

Применение градиентного метода значительно усложняется, если ограничения заданы полностью или частично в форме неравенств. В этом случае движение по антиградиенту допускается только при соблюдении всех ограничений. При выходе на границу области ограничений движение проводится по проекции антиградиента.

Для определения глобального минимума требуется не только выпуклость целевой функции, но и выпуклость области ограничений.

§ 2-8. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Динамическое программирование — это один из видов нелинейного программирования, предназначенный для решения задачи минимизации или максимизации нелинейной функции многих неизвестных.

В большинстве таких задач уравнения ограничений являются линейными, а минимизируемая функция — сепарабельной*.

Сущность динамического программирования сводится к рассмотрению многошагового процесса, в котором на каждом шаге оптимизируется функция только одного переменного**. Результаты, полученные для одного шага, запоминаются и используются на следующих шагах. Многошаговый процесс может быть организо-

* Сепарабельность функции многих переменных имеет место, если функция равна сумме функций отдельных переменных.

** При этом в широком диапазоне возможных ограничений обеспечивается оптимальное распределение между различными моментами времени или объектами.

ван по времени или по отдельным объектам, участвующим в задаче оптимизации. Для примера рассмотрим решение следующей задачи.

Пример 2-7. Требуется минимизировать нелинейную сепарабельную функцию многих переменных:

$$z = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) \quad (2-46)$$

при ограничении

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = X. \quad (2-47)$$

Первый шаг. Определяется и запоминается $f_1(x_1)$ в пределе изменения x_1 от 0 до X .

Второй шаг. Определяется минимум z при нулевых значениях всех переменных, кроме x_1 и x_2 . Для этого требуется минимизировать функцию

$$z_{12} = f_1(x_1) + f_2(x_2)$$

при условии $x_1 + x_2 = X_{12}$, где X_{12} может изменяться от 0 до X .

Используя уравнение ограничений, представим функцию z_{12} в виде

$$z_{12} = f_1(x_1) + f_2(X_{12} - x_1).$$

При фиксированном значении X_{12} функция z_{12} зависит только от x_1 . Минимальное значение

$$z_{12 \text{ мин}} = \min [f_1(x_1) + f_2(X_{12} - x_1)].$$

Обычные методы определения минимума функции одного переменного не всегда применимы для решения данной задачи, так как минимумы могут находиться на границе области. Во всяком случае, при изменении x_1 от 0 до X_{12} всегда можно найти минимальное значение z_{12} , которое будет являться функцией $X_{12} - z_{12 \text{ мин}}(X_{12})$.

Аналогично определяют оптимальные значения x_1 и x_2 , которые также зависят от X_{12} : $x_{1 \text{ опт}}(X_{12})$, $x_{2 \text{ опт}}(X_{12})$.

Три последние зависимости запоминаются.

Третий шаг. Определяется минимум функции

$$z_{13} = f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_3(x_3)$$

при условии $x_1 + x_2 + x_3 = X_{13}$ или $X_{12} + x_3 = X_{13}$, причем X_{13} изменяется от 0 до X .

Используя условия ограничения, получим

$$z_{13 \text{ мин}} = \min [z_{12 \text{ мин}}(X_{12}) + f_3(X_{13} - X_{12})].$$

При фиксированном значении X_{13} функция z_{13} зависит только от X_{12} . При изменении X_{12} от 0 до X_{13} можно найти $z_{13 \text{ мин}}(X_{13})$ и, используя уравнения ограничений, определить $X_{12 \text{ опт}}(X_{13})$, $x_{1 \text{ опт}}(X_{13})$, $x_{2 \text{ опт}}(X_{13})$, $x_{3 \text{ опт}}(X_{13})$.

Следующие шаги аналогичны предыдущим.

На последнем шаге получают значения $z_{\text{мин}}(X)$, $x_{1 \text{ опт}}(X)$, $x_{2 \text{ опт}}(X)$, ..., что, очевидно, является решением поставленной задачи.

Как видно из изложенного, динамическое программирование связано с получением и хранением излишней информации, что является его недостатком. Запоминаемые в каждом шаге зависимости используются только в одной точке. Поэтому динамическое программирование эффективно лишь в задачах, в которых требуется многократное применение этого метода при многочисленных изменениях X .

Если минимизируемая функция z не сепарабельна, а уравнения ограничения нелинейны (за исключением случая, когда уравнение

ограничений содержит произведение переменных), то задача настолько усложняется, что практически применение ее становится невозможным.

В энергетических задачах динамическое программирование может использоваться при оптимизации режимов энергосистем, каскада гидроэлектростанций и режима развития.

Пример 2-8. Рассмотрим в виде примера задачу оптимального распределения активных мощностей n электростанций при постоянстве нагрузок потребителей и потерь в сетях.

Пусть известны расходные характеристики затрат станций в функции активных мощностей $T_i(P_i)$. Суммарная нагрузка вместе с потерями в сети равна P_n .

Минимизируемая функция

$$z = T_1 + T_2 + \dots + T_n = T_1(P_1) + T_2(P_2) + \dots + T_n(P_n)$$

и является сепарабельной.

Условия ограничения

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = P_n; P_i \leq P_{i \text{ макс}}.$$

Первый шаг. Запоминается зависимость $T_1(P_1)$ при изменении P_1 от 0 до $P_{1 \text{ макс}}$.

Второй шаг. Определяется минимум

$$T_{12} = T_1(P_1) + T_2(P_{12} - P_1)$$

при $P_1 + P_2 = P_{12}$, если P_{12} изменяется от 0 до $P_{1 \text{ макс}} + P_{2 \text{ макс}}$ (или до P_n , если $P_n < P_{1 \text{ макс}} + P_{2 \text{ макс}}$).

Для каждого значения P_{12} , варьируя P_1 , находят

$$T_{12 \text{ опт}}(P_{12}), P_{1 \text{ опт}}(P_{12}), P_{2 \text{ опт}}(P_{12}).$$

При выпуклости характеристик $T_i(P_i)$ можно для минимизации T_{12} использовать уравнение

$$T'_1(P_1) + T'_2(P_{12} - P_1) = 0 \text{ или } \frac{\partial T_1}{\partial P_1} - \frac{\partial T_2}{\partial P_2} = 0,$$

что соответствует известному условию равенства удельных приростов:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2.$$

Метод динамического программирования позволяет решать задачу и для невыпуклых функций путем изменения P_1 для каждого фиксированного значения P_{12} . Следующие шаги аналогичны. На последнем шаге получают зависимости $T_{\text{опт}}(P_n)$, $P_{1 \text{ опт}}(P_n)$, $P_{2 \text{ опт}}(P_n)$, что является решением задачи.

Как видно из изложенного, в многошаговом процессе каждый шаг соответствует вводу в рассмотрение еще одной электростанции.

Пример 2-9. Рассмотрим теперь задачу экономического распределения мощностей в системе с n тепловыми станциями и одной гидроэлектростанцией с ограниченным в сутки суммарным расходом воды B .

Пусть для всех тепловых электростанций известна зависимость $T(P_2)$, где P_2 — сумма активных мощностей тепловых электростанций (см. пример 2-8). Кроме того, известны суммарные нагрузки энергосистемы за 24 часа суток: $P_{n1}, P_{n2}, \dots, P_{n24}$.

Для гидроэлектростанции известны зависимости мощности от часового расхода воды в i -й час, т. е. $P_{гi} = f(B_i)$.

Рассмотрим применение динамического программирования для решения этой задачи.

Первый шаг. Запоминается зависимость $P_{г1}(B_1)$, где часовой расход воды B_1 изменяется от 0 до B или мощность ГЭС $P_{г1}$ изменяется от 0 до $P_{г \text{ макс}}$.

В первый час затраты на тепловых электростанциях в зависимости от B_1

$$T_1 [P_{н1} - P_{г1}(B_1)] = T_1(B_1).$$

Эта зависимость запоминается.

Второй шаг. Минимизируются затраты на ТЭС за 2 ч:

$$T_{12} = T_1(P_1) + T_2(P_2) = T_1(P_1) + T_2(P_{н2} - P_{г2})$$

при условии, что $B_1 + B_2 = B_{12}$, где B_{12} может изменяться от 0 до B (или ограничивается по максимальной мощности ГЭС).

Используя условия ограничений, получим

$$T_{12} = T_1 [P_{н1} - P_{г1}(B_1)] + T_2 [P_{н2} - P_{г2}(B_{12} - B_1)].$$

При фиксированных значениях B_{12} можно, варьируя B_1 , найти оптимальные значения $B_{1опт}(B_{12})$, $B_{2опт}(B_{12})$, $P_{1опт}(B_{12})$, $P_{2опт}(B_{12})$ и $T_{12опт}(B_{12})$.

Третий шаг. Минимизируются затраты за 3 ч:

$$T_{13} = T_1(P_1) + T_2(P_2) + T_3(P_3)$$

при условии, что $B_{13} = B_1 + B_2 + B_3 = B_{12} + B_3$, где B_{13} варьируется от 0 до B или ограничивается по максимальной мощности ГЭС. Используя условия ограничений, получим

$$T_{13} = T_{12опт}(B_{12}) + T_3 [P_{н3} - P_{г1}(B_{13} - B_{12})].$$

При фиксированном значении B_{13} , варьируя B_{12} , найдем $B_{1опт}(B_{13})$, $B_{2опт}(B_{13})$, ..., $P_{1опт}(B_{13})$, $P_{2опт}(B_{13})$, ..., $T_{13опт}(B_{13})$.

Следующие шаги расчета аналогичны предыдущим. На последнем шаге получаем $B_{1опт}(B)$, $B_{2опт}(B)$, ..., $P_{1опт}(B)$, $P_{2опт}(B)$, ..., $T_{опт}(B)$, что является решением задачи.

В данной задаче многошаговый процесс идет по времени и в каждом шаге добавляется еще один час суток.

§ 2-9. СЕТЕВЫЕ БЛОКИ

Сетевой блок служит для определения приведенных затрат на развитие и эксплуатацию основных транзитных электрических сетей. Распределительные сети обычно не входят в рассмотрение, так как затраты на них почти не зависят от размещения электростанций. Сетевой блок также является оптимизационным, так как он должен определять затраты именно на оптимальную сеть. При этом в целевую функцию входят затраты на сооружение новых сетей, эксплуатацию сетей и на потери в сетях. В результирующих затратах на сеть после оптимизации сети потери не учитываются во избежание двойного их учета (так как они будут учтены в затратах на топливо, определяемых режимным блоком). Для сетевого блока при выпуклости функции затрат можно пользоваться градиентным методом; а при невыпуклости — методом границ и ветвей.

Для приближенных расчетов и, в частности, для расчетов линейных моделей при допущении линейной зависимости функции затрат можно пользоваться линейным программированием в применении к транспортным задачам. В оценочных моделях используются также методами частичного перебора, не обеспечивающего, однако, попадания в глобальный минимум.

Между режимным и сетевым блоками оценочной модели существует следующая взаимосвязь. Работа сетевого блока должна

предшествовать работе режимного блока. Так как режимный блок учитывает влияние потерь в сетях, то в него вводится информация об электрической сети. Однако электрическая сеть определяется для какого-то режима, в котором должно быть известно оптимальное распределение мощностей на станциях. Это распределение неизвестно до начала работы режимного блока. Поэтому первоначально на вводе сетевого блока распределение мощностей задается произвольно, а далее после действия режимного блока, в случае необходимости, корректируется работа сетевого блока и расчет вновь повторяется. Другими словами, между режимным и сетевым блоками должна существовать обратная связь.

Важным обстоятельством является также и то, что при большом количестве режимов, меняющихся в течение года, сеть выбирается только одна. Поэтому обычно приходится рассматривать сеть, по крайней мере, для нескольких режимов. Если оптимальная сеть получается существенно различной для разных режимов, то следует определять ее путем проверки каждого из вариантов исполнения сети на все режимы и находить годовые затраты на топливо с учетом ограничений в некоторых режимах по перетокам в отдельных элементах сети. Суммируя затраты на сети и топливо, можно найти оптимальную сеть и определить суммарные оптимальные затраты по этим составляющим.

Величина ущерба от аварий, вообще говоря, должна была бы также входить в целевую функцию сетевого блока. Однако при этом сетевой блок резко усложняется. Поэтому частичное решение заключается в создании блока, отражающего ущерб от аварий, что позволило бы оценить целесообразность усиления сети для увеличения надежности (создание двойных цепей вместо одиночных, замыкание колец и т. д.).

В приведенных затратах на сооружение сетей динамика может быть приближенно учтена одним из двух способов.

Первый способ заключается в том, что после решения статических сетевых задач для всех лет периода определяются устойчивые элементы сетей и неустойчивые (оптимальные в начале периода и неоптимальные впоследствии). Для неустойчивых элементов сопоставляются два варианта: с обязательным участием этих элементов в полном графе и с исключением их из полного графа для всех лет периода. Это позволяет решить задачу о целесообразности сооружения таких объектов.

Второй способ заключается в том, что решается статическая задача на последний год периода и полученная сеть принимается полным графом для предыдущих лет.

§ 2-10. ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ

Одной из разновидностей задач линейного программирования являются транспортные задачи. Особенность транспортных задач заключается в том, что система ограничивающих уравнений очень проста, ее коэффициенты равны 1 или 0. Это

позволяет использовать специальные алгоритмы решения транспортных задач, более простые, чем симплекс-алгоритм.

Рассмотрим вначале классическую транспортную задачу и алгоритм ее решения.

В этой задаче заданы m источников какого-то продукта с фиксированными запасами, равными a_i , где $i=1, 2, \dots, m$, и n потребителей этого продукта с фиксированными спросами, равными b_j , где $j=1, 2, \dots, n$. Для энергетических задач ими могут быть, например, m электростанций и n узлов нагрузки потребителей.

Транспорт продукта (передача мощности) производится от источников только к потребителям, причем затраты на перевозку (передачу) пропорциональны количеству перевозимого продукта.

При этом минимизируемая функция

$$z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \dots + c_{2n}x_{2n} + \dots + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \dots + c_{mn}x_{mn}, \quad (2-48)$$

где x_{ij} — количество продукта, перевозимого от источника i к потребителю j ; c_{ij} — удельные транспортные затраты на единицу продукта для данной перевозки.

Уравнения ограничений имеют вид баланса в узлах:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i; \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j; \quad \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (2-49)$$

Последнее уравнение соответствует полному балансу всех запасов и потребления. Число базисных переменных равно при отсутствии баланса $m+n$, а при его наличии $m+n-1$, так как при полном балансе одно из уравнений баланса узла может быть отброшено.

Чтобы решить транспортную задачу, уравнения ограничений записывают в «транспортную» матрицу, в которой строки соответствуют уравнениям баланса источников, а столбцы — уравнениям баланса потребителей. Кроме того, в правых нижних частях каждого квадрата помещаются удельные затраты транспорта.

Для трех источников (1, 2, 3) и трех потребителей (1, 2, 3) транспортная матрица имеет следующий вид (см. стр. 149).

Правые части уравнений баланса помещаются в правой колонке для источников и в нижней строке для потребителей. Таким образом, очень компактно в матрице записываются уравнения ограничений:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= a_1; & x_{11} + x_{21} + x_{31} &= b_1; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= a_2; & x_{12} + x_{22} + x_{32} &= b_2; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} &= a_3; & x_{13} + x_{23} + x_{33} &= b_3. \end{aligned}$$

Величины u_1, u_2, u_3 и v_1, v_2, v_3 называются *симплекс-множителями*. Уравнение минимизируемой функции не записывается.

	1	2	3	a_i	
1	x_{11} c_{11}	x_{12} c_{12}	x_{13} c_{13}	a_1	u_1
2	x_{21} c_{21}	x_{22} c_{22}	x_{23} c_{23}	a_2	u_2
3	x_{31} c_{31}	x_{32} c_{32}	x_{33} c_{33}	a_3	u_3
b_j	b_1	b_2	b_3		
	v_1	v_2	v_3		

Полученная форма уравнений, строго говоря, не является канонической. При полном балансе будет пять базисных переменных (из девяти) и четыре небазисных.

Решение транспортной задачи начинается с получения некоторого произвольного исходного базисного решения. Это решение должно содержать пять базисных величин перевозок и удовлетворять всем требованиям уравнений ограничений. Выбор такого решения может быть произвольным, но счет занимает меньше времени, если исходное базисное решение выбирается по следующим правилам:

1) выбирается клетка в транспортной матрице, имеющая минимальное значение c_{ij} ;

2) в качестве базисной величины вводится $x_{ij} = \min(a_i, b_j)$, т. е. наименьшая величина, соответствующая полному балансу источника i или потребителя j . При этом удовлетворяется уравнение баланса строки или столбца, в которые входит x_{ij} . В клетки для остальных значений неизвестных в выполненном уравнении вводятся нули. Если, например, $b_j < a_i$, то $x_{ij} = b_j$; $x_{1j} = x_{2j} = \dots = 0$ (кроме x_{ij}). Далее b_j заменяется нулем, а a_i — величиной $(a_i - b_j)$;

3) затем вновь выбирается клетка с минимальным значением c_{ij} из числа клеток, не имеющих еще численных значений перевозок, и повторяются пункты 2, 3 до тех пор, пока все перевозки не получат значения (все небазисные получают нулевые значения).

После получения исходного базисного решения производится его оптимизация с помощью симплекс-коэффициентов u_i и v_j . Симплекс-коэффициенты характеризуются тем, что, если умножить все горизонтальные ограничивающие уравнения соответственно на u_1, u_2, u_3 , а вертикальные на v_1, v_2, v_3 и затем все эти уравнения сложить и вычесть их сумму из уравнения минимизируемой функции, то новые значения коэффициентов c_{ij} для всех базисных неизвестных окажутся равными нулю, т. е. базисные неизвестные будут исключены из уравнения минимизируемой функции. Коэффициенты

c_{ij} для небазисных переменных получают новые значения. Если новые значения коэффициентов c_{ij} после указанного преобразования обозначить через $\bar{c}_{ij}$ (с черточкой), то можно найти связь между $\bar{c}_{ij}$, c_{ij} и симплекс-коэффициентами.

Действительно, после преобразования

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^m \left[u_i \left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \right) - u_i a_i \right] - \sum_{j=1}^n \left[v_j \sum_{i=1}^m x_{ij} - v_j b_j \right]$$

или

$$\begin{aligned} z - \sum_{i=1}^m a_i u_i - \sum_{j=1}^n b_j v_j &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{ij} - u_i - v_j) x_{ij} = \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \bar{c}_{ij} x_{ij}, \end{aligned} \quad (2-50)$$

где $\bar{c}_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$.

Если симплекс-коэффициенты выбраны такими, что для базисных неизвестных они равны нулю, то $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \bar{c}_{ij} x_{ij} = 0$, так как все небазисные неизвестные равны нулю. Таким образом,

$$z = \sum_{i=1}^m a_i u_i + \sum_{j=1}^n b_j v_j. \quad (2-51)$$

Для определения симплексных коэффициентов всех базисных неизвестных служат уравнения

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j = 0 \quad (2-52)$$

или

$$u_i + v_j = c_{ij}. \quad (2-53)$$

Число таких уравнений равно $(m+n-1)$, а число коэффициентов — $(m+n)$. Поэтому один из коэффициентов произвольно по выбору можно принять равным нулю. Это соответствует изъятию одного из уравнений ограничений при полном балансе продукта. Так могут быть определены все симплекс-коэффициенты.

После определения всех симплекс-коэффициентов можно найти новые значения коэффициентов $\bar{c}_{ij}$ для всех небазисных неизвестных. Если все вновь полученные коэффициенты не отрицательны, то исходное базисное решение оптимально, так как ввод в число базисных любой из небазисных переменных не снижает минимизируемой функции. Если хотя бы один коэффициент $\bar{c}_{ij} < 0$, то введение в число базисных неизвестных перевозки x_{ij} уменьшает функцию. Для ускорения оптимизации выбираем вводимую в базис перевозку x_{st} по условию

$$\bar{c}_{st} = \min(\bar{c}_{ij}); \quad \bar{c}_{st} < 0. \quad (2-54)$$

Выбор выводимой из базиса неизвестной осуществляется так. Обозначим $x_{st} = \theta$, где θ — величина вводимой в базис перевозки. Тогда для сохранения баланса по узлам в строке s и столбце t необходимо изменить какую-то базисную неизвестную на $-\theta$. Далее для компенсации небаланса в других узлах вводятся поправки $+\theta$ в соответствующие базисные неизвестные. Обычно баланс получается при образовании замкнутого многоугольника с поправками $\pm\theta$. Этот многоугольник соответствует замкнутому контуру, возникающему при вводе ветви. Поправки $+\theta$ не ограничивают величины θ , в то время как поправки $-\theta$ ограничивают величину θ . Когда величина θ в той клетке, куда вносится поправка $-\theta$, достигает первоначального значения перевозки в этой клетке, результирующая перевозка становится равной нулю и выходит из числа базисных переменных. При этом максимальное значение θ равно минимальному значению базисных переменных в тех клетках матрицы, в которые вносится поправка $-\theta$. Снижение z , очевидно, будет равно $|\bar{c}_{st}| \theta$.

После определения θ и внесения коррективов в базисные переменные вновь находят изменившиеся симплексные коэффициенты u_i , v_j , затем новые значения $\bar{c}_{ij}$; если хотя бы одно из них окажется отрицательным, то определяют вводимое в базис неизвестное и т. д. Процесс оптимизации заканчивается, если все c_{ij} , найденные для небазисных неизвестных, неотрицательны.

Пример 2-10. Пусть имеются три электростанции с мощностями (Мвт)

$$a_1 = 25; a_2 = 25; a_3 = 50$$

и четыре потребителя с потребностями (Мвт)

$$b_1 = 15; b_2 = 20; b_3 = 30; b_4 = 35.$$

Как видно,

$$\sum a_i = \sum b_j = 100.$$

Удельные коэффициенты стоимости передачи:

$$c_{11} = 10; c_{12} = 5; c_{13} = 6; c_{14} = 7; c_{21} = 8; c_{22} = 2; c_{23} = 7; c_{24} = 5; c_{31} = 9;$$

$$c_{32} = 3; c_{33} = 4; c_{34} = 8.$$

Найдем исходное решение

	1	2	3	4	a_i
1	0 ₁₀	0 ₅	0 ₆	25 ₇	25
2	0 ₈	20 ₂	0 ₇	5 ₅	25
3	15 ₉	0 ₃	30 ₄	5 ₈	50
b_j	15	20	30	35	

Минимальное значение $c_{ij}=c_{22}=2$. В клетку 2-2 вводим наименьшее из двух значений — a_i и b_j , т. е. из значений 25 и 20 выбираем $x_{22}=20$. В клетку 2-2 таким образом помещаем величину 20, а в клетки 1-2 и 1-3 — нули. Далее зачеркиваем $b_2=20$, а вместо $a_j=25$ записываем $5=(25-20)$. Столбец 2 заполнен. Теперь минимальное $c_{ij}=c_{33}$. Вводим $x_{33}=\min(50,30)=30$, т. е. $x_{33}=30$, а в клетки 1-3, 2-3 вводим нули. Далее зачеркиваем $b_3=30$, а вместо $a_3=50$ пишем 20. Далее $c_{ij\min}=c_{24}$. Вводим $x_{24}=\min(5,35)=5$, т. е. $x_{24}=5$. В клетку 2-4 вводим 5, а в клетку 2-1 — нуль. Зачеркиваем $a_2=5$, а вместо $b_4=35$ пишем 30. Теперь $c_{ij\min}=c_{14}$; $x_{14}=\min(30,25)=25$. В клетку 1-4 вводим $x_{14}=25$, а в клетку 1-1 — нуль. Зачеркиваем $a_1=25$, а вместо $b_4=30$ пишем 5. Далее $c_{ij\min}=c_{34}$. Вводим $x_{34}=5$. Зачеркиваем $b_4=5$, а вместо $a_3=20$ пишем 15. Осталась клетка 3-1. Вводим $x_{31}=15$.

Получено базисное решение: $x_{14}=25$; $x_{22}=20$; $x_{24}=5$; $x_{31}=15$; $x_{33}=30$; $x_{34}=5$. Небазисными являются $x_{11}=x_{12}=x_{13}=x_{21}=x_{23}=x_{32}=0$.

Для определения симплекс-коэффициентов имеем уравнения:

$$u_1 + v_4 = 7; u_2 + v_2 = 2; u_2 + v_4 = 6;$$

$$u_3 + v_1 = 9; u_3 + v_3 = 4; u_3 + v_4 = 8.$$

Примем $v_4=0$ (см. выше). Тогда

$$u_1 = 7; u_2 = 6; u_3 = 8; v_1 = 1; v_2 = -4; v_3 = -4; v_4 = 0.$$

Определим z [см. (2-42)]:

$$z = 20 \cdot 2 + 5 \cdot 6 + 25 \cdot 7 + 5 \cdot 3 + 30 \cdot 4 + 15 \cdot 9 = 540.$$

По формуле (2-45) получим то же самое:

$$z = 25 \cdot 7 + 25 \cdot 6 + 50 \cdot 8 + 15 \cdot 1 - 20 \cdot 4 - 30 \cdot 4 = 540.$$

Найдем $\bar{c}_{ij}$ для небазисных неизвестных:

$$\bar{c}_{11} = 10 - 7 - 1 = 2 > 0; \quad \bar{c}_{21} = 8 - 6 - 1 = 1 > 0;$$

$$\bar{c}_{12} = 5 - 7 + 4 = 2 > 0; \quad \bar{c}_{23} = 7 - 6 + 4 = 5 > 0;$$

$$\bar{c}_{13} = 6 - 7 + 4 = 3 > 0; \quad \bar{c}_{32} = 3 - 8 + 4 = -1 < 0.$$

Для снижения z введем в базис $x_{32}=0$. При этом получим

	1	2	3	4	a_i
1				25	25
2		20—0		5+0	25
3	15	+0	30	5—0	50
b_j	15	20	30	35	

Для сохранения баланса введем $-\theta$ в клетки 2-2 и 3-4 и $+\theta$ в клетку 2-4. Получим баланс по всем узлам. Максимальное значение $\theta=\min(20,5)=5$, т. е. $\theta=5$.

Новое базисное решение: $x_{14}=25$; $x_{22}=15$; $x_{24}=10$; $x_{31}=15$; $x_{32}=5$; $x_{33}=30$.

Небазисные неизвестные: x_{11} , x_{12} , x_{13} , x_{21} , x_{23} , x_{34} .

Определяем новые симплекс-коэффициенты по уравнениям:

$$u_1 + v_4 = 7; u_1 + v_2 = 2; u_2 + v_4 = 6;$$

$$u_3 + v_1 = 9; u_3 + v_2 = 3; u_3 + v_3 = 4.$$

Принимая $v_4=0$, находим $u_1=7$; $u_2=6$; $u_3=7$; $v_1=2$; $v_2=-4$; $v_3=-3$; $v_4=0$.

Вычисляем $\bar{c}_{ij}$ для небазисных неизвестных:

$$\bar{c}_{11} = 10 - 7 - 2 = 1 > 0; \quad \bar{c}_{21} = 8 - 6 - 2 = 0;$$

$$\bar{c}_{12} = 5 - 7 + 4 = 2 > 0; \quad \bar{c}_{23} = 7 - 6 + 3 = 4 > 0.$$

$$\bar{c}_{13} = 6 - 7 + 3 = 2 > 0; \quad \bar{c}_{24} = 8 - 7 + 0 = 1 > 0,$$

т. е. полученное решение является оптимальным.

Найдем

$$z = 25 \cdot 7 + 25 \cdot 6 + 50 \cdot 7 + 2 \cdot 15 - 4 \cdot 20 - 3 \cdot 30 = 535.$$

Изменение z равно $\theta = |c_{32}| = 5(-1) = -5$, что соответствует действительности.

Классическая транспортная задача может быть применена и при отсутствии полного баланса, как, например, при резерве мощности в системе, т. е. если

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j.$$

Однако при этом необходимо вводить в уравнения ограничений по узлам электростанций неравенства вместо равенств, т. е. отказаться от уравнения полного баланса.

Транспортная матрица при трех электростанциях ($i=1, 2, 3$) и трех узлах нагрузки ($j=1, 2, 3$) имеет вид

x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	a_1	u_1
x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	a_2	u_2
x_{30}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	a_3	u_3
$\Sigma a_i - \Sigma b_j$	b_1	b_2	b_3		
	v_1	v_2	v_3		

где x_{i0} — неиспользуемая мощность электростанции i ; коэффициенты c_{10} , c_{20} , c_{30} равны нулю. Число базисных неизвестных равно $(m+n)$.

Решение задачи должно определить оптимальные мощности станций и оптимальные передачи.

Транспортная задача может быть развита введением в коэффициенты c_{ij} удельной стоимости выработки мощности c_i в пункте i . Тогда новое значение

$$c_{ij}^{(0)} = c_{ij} + c_i. \quad (2-55)$$

Транспортная задача может быть использована в энергетике для грубо приближенного определения оптимальной структуры энергосистемы. Удельная стоимость выработки мощности c_i равна удельным приведенным затратам на капиталовложения, амортизацию и ремонт электростанции, а также на топливо*. Решение проводится при избытке суммарных возможных мощностей электростанций по отношению к суммарной нагрузке.

Решение такой задачи выявляет оптимальные мощности станций и оптимальные сети. Приближенность решения связана с учетом нелинейности затрат на сооружения станции и на топливо, а также нелинейности затрат на сети. Поэтому применение развитой транспортной задачи может служить лишь для предварительного определения основной структуры энергосистемы.

Еще одной транспортной задачей является задача с промежуточными перевозками. В отличие от классической транспортной задачи в этом случае разрешаются промежуточные перевозки из одного пункта с источником продукта в другой пункт с источником и из одного пункта потребления в другой пункт потребления. При этом все узловые точки независимо от того, являются ли они пунктами питания или потребления, имеют общую нумерацию $j = 1, 2, 3, \dots, n$. Особенностью данной задачи является возможность появления в отдельных узлах транзитного продукта. Он возникает в пункте питания (с источником), если перевозка осуществляется по направлению к данному пункту, а в пункте потребления, если перевозка осуществляется из пункта потребления.

Минимизируемая функция

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}. \quad (2-56)$$

Для пункта питания j уравнение ограничения имеет вид

$$\sum_k x_{jk} - x_{jj} = a_j, \quad (2-57)$$

где j — индекс данного узлового пункта; k — индекс других узловых пунктов, в которые осуществляется перевозка из узла j ; x_{jj} — транзитный продукт; a_j — запас продукта в узле j .

Если перевозки осуществляются из узла j во все другие пункты, то

$$x_{jj} = 0 \text{ и } \sum_k x_{jk} = a_j. \quad (2-58)$$

* В первой колонке, в которой определяется неиспользуемая мощность (резерв), затраты на топливо не вводятся.

Если же имеются перевозки из других узлов i в пункт j , то сумма их составляет транзитный продукт

$$x_{jj} = \sum_i x_{ij}, \quad (2-59)$$

где i — индекс узлов, из которых осуществляется перевозка в пункт j . При этом уравнение ограничений имеет вид уравнения (2-57).

Для пунктов потребления уравнение ограничения таково:

$$\sum x_{ij} - x_{jj} = b_j, \quad (2-60)$$

где b_j — потребление в узле; i — индекс узлов, из которых идет перевозка в пункт j .

Если перевозки направляются в пункт j из всех остальных узловых пунктов, то

$$x_{jj} = 0 \text{ и } \sum_i x_{ij} = b_j. \quad (2-61)$$

Если же имеются перевозки из пункта потребления j в другие узловые пункты k , то сумма их составляет транзитный продукт

$$x_{jj} = \sum_k x_{jk} \quad (2-62)$$

и уравнение ограничений имеет вид уравнения (2-60).

Если принять, что транзитные продукты входят в целевую функцию с нулевыми коэффициентами c_{jj} , то уравнения ограничений можно разместить в следующей матрице:

	1	2	3	...	n	a_j	
1	$-x_{11}$	x_{12}	x_{13}	...	x_{1n}	a_1	$-\pi_1$
2	x_{21}	$-x_{22}$	x_{23}	...	x_{2n}		$-\pi_2$
3	x_{31}	x_{32}	$-x_{33}$	...	x_{3n}	a_3	$-\pi_3$
...	...	...	...	...	...	...	
n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	...	$-x_{nn}$		$-\pi_n$
b_i		b_2		...			
	π_1	π_2	π_3		π_n		

Транзитные продукты попадают в таблицу с отрицательным знаком в соответствии с формулами (2-57), (2-59), (2-60), (2-62). В столбце для a_j помещаются соответствующие значения запаса продукта в пунктах питания, а в строке для b_i — соответствующие значения потребления для пунктов потребления. Так, например, в указанной матрице пункты 1 и 3 являются пунктами питания, а пункт 2 — пунктом потребления. Строки соответствуют уравнениям (2-57) для пунктов питания и уравнениям (2-60) для пунктов потребления. Столбцы соответствуют уравнениям (2-62) для пунктов потребления и уравнениям (2-59) для пунктов питания. Целевая функция

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij},$$

причем, в отличие от (2-56), i может равняться j (учитывая нулевые значения c_{jj}). В каждой клетке размещаются коэффициенты c_{ij} . Как правило, $c_{ij} = c_{ji}$. Заметим, что симплекс-коэффициенты для одинаковых по порядку строк и столбцов одинаковы по абсолютной величине, но имеют разные знаки, что обеспечивает $c_{jj} = 0$. Эти коэффициенты называются *потенциалами узловых точек*. Для базисных неизвестных

$$c_{ij} = \pi_j - \pi_i. \quad (2-63)$$

Если в базис попадает транзитный продукт x_{jj} , то для него

$$c_{jj} = \pi_j - \pi_j = 0. \quad (2-64)$$

Недопустимые перевозки могут быть заштрихованы в таблице. Ход оптимизации в рассматриваемой задаче не отличается от хода оптимизации в классической транспортной задаче. Базисное решение можно выбрать произвольно или найти по методу наименьших значений c_{ij} (см. выше). Затем по условиям (2-63) для базисных неизвестных определяют потенциалы π_j (один из них может быть принят равным нулю) и вычисляют $\bar{c}_{ij}$ для всех небазисных неизвестных по формуле

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - (-\pi_i) - \pi_j = c_{ij} + \pi_i - \pi_j. \quad (2-65)$$

Если все $\bar{c}_{ij}$ для небазисных неизвестных неотрицательны, то получено оптимальное решение. Если есть $\bar{c}_{ij} < 0$, то в базис вводят перевозку x_{st} по условию

$$\bar{c}_{st} = \min(\bar{c}_{ij}), \text{ причем } \bar{c}_{st} < 0. \quad (2-66)$$

Далее определяют величину $x_{st} = \theta$ при условии, что поправка в какой-либо базисной неизвестной доводит ее до нулевого значения, т. е. исключают ее из базиса. Затем находят потенциалы по (2-63) и пересчитывают $\bar{c}_{ij}$ для новых небазисных переменных. Процесс оптимизации заканчивается, если все $\bar{c}_{ij}$ для небазисных переменных неотрицательны.

Пример 2-11. Рассмотрим пример применения энергетической транспортной задачи с промежуточными перевозками.

Пусть имеются электростанции с мощностями (Мвт) $a_1=100$; $a_5=200$ и с нагрузками $b_2=160$; $b_3=80$; $b_4=60$. Пусть далее запрещены передачи x_{15} , x_{24} , x_{42} , x_{51} .

Матрица имеет следующий вид: в углах клеток записаны коэффициенты c_{ij} ; клетки, соответствующие запрещенным передачам, заштрихованы.

	1	2	3	4	5	a_j	
1	0	5	6	100		100	$-\pi_1$
2	5	-40	40		3		$-\pi_2$
3	6	3	0	4	4		$-\pi_3$
4	2		40	-40	7		$-\pi_4$
5		200	4	7	0	200	$-\pi_5$
b_j		160	80	60			
	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5		

Выберем следующее исходное базисное решение: $x_{14}=100$; $x_{43}=40$; $x_{23}=40$; $x_{52}=200$. Для баланса по строкам введем $x_{22}=-40$ и $x_{44}=-40$. Транзитный продукт в соответствии с (2-56), (2-60) в точке 2 будет равен $100-60=40$, а в точке 4 равен $200-60=140$. Находим потенциалы узловых точек из уравнений:

$$\pi_4 - \pi_1 = 2; \pi_3 - \pi_2 = 3; \pi_3 - \pi_4 = 4; \pi_2 - \pi_5 = 3.$$

Принимая $\pi_5=0$, получаем

$$\pi_4 = 0; \pi_2 = 3; \pi_3 = 6; \pi_4 = 2.$$

Определим $\bar{c}_{ij}$ для всех небазисных переменных:

$$\begin{aligned} \bar{c}_{12} &= 5 + 0 - 3 = 2 > 0; & \bar{c}_{13} &= 6 + 0 - 6 = 0; \\ \bar{c}_{21} &= 5 + 3 - 0 = 8 > 0; & \bar{c}_{25} &= 3 + 3 - 0 = 6 > 0; \\ \bar{c}_{31} &= 6 + 6 - 0 = 12 > 0; & \bar{c}_{32} &= 3 + 6 - 3 = 6 > 0; \\ \bar{c}_{34} &= 4 + 6 - 2 = 8 > 0; & \bar{c}_{35} &= 4 + 6 - 0 = 10 > 0; \\ \bar{c}_{41} &= 2 + 2 - 0 = 4 > 0; & \bar{c}_{45} &= 7 + 2 - 0 = 9 > 0; \\ \bar{c}_{53} &= 4 + 0 - 6 = -2 < 0; & \bar{c}_{54} &= 7 + 0 - 2 = 5 > 0. \end{aligned}$$

Вводим в базис x_{53} , так как $\bar{c}_{53} < 0$.

Как видно из таблицы, из базиса выводится x_{23} , причем $\theta=40$. Новое базисное решение: $x_{14}=100$; $x_{43}=40$; $x_{44}=-40$; $x_{52}=160$; $x_{53}=40$. Найдем новые значения потенциалов:

$$\pi_4 - \pi_1 = 2; \pi_3 - \pi_4 = 4; \pi_2 - \pi_5 = 3; \pi_3 - \pi_5 = 4.$$

Принимая $\pi_5=0$, получим $\pi_1=-2$; $\pi_2=3$; $\pi_3=4$; $\pi_4=0$.

Определим $\bar{c}_{ij}$ для всех небазисных переменных:

$$\bar{c}_{12} = 5 - 2 - 3 = 0; \quad \bar{c}_{13} = 6 - 2 - 4 = 0;$$

$$\bar{c}_{21} = 5 + 3 + 2 = 10 > 0; \quad \bar{c}_{23} = 3 + 3 - 4 = 2 > 0;$$

$$\bar{c}_{25} = 3 + 3 - 0 = 6 > 0;$$

$$\bar{c}_{31} = 6 + 4 + 2 = 12 > 0; \quad \bar{c}_{32} = 3 + 4 - 3 = 4 > 0;$$

$$\bar{c}_{34} = 4 + 4 - 0 = 8 > 0; \quad \bar{c}_{35} = 4 + 4 - 0 = 8 > 0;$$

$$\bar{c}_{41} = 2 + 0 + 2 = 4 > 0; \quad \bar{c}_{42} = 7 + 0 - 0 = 7 > 0; \quad \bar{c}_{54} = 7 + 0 - 0 = 7 > 0.$$

Полученное решение является оптимальным, так как все $\bar{c}_{ij} \geq 0$.
Для исходного базисного решения

$$z = 100 \cdot 2 + 40 \cdot 3 + 40 \cdot 4 = 200 \cdot 3 = 1080.$$

Для оптимального базисного решения

$$z = 100 \cdot 2 + 40 \cdot 4 + 160 \cdot 3 + 40 \cdot 4 = 1000 < 1080.$$

Изменение z будет $|c_{st}| \theta = 2 \cdot 40 = 80$.

Транспортная задача с промежуточными перевозками может быть использована для решения сетевой транспортной задачи при нелинейном характере затрат на перевозку продукта:

$$z_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } x_{ij} = 0; \\ a_{ij} + b_{ij}x_{ij}, & \text{если } x_{ij} > 0, \end{cases} \quad (2-67)$$

где a_{ij} — постоянная составляющая затрат на перевозку из i в j .
В этом случае

$$c_{ij} = a_{ij}/x_{ij} + b_{ij}.$$

Минимизируемая функция

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}x_{ij}. \quad (2-68)$$

Получаемая оптимальная сеть имеет $(n-1)$ ветвь и является деревом. Действительно, если в сети имеется l ветвей и $l > n-1$, то, решая транспортную задачу с промежуточными перевозками для

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}x_{ij}, \quad (2-69)$$

получим базисное оптимальное решение с числом базисных уравнений $(n-1)$. Следовательно, в $l-(n-1)$ ветвях перевозки равны нулю. Но при этом в этих ветвях в силу условия (2-67) $a_{ij} \neq 0$, т. е. вводить в сеть эти ветви нецелесообразно. Поэтому оптимальное решение соответствует дереву.

Выберем произвольное исходное дерево. Перевозки в этом дереве определяются однозначно. Иногда целесообразно вводить дере-

во, соответствующее $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \equiv \min$. Далее определим для этого дерева потенциалы π и для всех ребер (ветвей, не участвующих в дереве) найдем

$$\bar{b}_{ij} = b_{ij} + \pi_i - \pi_j. \quad (2-70)$$

Для каждого ребра ij можно определить ветви rs , получаемые на основе базисного решения в соответствии с рассмотрением образованного контура. Перевозка принимается равной нулевой перевозке, так как θ — это круговой поток в контуре. При $\theta = \theta_{\min}$ направления перевозки в других ветвях контура не меняются. Изменение затрат при вводе ребра ij с потоком θ и выведении ветви rs из сети

$$\Delta z = -a_{rs} + a_{ij} + \theta b_{ij}.$$

Если $\Delta z < 0$, то ввод ребра ij в дерево снижает z . В качестве вводимого ребра выбирают ребро, дающее наибольшее снижение z . Затем вновь определяют потенциалы π и b_{ij} для ребер нового дерева и т. п. Этот метод обеспечивает, однако, попадание не в глобальный, а лишь в локальный экстремум [Л. 2].

§ 2-11. МЕТОД ГРАНИЦ И ВЕТВЕЙ

Метод границ и ветвей является одним из методов математического программирования, позволяющим при решении нелинейных многоэкстремальных задач определять глобальный экстремум (например, минимум). Основное назначение метода — решение комбинаторных экстремальных задач. Однако этот метод позволяет также решать и оптимизационные задачи как с непрерывными, так и дискретными неизвестными.

Суть метода границ и ветвей (МГВ) заключается в следующем. Строится дерево решений, которое имеет исходную вершину, отвечающую множеству всех приемлемых решений Q . Из вершины, соответствующей Q , начинается ветвление на подмножества Q_1 и Q_2 , так что

$$Q_1 + Q_2 = Q.$$

Каждую из вершин, соответствующих Q_1 и Q_2 , можно использовать для дальнейшего ветвления. Конечная вершина отвечает только одному решению. Сумма подмножеств всех висячих вершин в процессе ветвления равна Q . Для каждой вершины определяется нижняя граница (НГ) минимизируемой функции, а для конечной вершины — точное значение минимизируемой целевой функции (ЦФ). Название метода границ и ветвей связано с ветвлением дерева вариантов и определением нижних границ для каждой его вершины.

Если в процессе ветвления будет получена какая-то висячая вершина, для которой $НГ \geq ЦФ_0$, где $ЦФ_0$ — оптимальное значение целевой функции для одной из полученных ранее конечных вершин,

то дальнейшее ветвление из данной висячей вершины нецелесообразно и все подмножество решений, соответствующее этой вершине, как бы велико оно ни было, может быть отброшено, так как в нем не может быть лучшего решения, чем ЦФ_0 .

Если для всех висячих вершин на данной стадии ветвления $\text{НГ} \geq \text{ЦФ}_0$, то процесс минимизации считается законченным. При этом ЦФ_0 соответствует оптимальному глобальному решению. По существу, совершается полный перебор всех решений, но не по отдельным решениям, а по их подмножествам, что все равно обеспечивает нахождение глобального экстремума.

Принципы, алгоритм ветвления и методы получения НГ процесса могут быть весьма разнообразными и определяются спецификой решаемых задач. Чем точнее найдено НГ , тем меньше висячих вершин приходится рассматривать, однако тем больше затрачивается труда на расчет НГ .

Пример 2-12. Рассмотрим применение МГВ для решения задачи выбора новой оптимальной электрической сети при следующей характеристике затрат (для простоты существующие сети не учтены):

$$Z_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{при } P_{ij} = 0; \\ a_{ij} + b_{ij}P_{ij} & \text{при } P_{ij} > 0, \end{cases} \quad (2-71)$$

где Z_{ij} — приведенные затраты элемента сети (линии) ij из пункта i в пункт j ; P_{ij} — поток активной мощности в ветви ij . Постоянные величины a_{ij} и b_{ij} заданы.

Минимизируемая функция

$$z = \sum_{ij} Z_{ij}(P_{ij}) = \sum_{ij} a_{ij} + \sum_{ij} b_{ij}P_{ij}, \quad (2-72)$$

где суммирование распространяется на все ветви полного графа. Условие ограничения запишется так:

$$\sum_j P_{ij} - \sum_j P_{ji} = P_j. \quad (2-73)$$

Как было показано в § 2-9, оптимальная сеть при таком виде затрат является деревом, т. е. не имеет замкнутых контуров.

Примем следующий принцип ветвления. Ветвление из какой-либо висячей вершины происходит по двум направлениям. Одно из них, идущее направо, соответствует обязательному участию в дереве какой-либо ветви $\underline{rs}$, а другое, идущее налево, — запрещению этой же ветви, что обозначается как $\overline{rs}$, т. е. множество Q_i делится на два подмножества: Q_{rs} (с обязательным участием rs) и $Q_{\overline{rs}}$ (с запрещением ветви rs) (рис. 2-4).

Для узловой точки i нижняя граница

$$\text{НГ}_i = \min_{Q_i} \sum a_{ij} + \min_{Q_i} \sum b_{ij}P_{ij} \leq \left[\sum_{Q_i} (a_{ij} + b_{ij}P_{ij}) \right]. \quad (2-74)$$

Условие $\min \sum_{Q_i} a_{ij}$ определяет дерево, для которого сумма a_{ij} в пределах множества Q_i минимальна. Это дерево обозначим через D_1 . Условие $\min \sum_{Q_i} b_{ij}P_{ij}$ определяет дерево, для которого линейная транспортная задача в пределах множества Q_i дает оптимальное решение. Обозначим это дерево через D_2 .

Если оба дерева D_1 и D_2 совпадают, то дерево совпадения соответствует оптимальному решению в множестве Q_i . Если оба дерева совпадают в начальной вершине, то дерево совпадения соответствует решению задачи.

При выбранных принципах ветвления дерево вариантов будет иметь вид, представленный на рис. 2-5. На этом рисунке приняты следующие обозначения: 0 — исходная вершина; A — подмножество деревьев, в которых обязательно участвует ветвь α ; B — подмножество деревьев, в которых α не участвует; C — подмножество деревьев, в которых не участвуют ветви α и β ; D — подмножество деревьев, в которых обязательно участвует ветвь β , но не участвует ветвь α .

Величину НГ , которую обозначим через ω , определим как сумму:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2,$$

где

$$\omega_1 = \min \sum a_{ij}; \quad \omega_2 = \min \sum b_{ij}P_{ij}.$$

Для каждой висячей вершины величина ω_1 определяется по принципу сети «наименьшей длины». Для этой цели можно применить два способа:

1) из полного графа сети для данного подмножества, которое составляется с учетом обязательных ветвей и в которое не входят запрещенные ветви, последо-

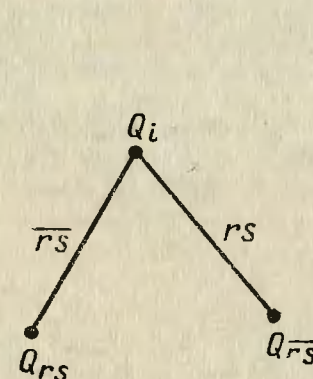


Рис. 2-4

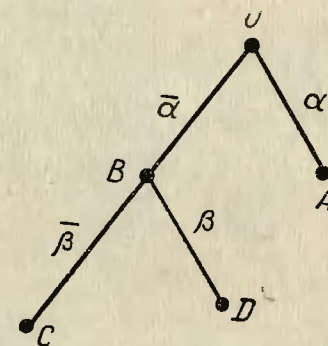


Рис. 2-5

вательно устраняют необязательные ветви, имеющие наибольшее значение a_{ij} , до тех пор, пока не получится дерево. При этом, однако, запрещается устранение ветви, приводящее к нарушению связности графа, т. е. к нарушению уравнений ограничений;

2) начинают создание дерева с обязательных ветвей, а затем переходят к ветви, имеющей минимальное значение a_{ij} . Далее к этим ветвям присоединяют следующую ветвь с минимальным значением a_{ij} , исходящую из той или иной границы имеющихся ветвей, затем новую ветвь с минимальным значением a_{ij} и т. п. Так продолжается до получения дерева. При этом, однако, запрещается вводить ветвь, образующую контур.

Для каждой висячей вершины ω_2 определяется решением транспортной задачи с промежуточными перевозками для полного графа, соответствующего данному подмножеству. Для обязательных ветвей потоки входят в базисные решения. Таким образом можно определить ω для каждой висячей вершины. Ветвление в принципе следует продолжать в вершине, имеющей наименьшую ω . Разновидность метода * решения сетевой задачи предусматривает ветвление, начиная с исходной вершины только направо по ветвям дерева минимальной длины (рис. 2-6). При этом последовательность ветвления соответствует возрастанию a_{ij} . Ветвление заканчивается в точке D , соответствующей дереву минимальной длины. Значение ω_0 в точке 0 соответствует $\min \sum a_{ij} + \min \sum b_{ij}P_{ij}$ для полного

* А. И. Лазебник. Применение метода ветвей и границ для выбора оптимальной электрической сети. Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1969, № 2.

графа. При движении направо вниз величина ω_1 не изменяется. Величина же ω_2 не изменяется только в том случае, если соответствующая новая ветвь входит в дерево D_2 . Если же эта ветвь не входит в дерево D_2 , то ω_2 возрастает и нужно решать новую транспортную задачу, что довольно сложно. Поэтому не меняют и ω_2 и таким образом ω не меняется при движении направо и вниз.

Пусть в точке D множество представляет собой конкретное дерево. Чтобы определить для него $\mathcal{CF}$, достаточно найти $\sum b_{ij}P_{ij}$ по уравнениям ограничений. Величина $\sum a_{ij}$ будет та же, что для точек A и C (она равна $\min \sum a_{ij}$ для вершины 0). В результате получим значение целевой функции $\mathcal{CF}$ в точке D , которая запоминается. Заметим, что $\mathcal{CF}_D < \omega_0$, если деревья D_1 и D_2 для точки 0 не совпадают. Из точки C производим ветвление влево (с запрещением ветви d).

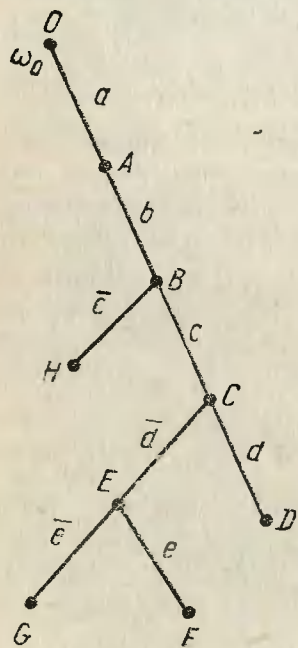


Рис. 2-6

Далее для точки E определим ω_E . В данном случае ω_1 будет больше, чем в точке C , так как в точке E уже не может быть дерева «наименьшей длины». Расчет ω_1 производится по рассмотренному ранее принципу. К ветвям a, b, c присоединяют некоторую ветвь (кроме d) с наименьшим значением a_{ij} , которая не нарушает связности, т. е. не образует контур.

Пересчет ω_2 производится лишь в том случае, если ветвь d входила в дерево D_2 . Значение ω_E в точке E сравнивается с $\mathcal{CF}_D$. Если $\omega_E \geq \mathcal{CF}_D$, то дальнейшее ветвление из точки E не производится и подмножество деревьев точки E не рассматривается. В противном случае идет ветвление вправо вниз от точки E . Вводится ветвь e с наименьшим значением a_{ij} . В точке F получается дерево, для которого вычисляют $\sum b_{ij}P_{ij}$ по уравнениям ограничений, а величину $\sum a_{ij}$ берут равной величине ω_1 для точки E . Значение $\mathcal{CF}_E$ сопоставляется с $\mathcal{CF}_D$. Меньшее из них запоминается как оптимальное значение целевой функции $\mathcal{CF}_0$. Затем процесс продолжается из точки E : идет ветвление влево в точку G с запрещением ветви e . Вычисляется ω_G и сопоставляется по величине с $\mathcal{CF}_0$. Пусть $\omega_G \geq \mathcal{CF}_0$. Тогда ветвление из точки G не производится; дальнейшее ветвление влево производится из ближайшей вершины B . Вводится ветвь BH (запрещение ветви c). Аналогично для точки H

определяется ω_H и сопоставляется с $\mathcal{CF}_0$. Если ветвление из точки H не производится, так как $\omega_H \geq \mathcal{CF}_0$, то дальнейшее ветвление влево идет от ближайшей вершины A и т. д. Заметим, что если ветвление из точки H производится вправо, то ветвь d теперь уже может быть введена (запрет ограничивается ветвью c). Во всех случаях, когда ветвление доходит до конечной вершины дерева, определяется $\mathcal{CF}$ и сравнивается с $\mathcal{CF}_0$. Процесс минимизации заканчивается тогда, когда ветвление влево из точки 0 доходит до вершины, в которой $\omega \geq \mathcal{CF}_0$. Дерево, соответствующее $\mathcal{CF}_0$, является глобальным решением сетевой задачи.

Таким образом, алгоритм решения сетевой задачи методом МГВ определяется следующим образом:

1) для исходной вершины дерева вариантов (точка 0) определяют

$$\omega_1^{(0)} = \min \sum_{ij} a_{ij}; \quad \omega_2^{(0)} = \min \sum_{ij} b_{ij}P_{ij}; \quad \omega^{(0)} = \omega_1^{(0)} + \omega_2^{(0)};$$

2) из точки 0 производят ветвление вправо вниз по ветвям «наименьшей длины» до конечной вершины, соответствующей указанному дереву. Ветви располагаются в порядке возрастания a_{ij} ;

3) в конечной вершине определяют точное значение $\mathcal{CF}$, которое временно запоминают как оптимальное — $\mathcal{CF}_0$;

4) из конечной вершины переходят вверх влево в ближайшую вершину и из нее делают ветвление влево (запрещение ветви). Для полученной висячей вершины определяют ω и сравнивают с $\mathcal{CF}_0$;

5) если $\omega \leq \mathcal{CF}_0$, то производят ветвление вправо до получения дерева, причем вводят обязательно ветви, обеспечивающие дерево «наименьшей длины» с учетом запрещения каких-то ветвей. Для полученного дерева определяют $\mathcal{CF}$, сравнивают с $\mathcal{CF}_0$ и, если $\mathcal{CF} < \mathcal{CF}_0$, то $\mathcal{CF}$ запоминают как оптимальное;

6) если $\omega \geq \mathcal{CF}_0$ для какой-то висячей вершины, полученной после ветвления налево, то дальнейшее ветвление из нее не производят, а переходят вверх к ближайшей вершине, из которой ветвления влево не производилось;

7) если после того, как при ветвлении влево из точки 0 приходят к вершине, для которой $\omega \geq \mathcal{CF}_0$, и больше вершин, лежащих выше и не имеющих ветвления влево, нет, то на этом процесс минимизации заканчивают и дерево, соответствующее последнему значению $\mathcal{CF}_0$, считают оптимальным.

Для упрощения задачи можно не вычислять ω_2 , а всюду принимать $\omega_2 = \omega_2^{(0)}$, т. е. пользоваться упрощенной НГ.

Число деревьев, как известно, равно n^{n-2} , где n — число узлов, т. е. для 10 узлов число деревьев равно 10^8 , а для 20 — 20^{18} . Следовательно, при исключении какой-либо вершины, для которой $\omega \geq \mathcal{CF}_0$, может быть отброшено очень большое число деревьев.

Чтобы ускорить процесс оптимизации, можно ввести такое условие, что если для какой-либо вершины $\omega < \mathcal{CF}_0$, а

$$\mathcal{CF}_0 - \omega < \varepsilon,$$

где ε — некоторая допустимая неточность, то при этом множество деревьев, соответствующее данной вершине, выводится из рассмотрения, а процесс счета намного ускоряется.

Пример 2-13. Рассмотрим применение изложенного метода для определения оптимального дерева в сети, состоящей из четырех узлов и шести ветвей (рис. 2-7) [Л. 6]. Значения a_{ij} и b_{ij} даны в следующей таблице:

Ветвь	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
a_{ij}	5	3	10	4	6	8
b_{ij}	0,5	0,3	1	0,4	0,6	0,8

Узловые мощности заданы: $P_1 = -16$; $P_2 = +12$; $P_3 = +8$; $P_4 = -4$, где знак «+» означает генерацию, а знак «—» — нагрузку.

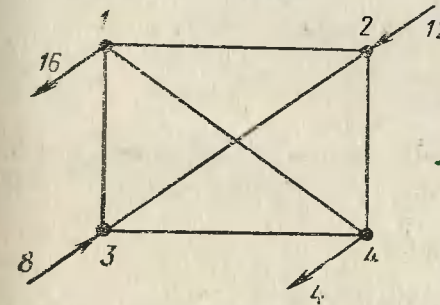


Рис. 2-7

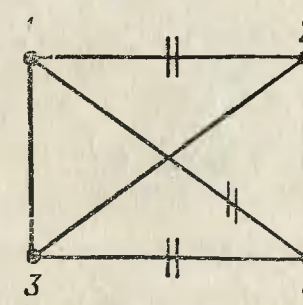


Рис. 2-8

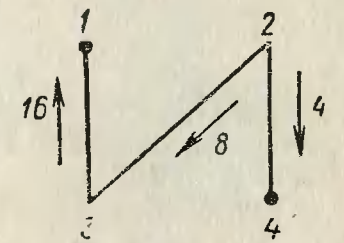


Рис. 2-9

Определим дерево максимальной длины D_1 для вершины дерева вариантов 0.

Первый способ. Вычеркиваем в порядке снижения величины a_{ij} ветви 1-4, 3-4. Ветвь 2-4 нельзя вычеркнуть, так как узел 4 не будет иметь ветвей. Поэтому вычеркиваем ветвь 1-2. Получаем дерево, состоящее из ветвей 1-3, 2-3, 2-4 (рис. 2-8).

Второй способ. Вводим в порядке возрастания a_{ij} ветви 1-3, 2-3. Ветвь 1-2 нельзя вводить, так как образуется контур 1-2-3. Поэтому вводим

Используем в качестве исходного базисного решения дерево «наименьшей длины» (см. рис. 2-9). Получим размещение потоков, показанное на рисунке. Заполним транспортную матрицу:

	1	2	3	4	a_i	
1	0	0,5	0,3	1		$-\pi_1$
2	0,5	0	8 0,4	4 0,6	12	$-\pi_2$
3	16 0,3	0,4	-8 0	0,8	8	$-\pi_3$
4	1	0,6	0,8	0		$-\pi_4$
b_j	16			4		
	π_1	π_2	π_3	π_4		

Найдем потенциалы из условий $\pi_3 - \pi_2 = 0,4$; $\pi_4 - \pi_2 = 0,6$; $\pi_1 - \pi_3 = 0,3$, откуда, принимая $\pi_4 = 0$, получим значение потенциалов:

$$\pi_2 = -0,6; \quad \pi_3 = -0,2; \quad \pi_1 = 0,1.$$

Определим c_{ij} для небазисных переменных:

$$\bar{c}_{12} = 0,5 + 0,1 + 0,6 = 1,2 > 0; \quad \bar{c}_{13} = 0,3 + 0,1 + 0,2 = 0,6 > 0;$$

$$\bar{c}_{14} = 1 + 0,1 - 0 = 1,1 > 0; \quad \bar{c}_{21} = 0,5 - 0,6 - 0,1 = -0,2 < 0;$$

$$\bar{c}_{34} = 0,8 - 0,2 - 0 = 0,6 > 0; \quad \bar{c}_{41} = 1 - 0,1 = 0,9 > 0;$$

$$\bar{c}_{42} = 0,6 + 0 + 0,6 = 1,2 > 0; \quad \bar{c}_{43} = 0,8 + 0 + 0,2 = 1 > 0.$$

Введем в базис поток в ветви 2-1; $P_{21}=\theta$. Очевидно, $\theta=8$. Выведем из базиса P_{23} . Получим дерево, состоящее из ветвей с потоками $P_{21}=8$; $P_{31}=8$; $P_{24}=4$ (рис. 2-10).

Определим новые значения потенциалов из условий

$$\pi_1 - \pi_3 = 0,3; \quad \pi_1 - \pi_2 = 0,3; \quad \pi_4 - \pi_2 = 0,6.$$

Принимая $\pi_4=0$, получим

$$\pi_2 = -0,6; \quad \pi_1 = -0,1; \quad \pi_3 = 0,4.$$

Найдем $\bar{c}_{ij}$ для небазисных переменных:

$$\bar{c}_{12} = 0,5 - 0,1 + 0,6 = 1 > 0; \quad \bar{c}_{13} = 0,3 - 0,1 + 0,4 = 0,6 > 0;$$

$$\bar{c}_{14} = 1 - 0,1 - 0 = 0,9 > 0; \quad \bar{c}_{23} = 0,4 - 0,6 + 0,9 = 0,2 > 0;$$

$$\bar{c}_{32} = 0,4 - 0,4 + 0,6 = 0,6 > 0; \quad \bar{c}_{34} = 0,8 - 0,4 - 0 = 0,4 > 0;$$

$$\bar{c}_{41} = 1 + 0 + 0,1 = 1,1 > 0; \quad \bar{c}_{42} = 0,6 + 0 + 0,6 = 1,2 > 0;$$

$$\bar{c}_{43} = 0,8 + 0 + 0,4 = 1,2 > 0,$$

т. е. все $\bar{c}_{ij} > 0$. Оптимальное дерево изображено на рис. 2-10. Определим (см. рис. 2-10)

$$\omega_2^{(0)} = 8 \cdot 0,3 + 8 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,6 = 8,8.$$

Для исходной вершины

$$\omega^{(0)} = 13 + 8,8 = 21,8.$$

Начнем ветвление вправо в порядке возрастания a_{ij} . Получим точки A , B и C (рис. 2-11).

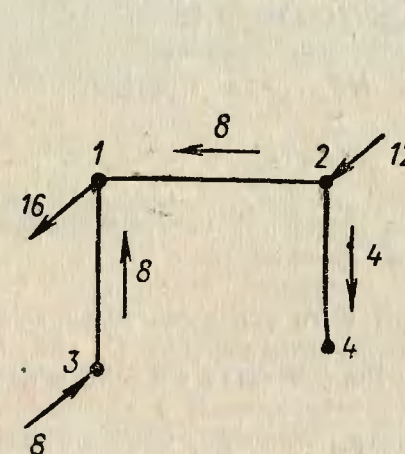


Рис. 2-10

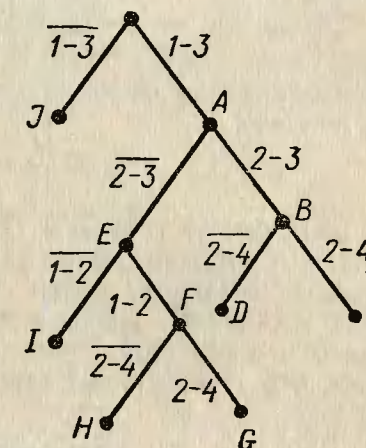


Рис. 2-11

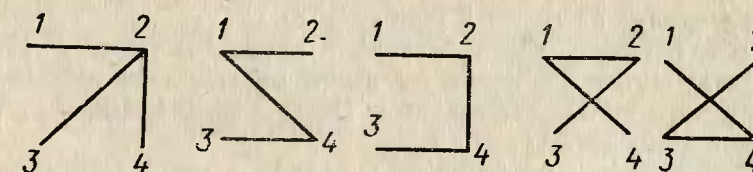


Рис. 2-12

Чтобы получить ЦФ_C в точке C , следует найти

$$\sum a_{ij} = \omega_1^{(0)} = \min \sum a_{ij} = 13,$$

из потокораспределения (см. рис. 2-9) определить

$$\sum b_{ij}P_{ij} = 16 \cdot 0,3 + 8 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,6 = 10,4.$$

При этом

$$L\Phi_C = 13 + 10,4 = 23,4.$$

Эта величина запоминается как оптимальная.

Из вершины B производится ветвление влево в точку D (запрещение ветви 2-4). Найдем $НГ$ для вершины D , т. е. ω_D . Значение ω_{1D} определим при присоединении к обязательным ветвям 1-3 и 2-3 ветви 3-4. Ветвь 2-4 запрещена, а ветвь 1-2 образует контур. Поэтому

$$\omega_{1D} = 3 + 4 + 8 = 15.$$

Дерево D_2 найдем решением транспортной задачи. Так как точке D соответствуют только два дерева (1-3, 2-3, 3-4 и 1-3, 2-3, 1-4), проще найти $\sum b_{ij}P_{ij}$ для этих деревьев и выбрать дерево с минимальным значением $\sum b_{ij}P_{ij}$.

Для первого дерева

$$\sum b_{ij}P_{ij} = 16 \cdot 0,3 + 12 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,8 = 12,8,$$

а для второго

$$\sum b_{ij}P_{ij} = 20 \cdot 0,3 + 12 \cdot 0,4 + 4 \cdot 1 = 14,8 > 12,8.$$

Следовательно,

$$\omega_D = 15 + 12,8 = 27,8 > ЦФ_0 = 23,4.$$

При использовании более простой оценки $НГ$, когда вычисляем только ω_1 , а $\omega_2 = \omega_2^{(0)}$, получим

$$\omega_D \approx 15 + 8,8 = 23,8 > 23,4.$$

Таким образом, от вершины D дальнейшее ветвление нецелесообразно и она исключается, т. е. отбрасываются указанные два дерева.

Дальнейшее ветвление влево идет от вышележащей вершины A к точке E (запрещение ветви 2-3). Точке E соответствуют пять деревьев. Аналогично можно установить, что для этой точки дерево D_1 совпадает с деревом D_2 (1-3, 1-2, 2-4).

Заметим, что теперь ранее запрещенная ветвь 2-4 была введена в дерево D_1 . Определим

$$\omega_{E1} = 3 + 5 + 6 = 14;$$

$$\omega_{E2} = 8 \cdot 0,5 + 8 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,6 = 8,8;$$

$$\omega_E = 14 + 8,8 = 22,8 < 23,4,$$

т. е. дальнейшее ветвление из точки E необходимо.

Из точки E следует произвести ветвление вправо в точку F (вводится ветвь 1-2). При запрещении ветви 2-3 ветвь 1-2 имеет наименьшее значение a_{ij} . Точке F соответствуют три дерева: D_1 совпадает с D_2 (ветви 1-3, 1-2, 2-4); по-прежнему, $\omega_{F1} = 14$; $\omega_{F2} = 8,8$; $\omega_F = 22,8 < 23,4$.

Произведем дальнейшее ветвление из F вправо в точку G (вводится ветвь 2-4, ранее запрещенная). Для дерева G

$$ЦФ_G = 14 + 8,8 = 22,8 < 23,4,$$

т. е. теперь оптимальным становится дерево G и дерево $ЦФ_0 = 22,8$. Производим ветвление от G влево в точку H (запрещаем ветвь 2-4). Для точки H имеем два дерева. Для точки H деревья D_1 и D_2 совпадают и соответствуют дереву (1-3, 1-2, 1-4). Поэтому

$$\omega_{H1} = 3 + 5 + 8 = 16; \quad \omega_{H2} = 12 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,8 = 10,4;$$

$$\omega_H = 16 + 10,4 = 26,4 > 22,8.$$

При приближенной оценке

$$\omega_H \approx 16 + 8,8 = 24,4 > 22,8.$$

Таким образом, подмножество H (два дерева) может быть отброшено. Ветвление из точки E влево (запрещение ветви 1-2) приводит к точке I , также соответствующей двум деревьям.

Анализ показывает, что дерево D_1 соответствует ветвям 1-3, 3-4, 2-3 (1-2 и 2-3 запрещены), поэтому

$$\omega_{I1} = 3 + 8 + 6 = 17.$$

Дерево D_2 соответствует ветвям 1-3, 1-4 и 2-4, следовательно,

$$\omega_{I2} = 12 \cdot 0,6 + 8 \cdot 0,3 + 8 \cdot 1 = 17,6;$$

$$\omega_I = 17 + 17,6 = 34,6 > 22,8.$$

При приближенной оценке

$$\omega_I \approx 17 + 8,8 = 25,8 > 22,8.$$

Таким образом, множество I отбрасывается и дальнейшее ветвление влево идет из точки O в точку J .

Множество J при запрещении 1-3 представляет собой восемь деревьев, начало ветвления которых показано на рис. 2-12. Дерево D_1 соответствует дереву 1-2, 2-3, 2-4, поэтому

$$\omega_{J1} = 5 + 4 + 6 = 15.$$

Дерево D_2 соответствует дереву 1-2, 2-3, 3-4, поэтому

$$\omega_{J2} = 16 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,8 = 12,8;$$

$$\omega_J = 15 + 12,8 = 27,8 > 22,8.$$

При приближенной оценке $\omega_J = 15 + 8,8 = 23,8 > 22,8$.

На этом расчет заканчивается, так как дальнейшее ветвление невозможно. Оптимальное дерево соответствует точке G (1-3, 1-2, 2-4, см. рис. 2-10), т. е. дереву, отвечающему $\min \sum b_{ij}P_{ij}$.

Заметим, что общее число деревьев равно $4^2 = 16$. Точные значения целевой функции подсчитаны только для двух деревьев (C и G). Оценка $НГ$ определена для шести точек (D , E , F , H , I и J), причем отброшены четыре вершины: D (два дерева), H (два дерева), I (два дерева) и J (восемь деревьев). Две вершины E и F не были отброшены и из них продолжалось ветвление.

Всего было сделано шагов восемь, причем оптимальное решение было найдено на пятом шаге.

§ 2-12. БЛОК УЩЕРБА

Учет фактора надежности производится в блоке ущерба. Такой блок определяет математическое ожидание ущерба от аварий на электростанциях с учетом или без учета вероятностных характеристик приточности ГЭС. Простейшая структура такого блока рассматривается далее.

При неучете вероятностных характеристик ГЭС вычисляются дискретные ряды вероятностей: аварийного снижения мощности электростанций с произвольно выбираемой ступенью ряда ε (Мвт), дефицита мощности на основе сочетания дискретных рядов вероятностей аварийного снижения мощности электростанций и суммарной нагрузки энергосистемы. Затем вычисляется математическое ожидание недоотпуска энергии и соответствующее математическое ожидание ущерба (руб.).

Для определения математического ожидания ущерба необходимо знать вероятности рабочего p и аварийного q состояний каждого агрегата системы, график нагрузки по продолжительности и удельный коэффициент ущерба (руб/квт·ч) недоотпуска энергии.

§ 2-13. ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ

В некоторых задачах необходимо определить минимум линейной функции при линейности системы уравнений и неравенств ограничений, но все неизвестные или часть их должна принимать только целочисленные значения. Из многочисленных методов решения таких задач рассмотрим для иллюстрации только первый алгоритм метода Гомори [Л. 3].

Идея этого метода заключается в том, что после минимизации целевой функции при допущении непрерывности неизвестных и получении соответствующего оптимального базисного решения вводят дополнительное базисное неизвестное. Кроме того, соответственно ему вводят дополнительное уравнение ограничения такого вида, чтобы при выводе дополнительного неизвестного из базиса обеспечивалась целочисленность одной из базисных переменных. Вывод такого уравнения называется *отсечением*. Найденное решение может быть небазисным. Для получения целочисленности следующей базисной переменной вводят новое дополнительное неизвестное и т. д.

Известно, что метод Гомори сходится к требуемому решению при условии, что все уравнения ограничений, включая уравнение для z , в котором базисным неизвестным является $-z$, расположены в определенном порядке и в том же порядке обеспечивается целочисленность базисных переменных путем отсечений. Кроме того, если дополнительные неизвестные выводятся из числа небазисных, то соответствующее решение отсечения больше в уравнение ограничений не вводится.

Пример 2-14. Проиллюстрируем применение первого алгоритма метода Гомори на простейшем примере. Требуется минимизировать функцию $z = -x_1 - x_2$ при ограничениях

$$2x_1 + 11x_2 \leq 38; \quad x_1 + x_2 \leq 7; \quad 4x_1 - 5x_2 \leq 5;$$

кроме того, величины x_1 , x_2 и z должны быть целочисленными.

Преобразим неравенства ограничений в равенства. Получим при этом систему уравнений:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 11x_2 + x_3 &= 38; \\ x_1 + x_2 + x_4 &= 7; \\ 4x_1 - 5x_2 + x_5 &= 5; \\ -x_1 - x_2 - z &= 0. \end{aligned}$$

Запишем базисное решение: $x_3=38$; $x_4=7$; $x_5=5$; $x_1=x_2=0$; $z=0$. В базис введем x_1 и выведем x_5 . Из третьего уравнения найдем

$$x_1 = \frac{5}{4} + \frac{5}{4}x_2 - \frac{1}{4}x_5.$$

Подстановка x_1 в другие уравнения дает систему уравнений:

$$\begin{aligned} x_1 - \frac{5}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_5 &= \frac{5}{4}; \\ \frac{27}{2}x_2 + x_3 - \frac{1}{2}x_5 &= \frac{71}{2}; \\ \frac{9}{4}x_2 + x_4 - \frac{1}{4}x_5 &= \frac{23}{4}; \\ -\frac{9}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_5 - z &= \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

В базис введем x_2 и из него выведем x_4 . Из третьего уравнения найдем

$$x_2 = \frac{23}{9} - \frac{4}{9}x_4 + \frac{1}{9}x_5.$$

Подстановка x_2 в остальные уравнения дает новую систему уравнений:

$$\begin{aligned} x_1 + \frac{5}{9}x_4 + \frac{1}{9}x_5 &= \frac{40}{9}; \\ x_2 + \frac{4}{9}x_4 - \frac{1}{9}x_5 &= \frac{23}{9}; \\ x_3 - 6x_4 + x_5 &= 1; \\ x_4 - z &= 7. \end{aligned}$$

Найденное базисное решение ($x_1=40/9$; $x_2=23/9$; $x_3=1$; $x_4=x_5=0$) является оптимальным. При этом $z=-7$.

Для получения целочисленного значения x_1 введем дополнительное неизвестное x_6 , определяемое уравнением отсечения:

$$x_6 = \frac{5}{9}x_4 + \frac{1}{9}x_5 - \frac{4}{9}.$$

В уравнении отсечения в правой части стоят неизвестные, входящие в первое уравнение с коэффициентами, равными дробному и з/л и ш/к по отношению к ближайшему целому числу. Аналогичный дробный излишек свободного члена также имеет обратный знак. Если теперь x_6 вывести из базиса, т. е. приравнять его нулю, то после подстановки уравнения отсечения

$$0 = \frac{5}{9}x_4 + \frac{1}{9}x_5 - \frac{4}{9}.$$

в первое уравнение значение x_1 будет целочисленным (см. ниже).

Новая система уравнений с отсечением запишется как

$$\begin{aligned} x_1 + \frac{5}{9}x_4 + \frac{1}{9}x_5 &= \frac{40}{9}; \\ x_2 + \frac{4}{9}x_4 - \frac{1}{9}x_5 &= \frac{23}{9}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_3 - 6x_4 + x_5 &= 1; \\ -\frac{5}{9}x_4 - \frac{1}{9}x_5 + x_6 &= -\frac{4}{9}; \\ x_1 & - z = 7.\end{aligned}$$

Выведем из базиса x_6 и введем x_4 . Выбор вводимой в базис неизвестной определяется минимумом b_i/a_{is} , т. е. минимумом

$$\min \left| \frac{-4/9}{-5/9}, \frac{-4/9}{-1/9} \right| = \min \left| \frac{4}{5}, 4 \right| = \frac{4}{5}.$$

Для преобразования уравнения определим вводимое неизвестное x_4 из последнего уравнения ограничений:

$$x_4 = \frac{9}{5}x_6 - \frac{1}{5}x_5 + \frac{4}{5}.$$

Подстановка x_4 во все остальные уравнения рассматриваемой системы дает систему уравнений:

$$\begin{aligned}x_1 + x_6 &= 4; \\ x_2 - \frac{1}{5}x_5 + \frac{4}{5}x_6 &= \frac{11}{5}; \\ x_3 + \frac{11}{5}x_5 - \frac{54}{5}x_6 &= \frac{29}{5}; \\ x_4 + \frac{1}{5}x_5 - \frac{9}{5}x_6 &= \frac{4}{5}; \\ -\frac{1}{5}x_5 + \frac{9}{5}x_6 - z &= \frac{31}{5}.\end{aligned}$$

В этой системе x_1 стало целочисленным.

Для получения целочисленности следующей по порядку величины x_2 введем новое уравнение отсечения:

$$x_7 = -\frac{1}{5}x_5 + \frac{4}{5}x_6 - \frac{1}{5}.$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{aligned}x_1 + x_6 &= 4; \\ x_2 - \frac{1}{5}x_5 + \frac{4}{5}x_6 &= \frac{11}{5}; \\ x_3 + \frac{11}{5}x_5 - \frac{54}{5}x_6 &= \frac{29}{5}; \\ x_4 + \frac{1}{5}x_5 - \frac{9}{5}x_6 &= \frac{4}{5}; \\ \frac{1}{5}x_5 - \frac{4}{5}x_6 + x_7 &= -\frac{1}{5}; \\ -\frac{1}{5}x_5 + \frac{9}{5}x_6 - z &= \frac{31}{5}.\end{aligned}$$

Выведем из базиса x_7 и введем x_6 .

Из последнего уравнения ограничений найдем значение

$$x_6 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}x_5 + \frac{5}{4}x_7.$$

Подстановка x_6 во все остальные уравнения рассматриваемой системы дает новую систему уравнений:

$$\begin{aligned}x_1 + \frac{1}{4}x_5 + \frac{5}{4}x_7 &= \frac{15}{4}; \\ x_2 + x_7 &= 2; \\ x_3 - \frac{1}{2}x_5 - \frac{27}{2}x_7 &= \frac{17}{2}; \\ x_4 - \frac{1}{4}x_5 - \frac{9}{4}x_7 &= \frac{5}{4}; \\ \frac{1}{4}x_5 + \frac{9}{4}x_7 - z &= \frac{23}{4}.\end{aligned}$$

Уравнения для базисной переменной x_6 не вводим в систему в соответствии с алгоритмом Гомори.

Теперь целочисленным является x_2 , но x_1 стало вновь нецелочисленным. В соответствии с алгоритмом Гомори нужно выполнить отсечение, обеспечивающее вновь целочисленность x_1 .

Введем уравнение отсечения

$$x_8 = \frac{1}{4}x_5 + \frac{1}{4}x_7 - \frac{3}{4}.$$

Теперь выведем из базиса x_8 и введем x_5 . Определим x_5 из уравнения отсечения:

$$x_5 = 3 - x_7 + 4x_8.$$

Подстановка x_5 во все уравнения рассматриваемой системы дает новую систему уравнений:

$$\begin{aligned}x_1 + x_7 + x_8 &= 3; \\ x_2 + x_7 &= 2; \\ x_3 - 13x_7 - 2x_8 &= 10; \\ x_4 - 2x_7 - x_8 &= 2; \\ x_5 + x_7 - 4x_8 &= 3; \\ x_7 + x_8 - z &= 5.\end{aligned}$$

Получено оптимальное целочисленное решение: $x_1=3$; $x_2=2$; $x_3=10$; $x_4=2$; $x_5=-3$; $z=-5$. В этом решении шесть ненулевых величин, т. е. это решение не является базисным.

Таким образом, потребовалось два шага для получения оптимального базисного решения при нецелочисленности переменных и еще три шага для получения оптимального целочисленного решения.

Общая задача оптимизации развития энергосистем может быть сформулирована как задача целочисленного программирования.

Пусть имеется M существующих станций, т. е. $m=1, 2, \dots, M$, и N площадок для новых электростанций, т. е. $n=1, 2, \dots, N$, причем для каждой из новых станций имеется L_n вариантов ее параметров (мощности блоков, параметры пара и т. п.), т. е. $l_n=1, 2, \dots, L_n$, кроме того, имеется S возможных к сооружению ЛЭП, т. е. $j=1, 2, \dots, S$. Пусть далее приведенные затраты на сооружение новой станции n по варианту l в год

$$\begin{aligned} \text{при } t < t_b \text{ равны } Z &= 0; \\ \text{при } t = t_b \text{ равны } Z &= a_{nl} + b_{nl} \Delta P_{nlt}; \\ \text{при } t > t_b \text{ равны } Z &= b_{nl} \Delta P_{nlt}, \end{aligned}$$

где t_b — год ввода станции в эксплуатацию; ΔP_{nlt} — величина вводимой в год t мощности на станции n по варианту l .

Введем булевы переменные Y_{nlt} , принимающие целочисленные значения 0 и 1. Тогда приведенные затраты на сооружение всех новых станций по годам расчетного периода можно принять равными

$$\sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^{L_n} Y_{nlt} a_{nl} + \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^{L_n} b_{nl} \Delta P_{nlt}$$

при ограничениях

$$\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^{L_n} Y_{nlt} \leq 1; \quad \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^{L_n} Y_{nlt} P_{nl \text{ макс}} \geq \sum_{t=1}^t \Delta P_{nlt}.$$

В силу первого ограничения Y_{nlt} может принимать значение 1 только при одном конкретном значении $t=t_b$ и при одном конкретном значении l_n . Из второго ограничения вытекает, что при всех $t < t_b$ левая часть неравенства равна нулю, т. е. при $t < t_b$ ни в один год на станции n не может вводиться мощность. Если $Y_{nlt} = 1$ (при $t=t_b$ и конкретном значении l_n), то для года t_b затраты будут равны $a_{nl} + b_{nl} \Delta P_{nlt_b}$. В этот год какая-то мощность на станции n должна быть введена обязательно, в противном случае $Y_{nlt} = 0$ и сооружение этой станции нецелесообразно. При этом, так как $Y_{nlt} = 0$ для всех других l , то все $\Delta P_{nlt} = 0$ для других значений l в силу второго ограничения, т. е. за весь период будет вводиться мощность на станции n только по оптимальному варианту l и только начиная с оптимального года ввода t_b . Затраты на топливо могут быть приближенно определены по всем станциям как

$$\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{h_{m \text{ мин}}}^{h_{m \text{ макс}}} c_{mt}^h P_m^h + \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^{L_n} \sum_{h_{n \text{ мин}}}^{h_{n \text{ макс}}} c_{nlt}^h P_{nl}^h, \quad (2-75)$$

где c_{mt}^h , c_{nlt}^h — удельные эксплуатационные затраты (включая топливо) для определенного числа часов работы (h_m , h_n), причем числа часов работы изменяются степенями от $h_{\text{мин}}$ до $h_{\text{макс}}$. Для

каждого варианта выполнения новых станций будет свое значение c_{nlt}^h , отличающееся от других вариантов. Ограничения определяются из условия обеспечения покрытия максимума нагрузки и выработки энергии.

Для электропередач приведенные затраты на сооружение и эксплуатацию могут быть также приняты в различных вариантах исполнения:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } t < t_b \text{ равны } 0; \\ \text{при } t = t_b \text{ равны } a_{ijl} + b_{ijl} P_{ijlt}; \\ \text{при } t > t_b \text{ равны } Z_{ijl} P_{ijl}, \end{aligned} \right\} \quad (2-76)$$

где Z_{ijl} — эксплуатационные затраты, включая потери энергии (для существующих линий эта формула является весьма приближенной и соответствует неизменности потоков мощности в этих сетях); P_{ijl} — максимальный поток мощности, равный пропускной способности.

Кроме ограничений $\sum_{t=1}^T Y_{ijlt} \leq 1$ и $\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L Y_{ijlt} P_{ij \text{ макс}} \geq P_{ijlt}$ име-

ются ограничения по балансу мощности в узлах (выполнение первого закона Кирхгофа). Неизвестными в рассматриваемой задаче являются: Y_{nlt} , ΔP_{nlt} , h_{mt} , h_{nt} , Y_{ijlt} , P_{ijl} . Величины Y_{nlt} , Y_{ijlt} являются целочисленными и принимают значения 0 или 1. Точное решение этой задачи методами целочисленного программирования ввиду огромного числа неизвестных и уравнений ограничений пока практически неосуществимо, так как требует большого машинного времени.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛ. 2

1. Дж. Данциг. Линейное программирование, его применения и обобщения. «Прогресс», 1966.
2. И. М. Маркович и Б. П. Шарнопольский. Об одной возможности использования обобщенной транспортной задачи для определения оптимальной электрической сети. «Энергетика и транспорт», 1967, № 5.
3. А. А. Корбут и Ю. Ю. Финкельштейн. Дискретное программирование. «Наука», 1969.
4. В. И. Кохов. Учет постоянных составляющих затрат при оптимизации развития электроэнергетических систем. «Энергетика и транспорт», 1968, № 3.
5. И. М. Маркович. Оптимизация режимов энергетических систем. МЭИ, 1967.
6. И. М. Маркович и С. С. Рокотян. Оптимизационные и оценочные модели для выбора оптимального развития электроэнергетических систем. Изд. Энергетического института Сибирского отделения АН, 1970.
7. И. Б. Моцкус. Многоэкстремальные задачи в проектировании. «Наука», 1962.

§ 3-1. КРИТЕРИЙ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО ВАРИАНТА*

Большинство технических мероприятий независимо от их вида (строительство, энергетика и т. д.) и масштаба в ряде случаев можно выполнить различными способами, отличающимися один от другого схемными решениями, технологическими процессами, при разных материальных и трудовых затратах. Например, сравнивая варианты энергосистемы в качестве источника электроэнергии, можно рассматривать или тепловую, или гидравлическую электростанцию. Обычно каждый из сопоставляемых вариантов отличается от других значительным числом технических показателей. Но возможны случаи, когда варианты различаются лишь по одному наиболее характерному показателю: давлению, температуре, сечению проводов линий электропередач, мощности трансформаторных подстанций, скорости вращения электродвигателей и т. д.

Инженер, выбирая тот или иной вариант, считает, что рекомендуемое решение в каком-то отношении лучше других. Показатели, на которые ориентируются при отборе лучших вариантов, обычно называют *критериями оптимальности*. При научно обоснованном выборе вариантов критерии оптимальности в конечном счете всегда существуют. В противном случае обоснованный выбор был бы невозможен. Вариант, который удовлетворяет принятым критериям оптимальности, будет считаться наиболее целесообразным, оптимальным с точки зрения данных критериев.

Казалось бы, что оптимальным вариантом будет тот, который в максимальной степени учитывает новейшие достижения науки и техники. Однако техническое совершенство варианта оказывается недостаточным для признания его лучшим с народнохозяйственной точки зрения в рассматриваемый момент времени. Более правильным считать лучшим тот вариант, который дает либо заданный технический эффект при наименьшей величине затрат, либо наибольший технический эффект при фиксированных экономических затратах. Это и обуславливает необходимость проведения технико-экономического анализа различных вариантов. Выбор экономически обоснованного варианта требует наличия единого экономического

показателя. В качестве последнего рекомендуется принимать приведенные народнохозяйственные затраты

$$Z = p_{\text{норм}} K + I, \quad (3-1)$$

где $p_{\text{норм}}$ — нормативный коэффициент эффективности; K — капитальные вложения; I — ежегодные издержки.

В соответствии с действующей методикой технико-экономических расчетов оптимальным вариантом считается тот, который при прочих равных условиях имеет наименьшее значение приведенных народнохозяйственных затрат.

В некоторых случаях в роли критерия оптимальности оказывается целесообразным использовать такие натуральные показатели, как объем, вес, потери мощности и т. п. Например, при выборе экономически обоснованного коэффициента загрузки силовых трансформаторов в качестве критерия оптимальности иногда принимают минимум потерь энергии.

§ 3-2. ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

При технико-экономическом исследовании необходимо учитывать две его стороны: качественную и количественную. Обе они не только взаимообусловлены, но и преследуют в конечном счете одну и ту же цель: наиболее полно изучить существо объекта. В то же время каждая из сторон такого исследования имеет и свою особенность.

Качественный анализ является начальной ступенью познания объектов. Он играет большую роль на стадии формулирования физических и экономических представлений об объекте исследования и тесно связан с процессами абстракции, идеализации и создания соответствующих моделей объекта. Однако несмотря на важность качественного анализа, теоретические представления приобретают конкретный характер лишь при условии, если они выражены в форме количественных соотношений. Можно сказать, что «логические сети» качественного анализа грубы, но строги. «Математические сети» количественного анализа сплетены тонко, но они не прочны и не могут удержать исследуемую проблему, если она не была заранее «упакована» в «логические сети» качественного анализа.

Приступая к анализу той или иной задачи, исследователь прежде всего должен определить качественную границу объекта, т. е. решить так называемую проблему вычленения объекта из окружающей его среды. Дело в том, что реальные объекты исследования обладают множеством свойств, частью которых приходится в процессе исследования игнорировать. Например, при определении потери напряжения в воздушных линиях электропередачи низкого напряжения обычно не учитывают емкостную и активную проводимость, пренебрегают увеличением активного сопротивления из-за нагрева проводов от протекания электрического тока, а тем более от солнечной радиации. Число несущественных свойств можно было бы

* См. также под ред. В. А. Веникова «Электрические системы», т. II. Электрические сети, гл. 7. «Высшая школа», 1971. Далее при ссылках на данное издание для сокращения будем оговаривать лишь том и номер главы.

увеличить до бесконечности. Исследователь же выбирает лишь конечное число свойств, отбрасывая несущественные с точки зрения поставленной задачи и тем самым идеализируя исследуемый объект. Выбранная таким образом совокупность существенных свойств определяет качественную границу исследуемого объекта.

Каждый объект технико-экономического анализа характеризуется множеством исследуемых параметров, которые целесообразно разделить на следующие категории: технические, экономические и технико-экономические. Примерами технических параметров являются напряжение, мощность, скорость, вес. Они характеризуют физические свойства объекта. К числу экономических параметров относятся приведенные затраты, капиталовложения, издержки эксплуатации. Они выражают стоимостные характеристики объектов. Техничко-экономические параметры представляют собой промежуточное связующее звено между техническими и экономическими параметрами. Примерами их являются стоимость 1 квт·ч выработанной электроэнергии, удельная стоимость строительства электростанции.

В зависимости от той роли, которую исходные параметры ($a_1, a_2, \dots, a_r$) играют при проведении технико-экономического анализа объекта, их обычно делят на два класса.

К первому классу исходных параметров относят те ($a_1, a_2, \dots, a_s$), которые не изменяют своего численного значения в процессе решения данной задачи. Для удобства проведения анализа и сокращения формы записи эти исходные параметры, когда это возможно, целесообразно объединять в параметры обобщающего типа:

$$A_i = \varphi_i(a_1, a_2, \dots, a_s), \quad i = \overline{0}^m \quad (3-2)$$

и в дальнейшем называть *константами*.

Ко второму классу исходных параметров относят те, которые в процессе проведения количественного анализа изменяют свое численное значение. Такие исходные параметры в дальнейшем называются *переменными параметрами*, или просто параметрами*. Этот класс параметров обозначается следующим образом:

$$x_1 = a_{s+1}, \quad x_2 = a_{s+2}, \dots, \quad x_n = a_r. \quad (3-3)$$

Деление исходных параметров на константы и переменные параметры, конечно, условно, так как один и тот же параметр в различных исследованиях может выступать то как известная до решения задачи константа, то как неизвестный варьируемый параметр. Например, при определении потерь мощности в линии электропередачи сечение проводов F можно рассматривать как заданную константу. Если же анализируется влияние сечения провода на величину затрат, то F будет уже параметром.

* Из-за неустановившейся терминологии и в целях сокращения записи переменные параметры называют иногда *переменными*.

Условность деления на константы и параметры заключается еще в том, что в некоторых случаях константы A_i не являются в действительности постоянными, а из-за неточности в определении исходных данных могут варьироваться в некоторых пределах. Особенно это относится к константам, зависящим от экономических или технико-экономических параметров.

Для проведения количественного анализа недостаточно знать только исходные параметры, характеризующие объект исследования. Уже на стадии качественного анализа необходимо решить проблему выявления функциональной взаимосвязи между параметрами. Эту взаимосвязь стремятся представить в виде системы математических уравнений, которую и считают технико-экономической моделью исследуемого объекта.

Характерная особенность подобных моделей по сравнению с чисто техническими или сугубо экономическими моделями объектов заключается в том, что одним из основных уравнений является уравнение приведенных затрат

$$Z = F(A_0, A_1, \dots, A_m, x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (3-4)$$

которое устанавливает зависимость затрат Z от констант A_i и параметров x_j .

Конкретный вид уравнения (3-4) зависит от технико-экономических особенностей исследуемого объекта и тех целей, которые преследует инженер в процессе технико-экономического анализа. Например, уравнение приведенных затрат на линию электропередачи* для определения экономически целесообразного сечения провода обычно записывают в виде

$$Z = \left(p_{\text{норм}} + \frac{a}{100} \right) K'_0 l + \left(p_{\text{норм}} + \frac{a}{100} \right) K''_0 l F + 3 I_{\text{нб}}^2 b \tau \frac{\rho l}{F}. \quad (3-5)$$

Здесь $p_{\text{норм}}$ — нормативный коэффициент эффективности; a — процент суммарных отчислений на амортизацию и ремонт линии; K'_0 — расходы на сооружение 1 км линии, не зависящие от сечения проводов; K''_0 — расходы на сооружение 1 км линии, зависящие от сечения проводов; l — длина линии; F — сечение провода; $I_{\text{нб}}$ — наибольший ток по линии; b — стоимость 1 квт·ч потерь энергии; τ — время потерь; ρ — удельное сопротивление проводов.

Из уравнения (3-5) видно, что затраты на линию представляют собой сумму слагаемых, каждое из которых учитывает какой-либо эффект. Например, слагаемое $3 I_{\text{нб}}^2 b \tau l / F$ учитывает стоимость потерь энергии. Каждый из исходных параметров, входящих в модель, может рассматриваться в качестве независимой переменной, получающей новое численное значение при изменении исходных данных. Однако с точки зрения поставленной задачи, т. е. экономического обоснования выбираемого сечения F , существенным для числового значения приведенных затрат оказывается измене-

* См. т. II, гл. 9.

ние не отдельных параметров, а их вполне определенной совокупности. Например, если уменьшилась стоимость 1 квт·ч потерянной электроэнергии b , а время потерь τ во столько же раз увеличилось, то не только общая стоимость потерянной энергии, но и в целом приведенные затраты остаются неизменными.

Уравнение (3-5) составлено для определения экономически целесообразного сечения провода F , которое является для данной задачи оптимизируемым параметром x . Все остальные исходные параметры объединим в обобщенные константы A_i :

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= (p_{\text{норм}} + a/100) K_0' l; \\ A_1 &= (p_{\text{норм}} + a/100) K_0'' l; \\ A_2 &= 3I_{\text{нб}}^2 b \tau \rho l. \end{aligned} \right\} \quad (3-6)$$

Тогда уравнение (3-5) можно представить в обобщенной форме:

$$Z = A_0 + A_1 F + A_2 F^{-1}. \quad (3-7)$$

Аналогично получаются уравнения затрат и для других исследуемых объектов. Обобщая уравнение (3-7) для случая, когда число оптимизируемых параметров равно n , а число учитываемых эффектов m , уравнение приведенных затрат запишем в виде

$$Z = Z_0 + \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ij}}. \quad (3-8)$$

Проанализируем полученное обобщенное уравнение приведенных затрат. Прежде всего отметим, что уравнение затрат состоит из суммы составляющих:

$$Z = Z_0 + \sum_{i=1}^m Z_i. \quad (3-9)$$

Это отражает тот факт, что затраты на систему в целом складываются из затрат на отдельные ее элементы. В свою очередь каждое слагаемое уравнения затрат

$$Z_i = A_i \prod_{j=1}^n x_j^{\alpha_{ij}} \quad (3-10)$$

представляет собой произведение константы A_i на параметры x_j , возведенные в степень α_{ij} . Такое представление затрат на каждый элемент системы широко используется в практике технико-экономического анализа электроэнергетических объектов. Иногда формула представления затрат на элементы имеет более сложный характер:

$$Z_i = \Psi_i(A_i, x_j), \quad i = \begin{vmatrix} m \\ 1 \end{vmatrix}; \quad j = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-11)$$

Но эти особые случаи встречаются относительно редко и поэтому в дальнейшем не рассматриваются.

Составляющая Z_0 , не зависящая от изменения параметров x_j , обычно называется *постоянной составляющей затрат*. Она не оказывает влияния на экономически целесообразные значения параметров x_j , поэтому во многих случаях для упрощения записи исключается из уравнения (3-8).

Однако составляющая Z_0 оказывает существенное влияние на величину полных затрат Z . Например, доля этой составляющей от полных затрат на линию электропередачи [см. (3-7)] может достигать 70—80%. Поэтому при определении абсолютной величины затрат Z учет постоянной составляющей Z_0 в уравнении (3-8) обязателен.

Численное значение показателей степени α_{ij} зависит от характера физических законов, свойственных исследуемому объекту, а также от принятых методов аппроксимации исходных данных. Как будет показано далее, величина α_{ij} играет существенную роль при выполнении количественного анализа методом, базирующимся на теории подобия. Будем считать, что эти показатели могут принимать любые вещественные значения в пределах

$$-\infty < \alpha_{ij} < \infty. \quad (3-12)$$

Чтобы создать полную технико-экономическую модель исследуемого объекта, необходимо составить ряд дополнительных уравнений, которые получаются на основе анализа технических ограничений, накладываемых на изменение параметров x_j .

Если исходить только из математических представлений, то формально параметры x_j могут принимать любое значение: положительное, нулевое, отрицательное и комплексное. Однако при учете физической сущности изучаемого явления приходим к выводу о том, что эти параметры изменяются только в положительной области, т. е. когда

$$x_j > 0. \quad (3-13)$$

Для реальных задач электроэнергетики область определения x_j еще больше сужается. Например, сечение алюминиевых проводов низковольтных линий электропередачи может изменяться от наименьшего значения $F_{\text{мин}}$, обусловленного механической прочностью, до наибольшего значения $F_{\text{макс}}$, обусловленного удобством монтажа и конструкцией опор. Поэтому во многих случаях вместо (3-13) используют условие

$$x_{j \text{ мин}} \leq x_j \leq x_{j \text{ макс}}. \quad (3-14)$$

Однако и данное ограничение требует дальнейшего уточнения. Дело в том, что большинство параметров, характеризующих электроэнергетические объекты, могут принимать только вполне определенные дискретные значения, обусловленные шкалой выпускаемых изделий или действующими стандартами. Например, шкала сечений сталеалюминиевых проводов включает в себя следующие значения:

10, 16, 25, 35, 50, 70, 95, 120, 150, 185, 240, 300, 400, 500, 600, 700 мм². Поэтому для многих параметров область определения по формуле (3-14) следует трактовать с учетом дискретности.

Часто на изменения параметров накладываются ограничения вида

$$\sum_{s=1}^r B_{ts} \prod_{j=1}^n x_j^{a_{tsj}} \leq 1, \quad t = \begin{vmatrix} k \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-15)$$

Данный тип ограничений, в дальнейшем условно называемый функциональным, обусловлен рядом технических требований. Например, при выборе сечений проводов низковольтных сетей требуется, чтобы потеря напряжения и температура проводникового материала не превышали заданных значений.

С учетом всех введенных ограничений технико-экономическая модель исследуемого объекта обычно записывается в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} Z &= Z_0 + \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}; \\ \sum_{s=1}^r B_{ts} \prod_{j=1}^n x_j^{a_{tsj}} &\leq 1, \quad t = \begin{vmatrix} k \\ 1 \end{vmatrix}; \\ x_{j \text{ мин}} &\leq x_j \leq x_{j \text{ макс}}, \quad j = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (3-16)$$

§ 3-3. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Сформулируем задачи количественного анализа. Для большей наглядности будем рассматривать простейшее уравнение затрат вида (3-7), которое запишем в виде

$$Z = Z_0 + A_1 x + A_2 x^{-1}. \quad (3-17)$$

Это уравнение позволит иллюстрировать дальнейшее изложение материала геометрическими построениями на плоскости (рис. 3-1). По оси абсцисс будем откладывать значения параметра x , а по оси ординат — значения приведенных затрат Z . Если заданы константы Z_0 , A_1 , A_2 и параметр x_1' , то по уравнению (3-17) можно определить величину Z_1' . С точки зрения технико-экономического анализа совокупность значений констант, параметра и затрат характеризует один из возможных вариантов исследуемого объекта. На плоскости xOZ этому варианту соответствует точка B .

Если при тех же значениях констант изменить величину x , приняв ее за x_1'' , то образуется новый вариант B , для которого величина затрат равна Z_1'' . Изменяя величину x в пределах от x_α до x_β получим множество вариантов $M_1(x)$, которым на рис. 3.1 соответствует кривая I .

Аналогично можно выявить множество вариантов и при другом наборе констант Z_0 , A_1 , A_2 . Этому множеству вариантов $M_2(x)$ соответствует кривая II .

Таким образом, изменение набора констант приводит к образованию нового множества вариантов. Задание определенного значения параметра ведет к выделению из данного множества конкретного варианта. Отсюда наглядно видна различная роль констант и параметров.

Одна из задач технико-экономического анализа заключается в том, чтобы при известных исходных данных Z_0 , A_i из множества вариантов $M(x)$ выделить такое значение параметра x_α , которому соответствовала бы минимальная величина приведенных затрат Z_α .

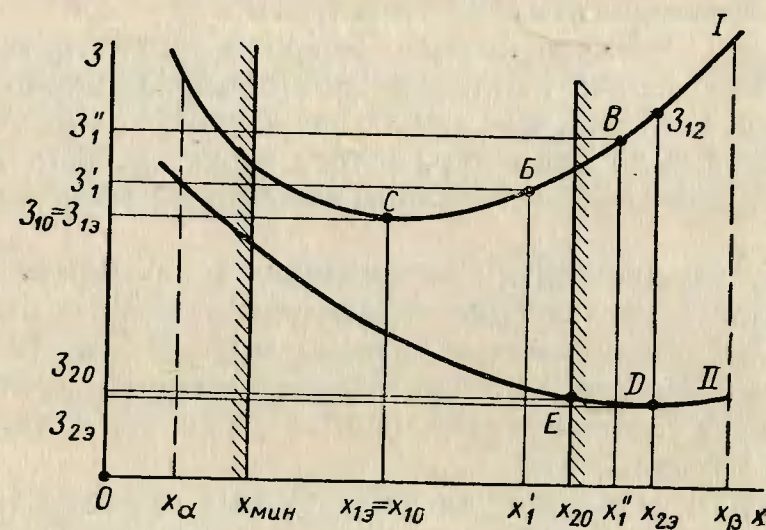


Рис. 3-1

Совокупности параметра x_α совместно с минимальными затратами Z_α образуют так называемый *экономический вектор переменных величин*, соответствующий экономическому варианту. На рис. 3-1 такие варианты при различных исходных данных характеризуются точками C и D .

Вторая задача технико-экономического анализа заключается в определении технико-экономической соразмерности исследуемого объекта, т. е. в определении некоторой доли каждого слагаемого уравнения приведенных затрат. Эта задача часто встречается при распределении имеющихся ресурсов между отдельными объектами энергетической системы. Зная экономический вариант, нетрудно решить эту задачу. Так, для уравнения (3-17) относительная величина затрат π_{i3} на каждый эффект (слагаемое) определится из соотношений:

$$\pi_{03} = Z_0/Z_\alpha; \quad \pi_{13} = A_1 x_\alpha / Z_\alpha; \quad \pi_{23} = A_2 x_\alpha^{-1} / Z_\alpha. \quad (3-18)$$

При технико-экономическом анализе часто пользуются неточными исходными данными или предположительными данными. Особенно часто такая ситуация возникает при разработке нового оборудования. Поэтому приходится исследовать влияние погрешности

исходных данных на значения параметров x_a и затрат Z_a экономического варианта или, как говорят, исследовать чувствительность уравнения затрат. Эта проблема является третьей задачей количественного анализа. Ее решение позволяет экономически обосновать степень точности, с которой должны быть заданы исходные данные.

Ряд практических требований (выявление условий конкретного механического процесса, возможностей материально-технического снабжения, требований унификации оборудования и т. д.) приводит к необходимости принимать значения параметров, отличные от экономического значения. Это в свою очередь неизбежно приводит к увеличению приведенных затрат. Чем больше сделано отступление от x_a , тем больше увеличатся затраты Z .

Представляет большой интерес выявить характер такого изменения. Четвертая задача технико-экономического анализа и состоит в том, чтобы установить, как меняются затраты Z при отклонении x от x_a . Совокупность процедур, позволяющих решить данную задачу, часто называют *исследованием объекта на экономическую устойчивость*.

При формулировке задачи определения экономического варианта не учитывались технические ограничения, которые являются составной частью технико-экономической модели [см. (3-1)]. Такой подход вполне закономерен, если экономическое значение параметра удовлетворяет системе ограничений. На рис. 3-1 данному случаю соответствует кривая I.

Если значение x_a выходит за допускаемые пределы (кривая II), то необходимо решить задачу с учетом ограничений и найти так называемый оптимальный вариант. Определение оптимального варианта и составляет сущность пятой задачи.

На рис. 3-1 оптимальный вариант характеризуется точкой E. Из рисунка видно, что затраты оптимального варианта $Z_{20} > Z_{2a}$. Аналогичное соотношение сохранится и для задач с n оптимизируемыми параметрами при условии, что исходная модель одноэкстремальна. В некоторых случаях (например, точка C на рис. 3-1) оптимальный вариант совпадает с экономическим:

$$Z_0 = Z_a; x_0 = x_a,$$

т. е. экономический вариант является тем идеальным пределом, который не всегда может быть реализован. Пятая задача может быть решена методами нелинейного целочисленного программирования, а в некоторых случаях и методами геометрического программирования.

Однако, учитывая особенность модели (3-16), заключающуюся в том, что уравнение затрат и функциональные ограничения имеют вид степенных многочленов (позиномов), для решения всего комплекса сформулированных задач технико-экономического анализа целесообразно использовать обобщающие методы, базирующиеся на теории подобия.

Очередность решения сформулированных задач, а также их количество зависят от цели технико-экономического анализа. Поэтому в ряде случаев можно ограничиться рассмотрением только части их. Например, анализ технико-экономической устойчивости требует решения только второй и четвертой задач.

§ 3-4. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Для решения сформулированных задач технико-экономического анализа возможно использовать достаточно богатый арсенал разработанных к настоящему времени методов. Одним из таких методов является метод вариантного проектирования конкретных объектов (см. также т. II, гл. 9). Однако он очень трудоемок, поэтому обычно рассматривают ограниченное число вариантов. При этом нет никакой гарантии, что в их число вошел оптимальный вариант. К тому же при таком методе случайные особенности конкретных объектов затрудняют выявление обобщающих закономерностей. Поэтому конкретные явления приходится идеализировать, в какой-то степени усреднять, заменять дискретное изменение параметров непрерывными. Все это позволяет составить математическую модель объекта и использовать для решения оптимизационных задач аналитические методы, включая дифференциальное и вариационное исчисления, методы максимального программирования.

Но использование упомянутых методов для сложных моделей эффективно лишь при их реализации на быстродействующих цифровых вычислительных машинах. При этом возникают серьезные затруднения. Они связаны не только с трудностью математической формулировки энергетических задач, недостаточностью разработки математических методов их решения, но и с ограниченными возможностями вычислительных машин: недостаточным быстродействием, ограниченным объемом памяти.

В поисках наиболее рациональных путей решения трудоемких задач технико-экономического анализа были сделаны попытки применения обобщающих методов теории подобия. Следует помнить, что при анализе сложных технико-экономических задач с недостаточно полной информацией об исходных данных решения приходится повторять многократно, широко варьируя как исходные данные, так и используемые технико-экономические модели. В результате получается много цифрового материала, в котором трудно выявить наиболее характерные связи и отношения, особенно при большом числе переменных. Повторные расчеты приходится проводить по несколько раз в полном объеме. Информация о результатах предыдущих расчетов при ее обилии практически используется очень слабо.

Все это приводит к необходимости разработки обобщающих методов технико-экономического анализа, которые бы позволили рационально использовать информацию об исходных данных и ре-

зультатах проведенных расчетов для последующего анализа исследуемой задачи.

Применение методов теории подобия к решению сформулированных в § 3.3 задач технико-экономического анализа имеет ряд особенностей по сравнению с применением этих методов для научно-исследовательской практики в области физики или техники. Например, оказалось, что последовательное применение критериальных зависимостей для решения технико-экономических задач, позволяет не только обобщать и распространять результаты расчета одной модели на целое множество других подобных моделей, но и производить, как это будет показано далее, технико-экономический анализ задач, не зная численного значения обобщенных констант A . Никакие другие методы технико-экономического анализа пока такой возможности не представляют.

Далее, применение методов теории подобия при анализе оптимизационных задач позволили установить ряд важных технико-экономических закономерностей построения энергетических систем, которые оказываются аналогичными физическим законам природы.

Так как применение обобщающих методов теории подобия для анализа технико-экономических задач базируется на последовательном использовании критериальных соотношений, то этот метод технико-экономического анализа в дальнейшем называется *критериальным анализом*. Конечно, критериальный анализ не следует противопоставлять другим методам технико-экономического анализа. У него есть свои сильные и слабые стороны. Поэтому он имеет свою область применения, в которой его методы наиболее эффективны. Подробно это будет рассмотрено далее.

§ 3-5. БАЗИСНЫЕ ЕДИНИЦЫ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

В ряде электротехнических дисциплин, таких как электромагнитные и электромеханические переходные процессы в электрических системах, электрических машинах и других, наряду с именованными величинами широко используются относительные, безразмерные величины. Во многих случаях это существенно упрощает многие теоретические выкладки, придает им обобщенный характер, делает расчеты более наглядными. Относительные величины удобно использовать и при технико-экономическом анализе.

Под *относительным значением* какой-либо физической, экономической или технико-экономической величины a понимают ее отношение к другой одноименной величине a_6 , принятой за единицу измерения или счета. Следовательно, чтобы получить относительную величину, нужно прежде всего выбрать систему базисных величин.

Например, при расчете токов короткого замыкания часто систему базисных величин формируют из совокупности номинальных или вообще произвольных значений величин.

Для уяснения различия между именованными и относительными величинами рассмотрим следующий пример. Предположим, что требуется измерить напряжение U на зажимах какого-либо электро-

приемника, подключенного к сети с номинальным напряжением $U_{ном} = 220$ в. В качестве единицы измерения в данном случае выступает международная единица измерения напряжения, равная 1 в. Номинальное напряжение сети в 220 раз больше этой единицы измерения.

Предположим, что проведен замер действительного напряжения на зажимах электроприемника вольтметром, проградуированным в этих единицах измерения. Пусть в результате измерения получили показание вольтметра, равное 242 делениям. Это означает, что интенсивность напряжения на зажимах электроприемника оказалась в 242 раза больше интенсивности напряжения, принятого в качестве единицы, т. е. 1 в. Результат измерения обычно записывается так:

$$U = 242 \text{ в.} \quad (3-19)$$

Этот же результат можно выразить не только в принятых единицах измерения, но и в долях от номинального напряжения сети. Для этого показания вольтметра делят на номинальное напряжение сети:

$$U_{*ном} = 242 \text{ в} / 220 \text{ в} = 1,1. \quad (3-20)$$

Тот же самый результат можно выразить в долях от произвольного, принятого в качестве базисного, значения напряжения, например, $U_6 = 2000$ в. Тогда

$$U_{*6} = 242 \text{ в} / 2000 \text{ в} = 0,121. \quad (3-21)$$

В последних двух уравнениях индекс «*» означает, что напряжение U измеряется в относительных величинах, а индексы «ном» и «6» — что в качестве единиц измерения приняты соответственно «номинальное» или произвольное «базисное» значения напряжения.

Сравнение численных значений $U_{*ном}$ и U_{*6} показывает, что замена единиц измерения приводит к изменению численного значения измеряемой величины; чем больше единица измерения, тем меньше численное значение измеряемой величины.

Следует особо обратить внимание на форму записи указанных уравнений. Принято считать, что уравнение (3-19) записано в именованных величинах. В нем информация о единице измерения, т. е. 1 в, сосредоточена в правой части равенства, так как рядом с числом 242 стоит слово «вольт». В уравнениях же (3-20) и (3-21) информация о единице измерения сосредоточена в виде индексов у обозначения измеряемой величины напряжения U . Поэтому в правой части этих уравнений стоят просто числа 1,1 или 0,121. Это и послужило обоснованием для того, чтобы считать уравнения (3-20) и (3-21) записанными в безразмерной форме.

Однако указанное деление формы записи уравнений на «именованную» и «безразмерную», хотя и общепринято, но по существу условно. Например, уравнение (3-19) по аналогии с уравнениями (3-20) и (3-21) можно было бы записать в безразмерной форме: $U_{*в} = 242$, т. е. информацию о принятой единице измерения можно перенести из правой части уравнения в левую, приписав измеряе-

мой величине индекс относительности и базисную величину, равную 1 в.

Можно было бы поступить наоборот, т. е. записать, например, уравнение (3-20) в именованной форме. Для этого следует информацию о единице измерения, в качестве которой выступает номинальное напряжение 220 в, по аналогии с уравнением (3-19) перенести в правую часть: $U=1,1$ номинального напряжения 220 в.

В дальнейшем считается, что уравнение записано в именованной форме, если в качестве базисной величины выступают единицы измерения принятой системы единиц измерения, например, СИ. Если же в качестве базисной величины принимается произвольное действительное число единиц измерения, то будем считать, что уравнение записано в безразмерной форме.

Вообще говоря, для каждой величины, входящей в технико-экономическую модель, можно принять базисное значение произвольно, т. е. независимо от базисного значения других величин. Так, для модели (3-7) можно принять базисные значения: $Z_6, A_{06}, A_{16}, A_{26}, F_6$. При этом на выбор численного значения базисных величин можно не накладывать особых ограничений, кроме естественного требования, вытекаемого из существа технико-экономических задач: эти величины должны быть действительными, не равняться нулю или бесконечности.

Если из базисных величин нужно образовать систему, то дополнительно к упомянутым требованиям необходимо соблюсти еще следующее условие:

$$Z_6 = A_{06} + A_{16}F_6 + A_{26}F_6^{-1}. \quad (3-22)$$

Для данного уравнения, связывающего все интересующие параметры и константы, определим критерии подобия методом интегральных аналогов, разделив обе части уравнения (3-22) на Z_6 :

$$1 = \frac{A_{06}}{Z_6} + \frac{A_{16}F_6}{Z_6} + \frac{A_{26}F_6^{-1}}{Z_6}. \quad (3-23)$$

Согласно определению, каждое слагаемое в правой части равенства (3-23) является критерием подобия, т. е.

$$A_{06}/Z_6 = \pi_{06}; A_{16}F_6/Z_6 = \pi_{16}; A_{26}F_6^{-1}/Z_6 = \pi_{26}. \quad (3-24)$$

Выразим текущие значения, т. е. значения, отличные от базисного, в относительных величинах:

$$Z_{*6} = \frac{Z}{Z_6}; A_{0*6} = \frac{A_0}{A_{06}}; A_{1*6} = \frac{A_1}{A_{16}}; A_{2*6} = \frac{A_2}{A_{26}}; F_{*6} = \frac{F}{F_6}.$$

Подставив в уравнение (3-7) значения Z, A_0, A_1, A_2, F , выраженные через их относительные величины и базисные единицы, получим

$$Z_{*6}Z_6 = A_{0*6}A_{06} + A_{1*6}A_{16}F_{*6}F_6 + A_{2*6}A_{26}/(F_{*6}F_6).$$

Разделим правую и левую части полученного уравнения на Z_6 , после чего, учитывая соотношение (3-24), будем иметь

$$Z_{*6} = \pi_{06}A_{0*6} + \pi_{16}A_{1*6}F_{*6} + \pi_{26}A_{2*6}/F_{*6}. \quad (3-25)$$

Данная запись мало что дает для анализа технико-экономических задач. Она, во-первых, более громоздка, чем исходное уравнение (3-7) и, во-вторых, не уменьшает количество требуемой для решения информации.

Однако будем дальше накладывать ограничения на численные значения базисных величин. Если предположить, что

$$A_{06} = A_0; A_{16} = A_1; A_{26} = A_2,$$

то

$$A_{0*6} = A_{1*6} = A_{2*6} = 1.$$

Выдвинутое условие вполне правомочно, ибо в пределах от 0 до ∞ величины A_i могли принимать любые значения, в частности, и те, которые приводились выше. Но в этом случае

$$Z_{*6} = \pi_{06} + \pi_{16}F_{*6} + \pi_{26}F_{*6}^{-1}. \quad (3-26)$$

Таким образом, запись уравнения (3-25) несколько упростилась. Следует подчеркнуть одну особенность уравнения (3-26): все входящие в него величины являются относительными, т. е. безразмерными. Рассмотренный пример показывает, что исходное уравнение приведенных затрат (3-7) можно представить в безразмерной форме. Причем рациональный набор значений базисных величин позволяет упростить форму записи [сравните (3-25) с (3-26)].

§ 3-6. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ

Одна из характерных черт критериального анализа заключается в том, что в качестве базисных величин при технико-экономическом исследовании принимаются экономические значения параметров и затрат.

Покажем на примере уравнения (3-5) метод определения системы базисных величин. Для удобства анализа введем обозначения

$$Z_0 = (p_{\text{норм}} + a/100)K'_0l; a_F = (p_{\text{норм}} + a/100)K''_0$$

и запишем уравнение затрат линии в виде

$$Z_{*l} = Z_0 + a_F l F + 3l_{\text{нб}}^2 b \tau \rho l / F. \quad (3-27)$$

Из уравнения следует, что увеличение (уменьшение) сечения проводов увеличивает (уменьшает) второе слагаемое модели и одновременно уменьшает (увеличивает) третье слагаемое, т. е. по сечению проводов в рассматриваемой модели образован конкурирующий эффект между вторым и третьим слагаемыми. Ни по какой другой величине в модели (3-27) таких конкурирующих эффектов

нет. Каждому значению F при фиксированном значении остальных величин соответствует вполне определенное значение затрат. Изменяя F , можно выявлять как соотношение между слагаемыми затрат, так и их общую величину. Причем существует такое сечение проводов, при котором затраты будут иметь минимальное значение (рис. 3-2). Это значение можно определить из уравнения, полученного в результате приравнивания нулю первой производной от затрат по сечению:

$$dZ/dF=0,$$

откуда

$$F_э = I_{нб} \sqrt{3b\tau\rho/a_F}. \quad (3-28)$$

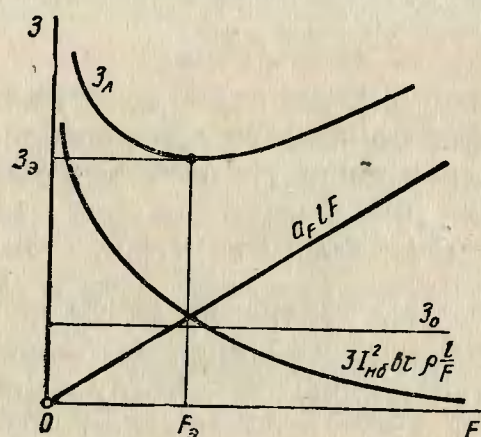


Рис. 3-2

Входящие в исходное уравнение (3-27) величины могут принимать только положительные значения, поэтому вторая производная

$$d^2Z_{л.э}/dF^2 > 0.$$

Из этого следует, что действительно величина затрат Z будет иметь минимум при $F_э$. Подставив это значение в (3-27), найдем минимальную величину затрат на линию

$$Z_{л.э} = Z_0 + 2I_{нб}l \sqrt{3b\tau a_F\rho}. \quad (3-29)$$

Из уравнения (3-28) видно, что экономически целесообразное значение сечения проводов линии не зависит от постоянной составляющей Z_0 , поэтому с точки зрения выбора $F_э$ эту величину можно не учитывать и вместо уравнения (3-27) рассматривать только переменную часть затрат, зависящую от изменения оптимизируемого параметра F :

$$Z = Z_{л.э} - Z_0 = a_F l F + 3I_{нб}^2 b \tau \rho l / F. \quad (3-30)$$

Минимальное значение переменной части затрат на линию определится из уравнения (3-29), если Z_0 перенести в левую его часть:

$$Z_э = Z_{л.э} - Z_0 = 2I_{нб}l \sqrt{3b\tau a_F\rho}. \quad (3-31)$$

Это значение затрат в дальнейшем называется *экономическим*. Определение экономического варианта, как отмечалось в § 3-3, и составляет одну из основных задач технико-экономического анализа. Значения $F_э$ и $Z_э$, вычисленные по формулам (3-28) и (3-31), при критериальном анализе используются в качестве базисных величин.

§ 3-7. ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СОРАЗМЕРНОСТЬ

Зная экономический вариант, можно решать вторую задачу технико-экономического анализа, т. е. определить экономическую соразмерность. Для этого продолжим рассмотрение примера, изложенного в § 3-6.

Уравнение затрат линии электропередачи (3-30) состоит из двух слагаемых, первое из которых отражает переменные затраты, пропорциональные сечению проводов, а второе — затраты, пропорциональные потерям в линии энергии, которые обратно пропорциональны сечению проводов. Приведем эту модель к безразмерному виду, поделив все уравнения на суммарные переменные затраты:

$$1 = a_F l F / Z + 3I_{нб}^2 b \tau \rho l / Z F.$$

Комплексы величин

$$a_F l F / Z = \pi_1; \quad 3I_{нб}^2 b \tau \rho l / Z F = \pi_2 \quad (3-32)$$

есть не что иное, как критерии подобия, найденные способом интегральных аналогов [Л. 4]. В рассматриваемом случае они имеют простую экономическую трактовку: показывают долю затрат, пропорциональную сечению проводов π_1 , и долю затрат, пропорциональную потерям энергии в линии π_2 . Критерии подобия выражаются в относительных величинах от общих затрат Z , причем

$$\pi_1 + \pi_2 = 1. \quad (3-33)$$

Данное критериальное уравнение, записанное в обобщенной форме, отражает множество вариантов уравнения (3-30). Рассмотрим его особенности.

Чтобы выделить в уравнении (3-30) отдельный вариант линии, необходимо задать численное значение всех входящих в него величин. По уравнению (3-33) выделить отдельный вариант линии оказывается невозможным. Задав численное значение критериев подобия, можно лишь выделить единичный вариант обобщенного уравнения, который будет отражать не один, а целое множество единичных вариантов линий. Особенность такого обобщенного варианта заключается в том, что он объединяет множество единичных вариантов исходного уравнения, для которых численное значение критериев подобия остается неизменным:

$$\pi_1 = \text{idem}, \quad \pi_2 = \text{idem}.$$

Такие варианты, согласно первой теореме подобия, будут подобными.

Изменение численного значения критериев подобия выделяет новое множество подобных вариантов, т. е. численное значение критериев подобия является основой для количественной оценки подобных вариантов.

Рассмотрим особенности определения экономического варианта, используя критериальное уравнение (3-33). Задание численного значения критериев подобия π_1 и π_2 выделяет из множества всех исходных вариантов уравнения (3-30) лишь подмножества подобных вариантов, которые могут различаться значением всех величин, входящих в критерии подобия (3-32). В то же время ясно, что и экономически целесообразные варианты должны найти отражение в обобщенном уравнении (3-33). Поэтому выбор экономических вариантов в обобщенной форме должен заключаться в определении численного значения критериев подобия π_{i3} , соответствующих экономическим вариантам.

Другими словами, при использовании критериального уравнения (3-33) задача поиска экономического варианта сводится к определению соотношения между составляющими затрат уравнения (3-30), т. е. к выявлению экономической соразмерности.

Выясним, как отличить соразмерные варианты от других. Для этого найдем численное значение критериев подобия (3-32) для экономического варианта, подставив в них значения F_3 и Z_3 . В результате получим

$$\pi_{13} = 1/2, \pi_{23} = 1/2. \quad (3-34)$$

Таким образом, для экономически целесообразных вариантов линии электропередачи переменные затраты, пропорциональные сечению проводов (π_{13}), должны быть равны затратам, пропорциональным потерям энергии в линии (π_{23}). Этот вывод известен в литературе под названием *закона Кельвина*.

Выше отмечалось, что задание численного значения критериев подобия выделяет обобщенный вариант, который отражает множество подобных индивидуальных вариантов линии. Принимая численное значение критериев подобия равным $1/2$, выделяем тем самым из множества вариантов только экономические варианты. Отсюда следует вывод: *экономически целесообразные варианты линии электропередачи подобны**.

Из уравнения (3-33) следует, что численное значение одного критерия однозначно определяется численным значением другого критерия подобия. Для нахождения критериев подобия может быть использовано соотношение

$$\pi_2/\pi_1 = k_F, \quad (3-35)$$

которое назовем *вторичным критерием подобия Кельвина*.

Для экономических вариантов линии данный критерий равен единице:

$$k_F = \pi_{23}/\pi_{13} = 1. \quad (3-36)$$

* Подобие экономических вариантов для n -мерного случая рассмотрено в § 3-12.

Последнее соотношение является математическим описанием одной из закономерностей ЛЭП, проявляющейся лишь у соразмерного варианта.

§ 3-8. КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВАРИАНТОВ

Численные значения критериев подобия экономических вариантов в общем случае находятся по формулам (3-18). Для их определения надо знать не только значение оптимизируемого параметра x_3 и величину наименьших затрат Z_3 , но и численное значение всех констант A_i , входящих в формулы.

Покажем, что в некоторых случаях значение критериев подобия для экономических вариантов зависит только от показателей степени α_{ij} оптимизируемых параметров. В качестве исходного возьмем уравнение

$$Z = A_1 x_3^{\alpha_1} + A_2 x_3^{-\alpha_2}, \quad (3-37)$$

которое является обобщением уравнения линии электропередачи (3-30). Для экономического варианта это уравнение запишется в виде

$$Z_3 = A_1 x_3^{\alpha_1} + A_2 x_3^{-\alpha_2}.$$

Экономические критерии подобия определяются из соотношений:

$$\pi_{13} = (A_1/Z_3) x_3^{\alpha_1}; \pi_{23} = (A_2/Z_3) x_3^{-\alpha_2}. \quad (3-38)$$

Причем сумма критериев подобия равна единице:

$$\pi_{13} + \pi_{23} = 1. \quad (3-39)$$

Для определения экономического значения параметра x_3 приравняем нулю первую производную от затрат (3-37) по параметру x :

$$dZ/dx = \alpha_1 A_1 x_3^{\alpha_1-1} - \alpha_2 A_2 x_3^{-\alpha_2-1} = 0.$$

Подставив в это уравнение значения A_1 и A_2 из (3-38), получим

$$\alpha_1 \pi_{13} Z_3/x_3 - \alpha_2 \pi_{23} Z_3/x_3 = 0.$$

Так как $Z_3/x_3 \neq 0$, то

$$\alpha_1 \pi_{13} - \alpha_2 \pi_{23} = 0. \quad (3-40)$$

Решая данное уравнение совместно с (3-39), найдем

$$\pi_{13} = \alpha_2/(\alpha_1 + \alpha_2); \pi_{23} = \alpha_1/(\alpha_1 + \alpha_2). \quad (3-41)$$

Таким образом, действительно для экономических вариантов уравнения (3-37) численное значение критериев подобия однозначно определяется показателями степени α_1 и α_2 оптимизируемого параметра.

Пример 3-1. Определить критерии подобия экономического варианта для уравнения $Z = A_1 x^2 + A_2 x^{-5}$.

Для данного уравнения запишем показатели степени: $\alpha_1 = 2$; $\alpha_2 = 5$. Согласно уравнению (3-41) при этом получим критерии подобия экономических вариантов:

$$\pi_{1з} = 5/(2 + 5) = 5/7; \quad \pi_{2з} = 2/(2 + 5) = 2/7.$$

§ 3-9. ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ

Выбор сечения проводов в § 3-6 проводился без учета технических ограничений, возникающих из-за дискретности шкал сечения проводов, требования обеспечения нормируемой величины потери напряжения и т. д. Как известно, наличие технических ограничений может привести к увеличению затрат на линию. Важно знать величину отклонения затрат от экономического значения. Эту задачу целесообразно решить, используя критериальную модель линии, приняв за базисный экономический вариант.

Покажем методику составления критериальной модели на примере уравнения (3-37). Так как рассматривается отклонение затрат Z и параметра x от их экономических значений, то

$$Z_* = Z/Z_э; \quad x_* = x/x_э.$$

Подставив из данных соотношений Z и x в (3-37), получим

$$Z_* = \frac{A_1 x_э^{\alpha_1}}{Z_э} x_*^{\alpha_1} + \frac{A_2 x_э^{-\alpha_2}}{Z_э} x_*^{-\alpha_2},$$

или, с учетом уравнений (3-38) и (3-41),

$$Z_* = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} x_*^{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} x_*^{-\alpha_2}. \quad (3-42)$$

Данное критериальное уравнение позволяет исследовать влияние отклонения параметра x от экономического значения $x_э$ на относительное увеличение затрат Z_* .

В частном случае, когда $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, уравнение (3-42) упрощается и примет вид

$$Z_* = 0,5(F_* + F_*^{-1}). \quad (3-43)$$

Данное уравнение в графической форме показано на рис. 3-3, а. То же уравнение на рис. 3-3, б построено так, что начало координат соответствует экономическим значениям параметра $F_* = 1$ и затрат $Z_* = 1$. Данная система координат более удобна при критериальном анализе и будет часто использоваться в дальнейшем.

Критериальное уравнение (3-43) в обобщенной форме описывает все варианты линий электропередач и позволяет непосредственно определять относительное увеличение затрат Z_* при относительном отступлении параметра от экономического значения.

Как следует из уравнения (3-42), характер $Z_* = f(x_*)$ определяется показателями степени оптимизируемого параметра, т. е. значениями α_1 и α_2 . В зависимости от конкретного значения этих по-

казателей уравнения типа (3-37) можно разделить на экономически устойчивые и экономически неустойчивые.

Если большие отклонения параметра от $x_э$ приводят к малому увеличению приведенных затрат, то исследуемое уравнение считают *экономически устойчивым*. И наоборот, *экономически неустойчиво* то уравнение, для которого малые отклонения x от $x_э$ вызывают большое увеличение затрат. На рис. 3.4 уравнение, которое отображается кривой II, менее устойчиво, нежели уравнение, соответствующее кривой I.

Хотя понятие устойчивости и относительно, ему можно дать количественную оценку. Будем считать уравнение приведенных затрат устойчивым, если 5-процентное отклонение параметра x от $x_э$ не приводит к увеличению затрат более чем на $\delta = 1,05$. В некото-

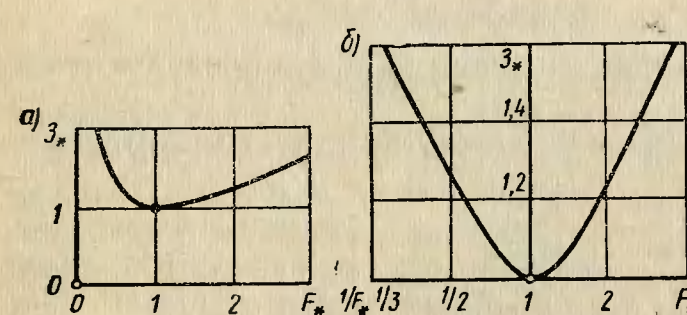


Рис. 3-3

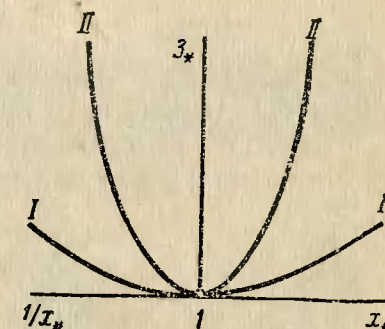


Рис. 3-4

рых случаях, в зависимости от характера задач и ряда других причин, принимают как большую, так и меньшую величину δ .

Анализ экономической устойчивости исходного уравнения приведенных затрат целесообразно проводить, используя критериальные зависимости, аналогичные (3-42), ибо в этом случае не требуется знание констант A_i .

§ 3-10. АНАЛИЗ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Технико-экономический анализ энергетических задач обычно проводится при известных исходных данных. Но зачастую исходная информация носит предположительный характер, особенно если рассматриваются задачи проектирования новых объектов, по которым нет даже существенных аналогов. Так как исходные данные не точны, то и вариант, найденный точными математическими методами, будет иметь сомнительную ценность, ибо уточнение исходных данных даст уже другие значения искомого варианта. Поэтому возникает задача исследования *техничко-экономической чувствительности* рассматриваемой модели, т. е. выяснения того, как влияет погрешность исходных данных на погрешность в определении оптимальных вариантов. Кроме того, важно знать степень влияния каждой величины на точность выбора искомого варианта. Это позволит установить ту степень точности, с которой должны опреде-

ляться исходные данные. Если большая погрешность какой-либо исходной величины приведет в итоге к незначительному изменению оптимального варианта, то нет смысла отыскивать точные значения этой величины. Наоборот, те исходные данные, небольшие погрешности в определении которых приводят к существенным изменениям искомого варианта, должны задаваться с наибольшей точностью.

Технико-экономическую чувствительность модели целесообразно находить, используя формулы, аналогичные (3-28) и (3-31).

Предположим, что для какого-то исходного значения параметров, которые приняты в качестве базисных, найдены экономические значения параметра и затрат (при $l=1$ км):

$$\left. \begin{aligned} F_{э.б} &= (3I_{нб.б}^2 b_б \tau_б \rho_б / a_{Fб})^{1/2}; \\ Z_{э.б} &= 2(3I_{нб.б}^2 b_б \tau_б \rho_б a_{Fб})^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (3-44)$$

При других исходных данных значения $F_{э}$ и $Z_{э}$ определяются по формулам (3-28) и (3-31).

Разделив полученные уравнения на соответствующие зависимости системы (3-44), найдем

$$\left. \begin{aligned} F_{*э} &= (I_{нб*}^2 b_* \tau_* \rho_* / a_{F*})^{1/2}; \\ Z_{*э} &= (I_{нб*}^2 b_* \tau_* \rho_* a_{F*})^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (3-45)$$

Последняя система уравнений позволяет провести анализ чувствительности по отношению к любой из величин исходного уравнения или их совокупности. При этом нет необходимости в вычислении экономического или какого-либо другого варианта.

В качестве примера найдем погрешность в определении $F_{э}$, если все исходные данные уравнения (3-27) получены с точностью $\pm 5\%$. Из (3-45) следует, что наибольшее значение $F_{э}$ будет тогда, когда

$$I_{нб*} = b_* = \tau_* = \rho_* = 1,05, \text{ а } a_{F*} = 0,95.$$

Подставив эти значения в формулу для $F_{*э}$, получим

$$F_{*э}^+ = (1,05^2 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 / 0,95)^{1/2} = 1,16.$$

Наименьшее значение $F_{э}$ будет при

$$I_{нб*} = b_* = \tau_* = \rho_* = 0,95 \text{ и } a_{F*} = 1,05.$$

В этом случае

$$F_{*э}^- = (0,95^2 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 / 1,05)^{1/2} = 0,86.$$

Таким образом, возможный диапазон относительной погрешности в определении $F_{э}$ при принятой точности исходных данных $\pm 5\%$ составит $+16,0 \div -14,0\%$.

На ЛЭП 6÷10 кВ используются провода, для которых плотность шкалы характеризуется коэффициентом, равным примерно

1,4. Для этих линий можно считать, что при принятой точности исходных данных возможна наибольшая ошибка в определении экономически целесообразного сечения не более чем на одну ступень.

Аналогичные расчеты показывают, что возможная погрешность в определении $Z_{э}$ при этом будет находиться в пределах $+27\% \div -18\%$. Так как переменная составляющая $Z_{э}$ обычно не превышает $20 \div 30\%$ от всех затрат на линию (с учетом постоянной составляющей), то наибольшая возможная погрешность в вычислении затрат на линию при принятой погрешности исходных данных $\pm 5\%$ не превысит $5 \div 10\%$. Большей точности при выборе сечений требовать нельзя, так как она соответствует существующей плотности шкалы сечений проводов.

§ 3-11. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИНТЕРВАЛЫ

При экономическом обосновании основных характеристик какого-либо устройства, машины или аппарата, особенно на стадии проектирования, приходится выбирать число значений дискретного параметра, образующего номинальные шкалы сечений, напряжений, мощностей и т. д. Сложность решения данной проблемы заключается в том, что в подавляющем большинстве случаев исходные данные могут быть найдены лишь крайне приближенно. Поэтому при решении указанной задачи целесообразно использовать метод относительных (параметрических) интервалов, суть которого изложена на примере обоснования плотности шкалы сечения проводов.

Предположим, что требуется обосновать, на какое число интервалов следует разделить диапазон ΔF изменения параметра F :

$$\Delta F = F_{\text{макс}} - F_{\text{мин}}.$$

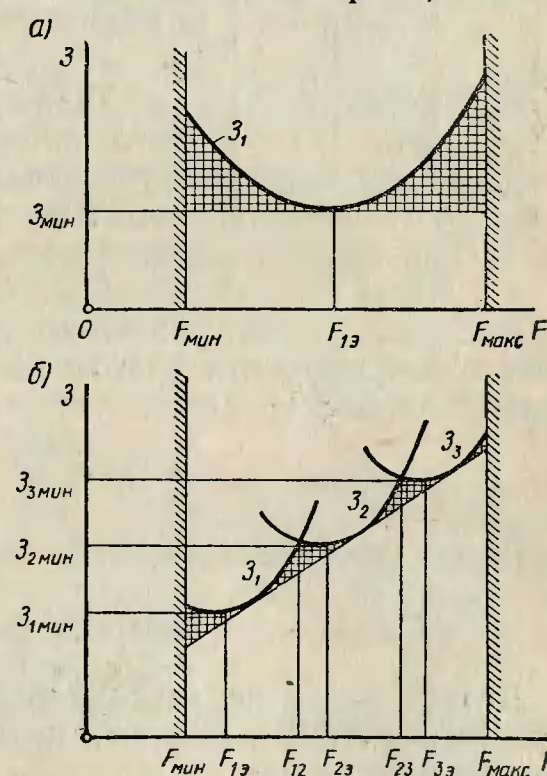


Рис. 3-5

Если бы промышленность выпускала провода одного сечения, то оно соответствовало бы минимуму приведенных затрат только тогда, когда требуемое в проекте сечение совпадает с выпускаемым. В остальных случаях было бы отступление от минимально возможной величины затрат (рис. 3.5, а). Если номенклатуру выпускаемых сечений проводов увеличить, например, до трех (рис. 3.5, б), то это при прочих равных условиях приведет к меньшим относительным увеличениям затрат. Однако с точки зрения допустимой погрешности в расчетах в большом ассортименте стандарт-

ных сечений проводов нет необходимости, так как исходные данные определяются с какой-то погрешностью. Величина этой ошибки должна учитываться при обосновании расстояния между двумя смежными стандартными сечениями проводов.

Из рис. 3.5 следует, что i -е стандартное сечение проводов должно выбираться в диапазоне изменения требуемых сечений от какой-то наименьшей величины F_{iH} до наибольшей величины F_{iB} , которые будут равны соответственно нижней и верхней границам i -го интервала параметра F :

$$\Delta F_i = F_{iB} - F_{iH}. \quad (3-46)$$

Естественно предположить, что математическое ожидание требуемых сечений i -го интервала находится внутри этого интервала и равно соответственно $F_{i\delta}$. Примем это значение за базисное и запишем параметрический интервал (3-46) в относительной форме:

$$\Delta F_{i*} = \frac{\Delta F_i}{F_{i\delta}} = \frac{F_{iB}}{F_{i\delta}} - \frac{F_{iH}}{F_{i\delta}} = F_{i*B} - F_{i*H}.$$

Таким образом, для определения относительного интервала ΔF_{i*} необходимо знать относительную величину верхней F_{i*B} и нижней F_{i*H} границ интервала. Это можно сделать по критериальному уравнению (3.43).

Если считать, что внутри рассматриваемого интервала модель экономически устойчива, т. е. $3_* \leq \delta$, то с учетом (3-43) последнее неравенство запишется в виде

$$2\delta \geq (F_* + F_*^{-1}).$$

Решая его относительно F_* , для предельного случая найдем

$$F_* = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - 1}.$$

Далее найдем верхнюю и нижнюю границы относительных интервалов сечений проводов, соответствующие принятой точности определения затрат:

$$F_{*B} = \delta + \sqrt{\delta^2 - 1};$$

$$F_{*H} = \delta - \sqrt{\delta^2 - 1},$$

а следовательно, и относительную величину интервалов

$$\Delta F_* = F_{*B} - F_{*H} = 2 \sqrt{\delta^2 - 1}, \quad (3-47)$$

которая характеризует плотность построения шкалы, исходя из экономических соображений с учетом требуемой погрешности в расчетах. В практике удобнее пользоваться не относительным ин-

тервалом (3-47), а коэффициентом нарастания шкалы, определяемым как отношение верхней границы к нижней границе интервала:

$$\xi = F_B / F_H = F_{*B} / F_{*H} = [\delta + (\delta^2 - 1)^{1/2}]^2. \quad (3-48)$$

По данному уравнению построен график (рис. 3-6), показывающий зависимость коэффициента нарастания шкалы от точности определения затрат. Например, при $\delta = 1,02$ коэффициент $\xi = 1,5$; при $\delta = 1,05$ коэффициент $\xi = 1,85$. Следует помнить, что данные выводы получены на основе анализа приближенного уравнения затрат на линии. Если учитывать и постоянную составляющую, то значения ξ будут отличаться от найденных.

§ 3-12. КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА УРАВНЕНИЯ ПРИВЕДЕННЫХ ЗАТРАТ

В предыдущих параграфах рассматривались задачи с одним оптимизируемым параметром. Их анализ показывает, что применение критериальных соотношений позволяет в некоторых случаях производить технико-экономический анализ, даже когда не известны численные значения исходных данных, т. е. констант A_i . Другие существующие методы анализа пока еще такой возможности не представляют. Кроме того, критериальный анализ позволяет установить технико-экономическую соразмерность исследуемого объекта, т. е. такие закономерности, которые справедливы для экономических вариантов независимо от конкретного значения исходных данных и могут быть использованы при решении задач распределения средств между развивающимися объектами.

Достаточно просто выявляется технико-экономическая устойчивость и чувствительность объекта и тем самым обосновывается необходимая степень точности в определении как исходных данных, так и наиболее целесообразного варианта.

Однако, как уже говорилось, рассмотренные примеры очень просты, носят в основном методологический характер и поэтому не позволяют в полной мере оценить преимущества использования методов теории подобия для выбора наиболее целесообразного варианта. В последующих параграфах излагается критериальный анализ более сложных технико-экономических задач.

В качестве исходного уравнения приведенных затрат будем рассматривать обобщенный полином типа *

$$Z = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}. \quad (3-49)$$

Первоначально найдем аналитические зависимости для определения экономических значений параметров $x_{j\delta}$ и затрат Z_δ . Для исходных вариантов уравнение (3-49) запишется в виде

$$Z_\delta = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_{j\delta}^{a_{ij}}. \quad (3-50)$$

* Иногда обобщенный полином типа (3-49) называют обобщенным полиномом.

Приведем его к безразмерному виду, разделив на Z_3 :

$$1 = \sum_{i=1}^m \frac{A_i}{Z_3} \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}}. \quad (3-51)$$

Из теории подобия известно, что в результате такой операции получаются величины

$$\frac{A_i}{Z_3} \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}} = \pi_{i3}, \quad (3-52)$$

которые являются критериями подобия. В то же время Z_3 и x_{j3} определены для экономических вариантов, поэтому и π_{i3} следует называть критериями подобия экономических вариантов. Они показывают долю затрат, приходящуюся на каждое слагаемое исходного уравнения (3-50) для искомого варианта, т. е. отражают его экономическую соразмерность. Из (3-51) и (3-52) следует, что сумма критериев подобия равна единице:

$$\sum_{i=1}^m \pi_{i3} = 1. \quad (3-53)$$

Если из (3-52) определить значение A_i и подставить в (3.49), то можно получить

$$Z = \sum_{i=1}^m Z_3 \pi_{i3} \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}} \left/ \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}} \right.,$$

или в относительных величинах

$$Z_* = \sum_{i=1}^m \pi_{i3} \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}}. \quad (3-54)$$

Сравнение (3-49) и (3.54) показывает, что для составления критериального уравнения (3-54) необходимо в исходном уравнении константы заменить соответствующими критериями подобия, а параметры и затраты — относительными величинами.

Уравнение (3-52) позволяет определить экономические критерии подобия π_{i3} , если известны исходные данные A_i и значения x_{j3} , Z_3 . Если же критерии π_{i3} были бы известны, те же самые уравнения можно было бы использовать для определения экономических значений параметров и затрат.

Действительно, запишем (3-52) в виде

$$\frac{1}{Z_3} \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}} = \frac{\pi_{i3}}{A_i} \quad (3-55)$$

и прологарифмируем:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11} \ln x_{13} + \dots + \alpha_{1n} \ln x_{n3} - \ln Z_3 &= \ln \pi_{13} - \ln A_1; \\ \alpha_{m1} \ln x_{13} + \dots + \alpha_{mn} \ln x_{n3} - \ln Z_3 &= \ln \pi_{m3} - \ln A_m. \end{aligned} \right\} \quad (3-56)$$

Введем новые обозначения:

$$\ln x_{i3} = Y_{i3}; \quad \ln Z_3 = Z_3; \quad \ln \pi_{i3} - \ln A_i = K_i.$$

Тогда система уравнений (3-56) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} Y_{13} + \dots + \alpha_{1n} Y_{n3} - Z_3 &= K_1; \\ \alpha_{m1} Y_{13} + \dots + \alpha_{mn} Y_{n3} - Z_3 &= K_m \end{aligned}$$

или, используя матричную запись,

$$\alpha Y_3 = K_3, \quad (3-57)$$

где матрицы показателей степени α , вектора экономических переменных Y_3 и исходных данных K_3 имеют следующий вид:

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \dots & \alpha_{mn} \end{bmatrix}; \quad Y_3 = \begin{bmatrix} Y_{13} \\ \dots \\ Y_{n3} \\ Z_3 \end{bmatrix}; \quad K_3 = \begin{bmatrix} K_1 \\ \dots \\ K_m \end{bmatrix}. \quad (3-58)$$

Если $m = n + 1$ и матрица показателей степени α (матрица размерностей) неособенная, то из уравнения (3-57) можно определить вектор

$$Y_3 = \alpha^{-1} K_3. \quad (3-59)$$

После потенцирования данного уравнения найдем экономический вариант

$$\exp Y_{j3} = \prod_{i=1}^{n+1} \left(\frac{\pi_{i3}}{A_i} \right)^{\Delta_{ji}/\Delta}, \quad j = \begin{vmatrix} n+1 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad (3-60)$$

где Δ_{ji}/Δ — элементы обратной матрицы α^{-1} .

Из уравнения (3-60) следует частный случай:

$$\exp Y_{(n+1)3} = Z_3 = \prod_{i=1}^{n+1} \left(\frac{\pi_{i3}}{A_i} \right)^{\Delta_{n+1,i}/\Delta}; \quad (3-61)$$

$$\exp Y_{j3} = x_{j3} = \prod_{i=1}^{n+1} \left(\frac{\pi_{i3}}{A_i} \right)^{\Delta_{ji}/\Delta}, \quad j = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-62)$$

Таким образом, зная исходные данные A_i и критерии подобия π_{i3} , можно определить экономический вариант только в том случае, когда матрица показателей оптимизируемых параметров α является неособенной. При этом как параметры x_3 , так и затраты Z_3 на-

ходятся по формулам, имеющим аналогичную форму записи. Это создает ряд вычислительных преимуществ по сравнению с другими методами определения экономического варианта.

Однако в предлагаемом методе необходимо знать численные значения критериев подобия, которые в общем случае находятся по уравнениям (3-52). Таким образом, создается положение замкнутого круга: чтобы определить $Y_{j\bar{\alpha}}$, надо знать $\pi_{i\bar{\alpha}}$, а чтобы определить $\pi_{i\bar{\alpha}}$, нужно знать $Y_{j\bar{\alpha}}$. Выйти из создавшегося положения можно, если определить критерии подобия $\pi_{i\bar{\alpha}}$ каким-то другим способом, не прибегая к вычислению $Y_{j\bar{\alpha}}$. Такой способ применительно к однопараметрическим задачам был рассмотрен в § 3.8, где было показано, что в некоторых случаях критерии подобия $\pi_{i\bar{\alpha}}$ зависят только от показателей степени оптимизируемых параметров [см. (3-41)]. Докажем, что такая возможность имеется и в некоторых многопараметрических задачах.

Учтем, что первые производные уравнения (3-49) по параметрам для экономического варианта равны нулю:

$$\frac{\partial Z}{\partial x_s} = \sum_{i=1}^m \frac{a_{is} A_i}{x_{s\bar{\alpha}}} \prod_{j=1}^n x_{j\bar{\alpha}}^{a_{ij}} = 0; \quad s = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-63)$$

Так как для указанных вариантов согласно (3-52)

$$A_i \prod_{j=1}^n x_{j\bar{\alpha}}^{a_{ij}} = \pi_{i\bar{\alpha}} Z_{\bar{\alpha}},$$

то систему уравнений (3-63) можно записать в другом виде:

$$\frac{Z_{\bar{\alpha}}}{x_{s\bar{\alpha}}} \sum_{i=1}^m a_{is} \pi_{i\bar{\alpha}} = 0, \quad s = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-64)$$

Согласно условию решения технико-экономических задач

$$Z_{\bar{\alpha}}/x_{s\bar{\alpha}} \neq 0,$$

поэтому уравнение (3-64) можно сократить на эту величину:

$$\sum_{i=1}^m a_{is} \pi_{i\bar{\alpha}} = 0, \quad s = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}, \quad (3-65)$$

т. е. в случае многопараметрических задач критерии подобия зависят от показателей степени оптимизируемых параметров.

Система уравнений (3-65) в силу своей однородности всегда совместна, но она позволяет определить численное значение критериев подобия $\pi_{i\bar{\alpha}}$ только при $m=n$. В этом случае решение будет единственным и тривиальным: $\pi_{i\bar{\alpha}}=0$. Однако такое решение не имеет технико-экономического смысла.

В общем же случае однородная система уравнений (3-65) будет иметь не тривиальное (отличное от нуля) решение только тогда,

когда ранг r системы уравнений (3-65) будет меньше числа неизвестных, т. е. когда число оптимизируемых параметров n меньше числа составляющих затрат m исходной модели (3-49). Но в этом случае уравнения (3-65) позволяют лишь выразить зависимость r основных критериев через $(m-r)$ дополнительных критериев подобия.

Чтобы разрешить затруднения, наряду с условиями ортогональности (3-65), вытекающими из метода определения экстремума нескольких переменных, необходимо на критерии подобия $\pi_{i\bar{\alpha}}$ наложить условие нормирования (3-53), являющееся естественным следствием определения критериев подобия способом интегральных аналогов.

Систему неоднородных уравнений (3-53) и (3-65) запишем в матричной форме:

$$\alpha^T \pi_{\bar{\alpha}} = \beta, \quad (3-66)$$

где

$$\alpha^T = \begin{vmatrix} a_{11} \dots a_{m1} \\ a_{1n} \dots a_{mn} \\ -1 \dots -1 \end{vmatrix}; \quad \pi_{\bar{\alpha}} = \begin{vmatrix} \pi_{1\bar{\alpha}} \\ \vdots \\ \pi_{m\bar{\alpha}} \end{vmatrix}; \quad \beta = \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix}. \quad (3-67)$$

Отметим, что матрица α^T является транспонированной матрицей α , которая ранее использовалась для определения экономического варианта [см. (3-58)].

Если определители матрицы α , а следовательно, и матрицы α^T отличны от нуля ($\Delta \neq 0$), то неоднородная система уравнений (3-66) имеет решение и притом единственное:

$$\pi_{\bar{\alpha}} = \|\alpha^T\|^{-1} \beta. \quad (3-68)$$

В этом случае критерии подобия экономических вариантов зависят только от показателей степени оптимизируемых параметров. Рассматриваемый случай имеет большой практический интерес и называется *каноническим*, а исходная модель (3-49), для которой матрица α неособенная, называется *канонической моделью*, или *моделью в канонической форме*.

§ 3-13. ПРИМЕРЫ АНАЛИЗА КАНОНИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим несколько характерных задач, на которых проиллюстрируем возможность критериального анализа канонических уравнений.

Пример 3-2. В проектной практике возникает необходимость экономически обоснованного выбора сечения проводов F и напряжения U линии электропередачи.

Опыт проектирования линий напряжением до 110 кВ показывает, что для решения сформулированной задачи можно использовать следующую зависимость приведенных затрат от F и U :

$$Z_{\text{л}} = Z_0 + A_U U + A_F F + A_S/(U^2 F). \quad (3-69)$$

Здесь первое слагаемое учитывает постоянные затраты на линию, не зависящие ни от напряжения, ни от сечения проводов; второе — затраты, пропорциональные напряжению линии; третье — затраты, пропорциональные сечению проводов; четвертое — затраты, пропорциональные потерям энергии в линии.

В качестве оптимизируемых параметров примем напряжение U и сечение проводов F , по которым в модели (3-69) образованы конкурирующие эффекты.

Если рассматривать только переменную часть приведенных затрат, то получим исходное уравнение

$$Z = Z_{\text{л}} - Z_0 = A_U U + A_F F + A_S / (U^2 F), \quad (3-70)$$

для анализа которого используем известные критериальные соотношения (см. § 3-12). Первоначально найдем аналитические зависимости типа (3-60) для определения экономических вариантов.

По аналогии с уравнением (3-52) запишем критерии подобия экономических вариантов:

$$\pi_{1\text{э}} = \frac{A_U U_{\text{э}}}{Z_{\text{э}}}; \quad \pi_{2\text{э}} = \frac{A_F F_{\text{э}}}{Z_{\text{э}}}; \quad \pi_{3\text{э}} = \frac{A_S}{U_{\text{э}}^2 F_{\text{э}} Z_{\text{э}}}. \quad (3-71)$$

Прологарифмируем данные уравнения и запишем их в виде клеточной матрицы, в которой независимым переменным $\ln U_{\text{э}}$, $\ln F_{\text{э}}$, $\ln Z_{\text{э}}$ соответствуют столбцы, а зависимым переменным $\ln \pi_1/A_U$, $\ln \pi_2/A_F$, $\ln \pi_3/A_S$ — строки:

$$\begin{array}{c|ccc} & \ln U_{\text{э}} & \ln F_{\text{э}} & \ln Z_{\text{э}} \\ \hline \ln \pi_1/A_U & 1 & 0 & -1 \\ \ln \pi_2/A_F & 0 & 1 & -1 \\ \ln \pi_3/A_S & -2 & -1 & -1 \end{array} \quad (3-72)$$

Числовая матрица, обведенная жирным прямоугольником, является матрицей размерностей. Чтобы решить систему уравнений (3-71) относительно $U_{\text{э}}$, $F_{\text{э}}$ и $Z_{\text{э}}$, необходимо обратить матрицу α . Это значит, что в матрице (3-72) зависимые и независимые переменные нужно поменять местами. Прделав указанную операцию, получим новую матрицу:

$$\begin{array}{c|ccc} & \ln \pi_1/A_U & \ln \pi_2/A_F & \ln \pi_3/A_S \\ \hline \ln U_{\text{э}} & 1/2 & -1/4 & -1/4 \\ \ln F_{\text{э}} & -1/2 & 3/4 & -1/4 \\ \ln Z_{\text{э}} & -1/2 & -1/4 & -1/4 \end{array} \quad (3-73)$$

в которой жирным прямоугольником обведена обратная матрица размерностей α^{-1} .

Запишем матричное уравнение (3-73) в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \ln U_{\text{э}} &= \frac{1}{2} \ln \frac{\pi_{1\text{э}}}{A_U} - \frac{1}{4} \ln \frac{\pi_{2\text{э}}}{A_F} - \frac{1}{4} \ln \frac{\pi_{3\text{э}}}{A_S}; \\ \ln F_{\text{э}} &= -\frac{1}{2} \ln \frac{\pi_{1\text{э}}}{A_U} + \frac{3}{4} \ln \frac{\pi_{2\text{э}}}{A_F} - \frac{1}{4} \ln \frac{\pi_{3\text{э}}}{A_S}; \end{aligned}$$

$$\ln Z_{\text{э}} = -\frac{1}{2} \ln \frac{\pi_{1\text{э}}}{A_U} - \frac{1}{4} \ln \frac{\pi_{2\text{э}}}{A_F} - \frac{1}{4} \ln \frac{\pi_{3\text{э}}}{A_S},$$

а затем произведем потенцирование:

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{э}} &= \left(\frac{\pi_{1\text{э}}}{A_U} \right)^{1/2} \left(\frac{A_F}{\pi_{2\text{э}}} \right)^{1/4} \left(\frac{A_S}{\pi_{3\text{э}}} \right)^{1/4}; \\ F_{\text{э}} &= \left(\frac{A_U}{\pi_{1\text{э}}} \right)^{1/2} \left(\frac{\pi_{2\text{э}}}{A_F} \right)^{3/4} \left(\frac{A_S}{\pi_{3\text{э}}} \right)^{1/4}; \\ Z_{\text{э}} &= \left(\frac{A_U}{\pi_{1\text{э}}} \right)^{1/2} \left(\frac{A_F}{\pi_{2\text{э}}} \right)^{1/4} \left(\frac{A_S}{\pi_{3\text{э}}} \right)^{1/4}. \end{aligned} \right\} \quad (3-74)$$

При наличии некоторого навыка данную систему уравнений можно сразу записать по обратной матрице размерностей.

Чтобы определить экономические критерии подобия для уравнения (3-70), используем известное из линейной алгебры соотношение

$$\|\alpha^T\|^{-1} = \|\alpha^{-1}\|^T.$$

При этом из матрицы (3-73) получим

$$\|\alpha^{-1}\|^T = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{vmatrix}.$$

Таким образом, критерии подобия экономических вариантов определяются согласно (3-68) из уравнения

$$\begin{vmatrix} \pi_{1\text{э}} \\ \pi_{2\text{э}} \\ \pi_{3\text{э}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{vmatrix} \quad (3-75)$$

и имеют следующие значения:

$$\pi_{1\text{э}} = 1/2; \quad \pi_{2\text{э}} = 1/4; \quad \pi_{3\text{э}} = 1/4. \quad (3-75a)$$

Из (3-75a) видно, что для линии электропередачи существует следующая экономическая соразмерность: у экономического варианта затраты, пропорциональные потерям энергии $\pi_{3\text{э}}$, равны затратам, пропорциональным сечению проводов $\pi_{2\text{э}}$, а сумма этих затрат равна затратам, пропорциональным напряжению $\pi_{1\text{э}}$.

Эту соразмерность наглядно можно показать в виде диаграммы (рис. 3-7). В этой диаграмме площадь круга, равная единице, соответствует экономическим затратам на линию электропередачи,

а площади секторов отражают доли затрат на отдельные слагаемые исходной модели для экономического варианта. Данная закономерность в распределении затрат будет соблюдаться при любых исходных данных.

Для определения критериев подобия экономических вариантов использовалось матричное уравнение (3-75). Однако эти же критерии подобия можно определить и из обратной матрицы размерностей α^{-1} . Действительно, в уравнении (3-75) в матрице α^{-1} только последний элемент β_n имеет численное значение, отличное от нуля. Поэтому критерии подобия π_{i3} получают свое численное выражение в результате перемножения элементов последнего столбца матрицы $\|\alpha^T\|^{-1}$ на элемент $\beta_n = -1$, т. е. критерии подо-

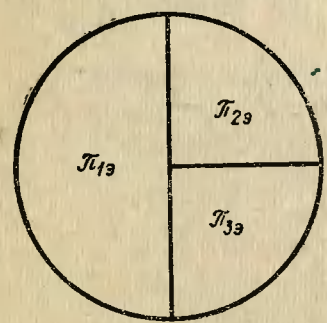


Рис. 3-7

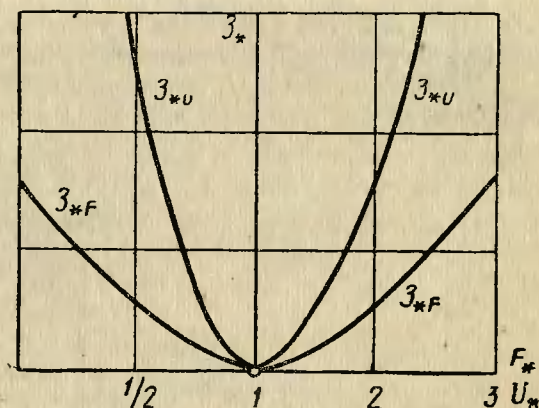


Рис. 3-8

бия экономических вариантов численно равны элементам последнего столбца матрицы $\|\alpha^T\|^{-1}$, взятым с обратным знаком. Но как отмечалось ранее, $\|\alpha^T\|^{-1} = \|\alpha^{-1}\|^T$, поэтому критерии подобия могут быть определены по последней строке матрицы α^{-1} , если у ее элементов изменить знаки на противоположные.

Следовательно, по обратной матрице размерностей α можно не только записать формулы для определения экономических вариантов, но и найти значения критериев подобия. Как будет показано далее, это означает одновременное решение прямой и двойственной задач критериального программирования.

Зная численное значение критериев подобия, нетрудно получить критериальную модель линии, следуя сформулированному ранее правилу: в уравнении (3-70) заменим константы соответствующими критериями подобия, а параметры и затраты — их относительными величинами:

$$z_* = \frac{1}{2} U_* + \frac{1}{4} F_* + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{U_*^2 F_*}. \quad (3-76)$$

Исследуем экономическую устойчивость данной модели по отношению к параметру F_* и U_* . Для этого обратимся к рис. 3-8, на котором приведены зависимости

$$z_{F_*} = \frac{1}{2} + \frac{F_*}{4} + \frac{F_*^{-1}}{4}; \quad z_{U_*} = \frac{1}{4} + \frac{U_*}{2} + \frac{U_*^{-2}}{4}.$$

Из рисунка следует, что критериальная модель линии электропередачи (3-76) более чувствительна к отклонению параметра U , особенно в сторону его уменьшения. Если, например, по каким-либо причинам вместо экономического сечения проводов примем сечение проводов в два раза большее или во столько же раз меньшее, то относительное увеличение переменных затрат составит всего лишь 12,5%. Если же в два раза завысим напряжение, то относительные затраты увеличатся примерно на 28%. В случае уменьшения напряжения в два раза относительное увеличение затрат составит уже 50%.

Так как критериальные зависимости (3-76) носят обобщенный характер, то на основе приведенных примеров можно прийти к выводу, что в проектной практике следует с особой тщательностью подходить к экономическому обоснованию выбираемого напряжения линии электропередачи распределительной сети.

Пример 3-3. Рассмотрим систему электроснабжения городского района с современной многоэтажной застройкой. В качестве оптимизируемых параметров выберем радиус R действия городской подстанции и длину L стороны квадрата площади обслуживания одного распределительного пункта (РП), что при постоянной плотности нагрузки на 1 км² городской застройки равнозначно определению экономически целесообразных значений нагрузок на рассматриваемые элементы.

Если в качестве критерия экономичности принять минимум удельных капиталовложений на 1 кВт передаваемой мощности, то исходная формула для определения переменной части капиталовложений будет иметь следующий вид:

$$K = A_1 R^{-2} + A_2 R L^{-2} + A_3 L. \quad (3-77)$$

Здесь первое слагаемое учитывает капиталовложения в питающую ЛЭП и районную подстанцию, второе — в питающие линии среднего напряжения и РП, третье — в распределительную сеть среднего напряжения.

По исходному уравнению получим матрицу размерностей α и обратим ее:

$$\alpha = \begin{matrix} & R & L & K \\ \begin{matrix} I \\ II \\ III \end{matrix} & \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}; \quad \alpha^{-1} = \begin{matrix} & I & II & III \\ \begin{matrix} R \\ L \\ K \end{matrix} & \begin{bmatrix} -3/7 & 1/7 & 2/7 \\ -1/7 & -2/7 & 3/7 \\ -1/7 & -2/7 & -4/7 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3-78)$$

На основе последней строки обратной матрицы размерностей запишем экономические значения критериев подобия:

$$\pi_{13} = 1/7; \quad \pi_{23} = 2/7; \quad \pi_{33} = 4/7, \quad (3-79)$$

т. е. рассматриваемая система электроснабжения городского района будет построена экономически целесообразно, если 4/7 суммарных переменных удельных капиталовложений приходится на распределительные сети среднего напряжения, 2/7 — на питающие сети среднего напряжения и РП, 1/7 — на питающую районную подстанцию, питающую ЛЭП.

Для определения экономического варианта по обратной матрице размерностей запишем следующие формулы:

$$\left. \begin{aligned} R_9 &= 2(A_1^3/4 A_2 A_3^2)^{1/7}; \\ L_9 &= 2(A_1 A_2^2/8 A_3^3)^{1/7}; \\ K_9 &= \frac{7}{2} \left(\frac{1}{8} A_1 A_2^2 A_3^4 \right)^{1/7}. \end{aligned} \right\} \quad (3-80)$$

Формулы (3-80), переписанные в относительных единицах, т. е.

$$\left. \begin{aligned} R^* &= (A_1^3/(A_2 A_3^2))^{1/7}; \\ L^* &= (A_1 A_2^2/A_3^3)^{1/7}; \\ K^* &= (A_1 A_2^2 A_3^4)^{1/7}, \end{aligned} \right\} \quad (3-81)$$

позволяют оценить влияние исходных данных A_1, A_2, A_3 на экономическое значение параметров, т. е. исследовать технико-экономическую чувствительность.

По исходному уравнению (3-77) запишем критериальное уравнение

$$K^* = \frac{1}{7} R^{*-2} + \frac{2}{7} R^* L^{*-2} + \frac{4}{7} L^*, \quad (3-82)$$

которое можно использовать для анализа устойчивости рассматриваемой системы электроснабжения при отклонении параметров от их экономического значения.

§ 3-14. МАТРИЦА РАЗМЕРНОСТЕЙ

При определении экономических критериев подобия, параметров и затрат по формулам (3-59) и (3-68) делалось предположение о неособенности матрицы размерностей. Только при этом предположении критерии подобия экономических вариантов зависят лишь от показателей степени и не зависят от численного значения исходных данных, т. е. констант A_i . Так как рассматриваемый случай представляет большой практический интерес, то целесообразно провести анализ матрицы размерностей, играющей существенную роль в критериальном анализе.

Матрица размерностей α будет особенной, когда в исходном уравнении (3-49) число составляющих затрат m :

- 1) меньше числа переменных $n+1$, т. е. $m < n+1$ *;
- 2) больше числа переменных $n+1$, т. е. числа оптимизируемых параметров плюс затраты: $m > n+1$;

* Согласно принятым обозначениям число n включает в себя номера только оптимизируемых параметров x ; учет еще одной минимизируемой величины, а именно Z , производится путем прибавления единицы.

3) равно числу переменных исходной модели $n+1$, но некоторые из строк или столбцов матрицы α являются линейной комбинацией остальных строк или столбцов, т. е. когда ранг матрицы r меньше числа составляющих затрат: $r < m$.

Примером первого случая, когда $m < n+1$, может служить уравнение

$$Z = A_1 x_1 x_2^{-2} + A_2 x_1^{-1} x_2^3, \quad m=2; \quad n=2, \quad (3-83)$$

которое сводится к каноническому виду, если по условиям задачи можно объединить параметр x_1 или x_2 с константами A_1 и A_2 :

$$Z = B_1 x_2^{-2} + B_2 x_2^3; \quad (3-84)$$

$$Z = B_1 x_1 + B_2 x_1^{-1}. \quad (3-85)$$

Матрицы размерностей уравнений (3-83) — (3-85) имеют следующий вид:

$$\alpha_1 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix}; \quad \alpha_2 = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}; \quad \alpha_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

Матрица α_1 особенная, а матрицы α_2 и α_3 неособенные.

Примером второго случая, когда $m > n+1$, может служить уравнение

$$Z = A_1 x^{a_1} + A_2 x^{-a_2} + A_3 x^{a_3}, \quad (3-86)$$

для которого матрица размерностей

$$\alpha_4 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & -1 \\ -\alpha_2 & -1 \\ \alpha_3 & -1 \end{vmatrix}.$$

Если первым или третьим слагаемым уравнения (3-86) пренебречь нельзя, то определить точные критерии подобия экономических вариантов лишь по показателям степени невозможно и поэтому необходимо знать исходные данные A_1, A_2, A_3 .

Выясним, каков должен быть объем информации при вычислении критериев π_{iz} , когда $m > n+1$. В основу анализа положим общий случай, представленный уравнением (3-49).

Ранее было показано, что критерии подобия экономических вариантов * подчиняются матричному уравнению

$$\alpha^T \pi = \beta,$$

* В данном примере для упрощения индекс «э» у экономических критериев подобия не пишется.

которое запишем в развернутом виде:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11}\pi_1 + \dots + \alpha_{m1}\pi_m &= 0; \\ \dots &\dots \\ \alpha_{1n}\pi_1 + \dots + \alpha_{mn}\pi_m &= 0; \\ -\pi_1 - \dots - \pi_m &= -1. \end{aligned} \right\} \quad (3-87)$$

Оставим в левой части полученных уравнений по $(n+1)$ -му слагаемому и назовем их основными, а остальные $m - (n+1)$ слагаемых, которые назовем дополнительными, перенесем в правую часть. При этом введем обозначения:

$$\alpha_o^T = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \dots \alpha_{n+1,1} \\ \dots \\ \alpha_{1n} \dots \alpha_{n+1,n} \\ -1 \dots -1 \end{bmatrix}; \quad \alpha_d^T = \begin{bmatrix} \alpha_{n+2,1} \dots \alpha_{m1} \\ \dots \\ \alpha_{n+2,n} \dots \alpha_{mn} \\ -1 \dots -1 \end{bmatrix};$$

$$\pi_o = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \vdots \\ \pi_{n+1} \end{bmatrix}; \quad \pi_d = \begin{bmatrix} \pi_{n+2} \\ \vdots \\ \pi_m \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

С учетом введенных обозначений система уравнений (3-87) запишется в виде

$$\alpha_o^T \pi_o = \beta - \alpha_d^T \pi_d. \quad (3-88)$$

Предположим, что матрица α_o^T неособенная. В противном случае следовало бы произвести перемену слагаемых уравнений (3-87) таким образом, чтобы α_o^T была неособенной матрицей. Умножив (3-88) слева на обратную матрицу $\|\alpha_o^T\|^{-1}$, получим зависимость основных критериев подобия π_o от избыточных (дополнительных) π_d :

$$\pi_o = \|\alpha_o\|^T \beta - \|\alpha_o^T\|^{-1} \alpha_d^T \pi_d. \quad (3-89)$$

Чтобы определить дополнительные критерии подобия, воспользуемся уравнениями (3-52), которые справедливы для вычисления критериев подобия в общем случае:

$$\pi_d = \frac{A_t}{Z_s} \prod_{j=1}^n x_{js}^{\alpha_{tj}}; \quad t = \begin{bmatrix} m \\ n+2 \end{bmatrix}.$$

Разделим уравнения на A_t и запишем их в матричном виде

$$K_d = \alpha_d Y_s, \quad (3-90)$$

где

$$K_d = \begin{bmatrix} \ln \frac{\pi_{n+2}}{A_{n+2}} \\ \vdots \\ \ln \frac{\pi_m}{A_m} \end{bmatrix}; \quad Y_s = \begin{bmatrix} \ln x_{1s} \\ \vdots \\ \ln x_{ns} \\ \ln Z_s \end{bmatrix}.$$

Подставим в (3-90) экономическое значение Y_s из (3-59)

$$K_d = \alpha_d \alpha_o^{-1} K_s = \lambda K_s$$

и после потенцирования перейдем к первоначальным переменным:

$$\frac{\pi_t}{A_t} = \left[\left(\frac{\pi_{1,0}}{A_1} \right)^{\lambda_{t1}} \dots \left(\frac{\pi_{n+1,0}}{A_{n+1}} \right)^{\lambda_{t,n+1}} \right]^{1/\Delta_0}, \quad t = \begin{bmatrix} m \\ n+2 \end{bmatrix},$$

откуда

$$\pi_t = A_t \prod_{i=1}^{n+1} \left(\frac{\pi_{i0}}{A_i} \right)^{\lambda_{ti}/\Delta_0}, \quad t = \begin{bmatrix} m \\ n+2 \end{bmatrix}. \quad (3-91)$$

Таким образом, для второго случая, когда $m > n+1$, критерии подобия экономических вариантов зависят не только от показателей степени α_{ij} оптимизируемых параметров, но и от констант A_i . Их численное значение определяется из совместного решения $(n+1)$ линейных уравнений (3-89) и $m - (n+1)$ нелинейных уравнений (3-91).

Третий случай, когда $m = n+1$, но $r < m$, особого интереса не представляет, так как он сводится к первому или второму случаю.

Таким образом, анализ матрицы размерностей показывает, что хотя для неканонических уравнений при $m > n+1$ можно определить критерии подобия экономических вариантов, однако полученные при этом аналитические выражения не будут столь наглядными, как это имеет место для канонических уравнений. К тому же необходимо доказательство существования и единственности экономического варианта.

Для решения задач с неканоническими уравнениями можно использовать и другие методы определения экономически целесообразных вариантов. Однако до сих пор не удалось выявить наиболее рациональный метод, позволяющий решить данную проблему с учетом специфики исходного уравнения приведенных затрат.

§ 3-15. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ

При выборе экономического сечения проводов линии электропередачи по уравнению

$$Z = A_F F + A_s / F \quad (3-92)$$

было показано, что критерий подобия Кельвина равен единице:

$$k_{F_s} = \pi_{ss} / \pi_{Fs} = 1.$$

Если же экономическое сечение проводов выбирать одновременно с экономическим напряжением линии электропередачи по уравнению

$$Z = A_U U + A_F F + A_s / (U^2 F), \quad (3-93)$$

то экономические критерии подобия будут иметь следующие значения:

$$\pi_{U\vartheta} = 1/2; \pi_{F\vartheta} = 1/4; \pi_{s\vartheta} = 1/4.$$

При этом критерий Кельвина, который отражает соотношение составляющих затрат, содержащих параметр F , сохраняет свое численное значение, равное единице, хотя первичные критерии подобия $\pi_{s\vartheta}$ и $\pi_{F\vartheta}$ изменили свою величину.

Сохранение численного значения вторичного критерия подобия $K_{F\vartheta}$ обусловлено так называемым *параметрическим подобием*, которое объясняется тем, что параметр F входит только в два слагаемых уравнений (3-92) и (3-93) и при этом его показатели степени в обоих уравнениях имеют одно и то же значение.

Покажем, что параметрическое подобие сохраняется и в общем случае. Предположим, что оптимизируемый параметр x_k входит только в два слагаемых уравнения

$$Z = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}.$$

с индексами $i=s, i=t$. Приравнявая нулю первую производную от Z по x_k , получим

$$\frac{\partial Z}{\partial x_k} = \frac{a_{sk} A_s}{x_{k\vartheta}} \prod_{j=1}^n x_j^{a_{sj}} + \frac{a_{tk} A_t}{x_{k\vartheta}} \prod_{j=1}^n x_j^{a_{tj}} = 0. \quad (3-94)$$

Так как

$$A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}} = \pi_{i\vartheta} Z_{\vartheta},$$

то условие (3-65) запишется в виде

$$a_{sk} \pi_{s\vartheta} + a_{tk} \pi_{t\vartheta} = 0,$$

откуда следует, что

$$k_{F\vartheta} = \pi_{t\vartheta} / \pi_{s\vartheta} = -a_{sk} / a_{tk} = \text{idem}.$$

Полученное критериальное уравнение доказывает наличие параметрического подобия по параметру x_k независимо от того, имеет исходное уравнение каноническую форму или нет. Для параметрического подобия важна каноническая форма именно по рассматриваемому параметру.

Параметрическое подобие можно использовать при решении задач прогнозирования. Покажем это на конкретном примере.

Пример 3-4. Определить экономически обоснованный расход проводникового металла для построения распределительных сетей, рассчитанных на передачу электроэнергии 2000 млрд. кВт·ч.

Прогноз научно-технического прогресса на рассматриваемый период показал, что никаких коренных изменений в способах передачи электроэнергии не ожидается, т. е. как в настоящее время, так и в течение прогнозируемого периода переменные затраты на линии будут определяться уравнением (3-92), записанным в виде

$$Z = A_F V + \Delta A b. \quad (3-95)$$

Здесь V — объем проводникового материала; ΔA — потери энергии в линиях; b — стоимость потерянного киловатт-часа.

На основании постоянства критерия Кельвина уравнение (3-95) запишем так:

$$\Delta A b / A_F V = k_{F\vartheta} = 1,$$

откуда вес требуемого проводникового материала

$$G = dV = d \Delta A b / A_F,$$

где d — удельный вес материала.

В частности, при $d = 2,7 \text{ т/м}^3$, $\Delta A = 10\%$, $b = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ руб/квт·ч}$, $A_F = 5 \text{ руб/км·мм}^2$ получим

$$G = 2,7 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 10^{12} \cdot 0,5 \cdot 10^{-5} = 0,54 \cdot 10^6 \text{ т},$$

т. е. для того чтобы при принятых исходных неизменных стоимостных данных в перспективе передавать по сети 2000 млрд. кВт·ч. электроэнергии, потребуется израсходовать на провода линий электропередачи 540 тыс. т алюминия. Этот, хотя и грубый, расчет все же позволяет оценить потребность в алюминии, не производя конкретных расчетов электрических сетей.

§ 3-16. ИНВАРИАНТНОСТЬ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКА

Параметрическое подобие тесно связано с понятием особого вида инвариантности экономических критериев подобия, которая называется *инвариантностью второго порядка*. Покажем, в чем суть этого понятия.

Если исходная формула имеет каноническую форму, то экономические критерии подобия зависят только от показателей a_{ij} и не зависят от исходных данных A_i . Это свойство критериев подобия называется *инвариантностью первого порядка*. Данный вид инвариантности лежит в основе исследования экономической устойчивости канонических моделей по критериальному уравнению. Учитывая подобие экономических вариантов, можно распространить результаты исследований критериального уравнения на множество объектов, характеризующихся различным набором исходных данных A_i .

В практике технико-экономического анализа приходится встречаться с инвариантностью второго порядка, когда критерии подобия экономического варианта оказываются постоянными при изменении как констант A_i , так и показателей степени a_{ij} .

В качестве примера проанализируем следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} Z &= A_1 x_1^2 x_2^1 + A_2 x_1^{-1} x_2^{-1} + A_3 x_1^1 x_2^2; \\ Z &= B_1 y_1^3 y_2^{-1} + B_2 y_1^{-2} + B_3 y_1^3 y_2^1. \end{aligned} \right\} \quad (3-96)$$

Запишем матрицы размерностей данных уравнений и обратные матрицы:

$$\alpha_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}; \quad \alpha_Z = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\alpha_3^{-1} = \begin{vmatrix} 3/5 & -1/5 & -2/5 \\ -2/5 & -1/5 & 3/5 \\ -1/5 & -3/5 & -1/5 \end{vmatrix}; \quad \alpha_Z^{-1} = \begin{vmatrix} 1/10 & -1/5 & 1/10 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \\ -1/5 & -3/5 & -1/5 \end{vmatrix}.$$

Из численных значений обратных матриц следует, что независимо от численных значений исходных данных A_i , B_i , а также a_i критерии подобия экономических вариантов обоих уравнений будут одними и теми же:

$$\pi_{1_3} = 1/5; \pi_{2_3} = 3/5; \pi_{3_3} = 1/5. \quad (3-97)$$

Это означает, что подобны соответствующие части уравнений (3-96):

$$\left. \begin{aligned} \pi_{19} &= A_1 x_{19}^2 x_{29}^1 / \mathcal{Z}_9 = B_1 y_{19}^3 y_{29}^{-1} / Z_9 = 1/5; \\ \pi_{29} &= A_2 x_{19}^{-1} x_{29}^{-1} / \mathcal{Z}_9 = B_2 y_{19}^{-2} / Z_9 = 3/5; \\ \pi_{39} &= A_3 x_{19}^1 x_{29}^2 / \mathcal{Z}_9 = B_3 y_{19}^3 y_{29}^1 / Z_9 = 1/5. \end{aligned} \right\} \quad (3-98)$$

По выражениям, составленным для обратных матриц, можно записать формулы для определения экономических затрат:

$$Z_9 = 5(A_1 A_2^3 A_3)^{1/5}; \quad Z_9 = 5(B_1 B_2^3 B_3)^{1/5}.$$

Если $A_1=B_1$, $A_2=B_2$, $A_3=B_3$, то $Z_3=Z_3$. Тогда уравнения (3-98) упростятся:

$$x_{13}^2 x_{23} = y_{13}^3 y_{23}^{-1}; \quad x_{13}^{-1} x_{23}^{-1} = y_{13}^{-2}; \quad x_{13} x_{23}^2 = y_{13}^3 y_{23}.$$

Совместное решение данных уравнений приводит к следующим значениям экономических параметров:

$$x_{19} = y_{19}/y_{29}; \quad x_{29} = y_{29}; \quad y_{19} = x_{19}x_{29}.$$

Таким образом, если имеет место равенство (3-98), то при одинаковых константах можно найти простые соотношения между значениями экономических параметров.

§ 3-17. ДИСКРЕТНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

Конкретное значение оптимизируемых параметров в общем случае определяется с учетом ограничений, накладываемых на изменение этих параметров.

Рассмотрим на примере трехчленной канонической формулы, аналогичной (3-70), те особенности критериального анализа, которые возникают при учете дискретных ограничений.

Разобьем возможную область изменения каждого из двух оптимизируемых параметров на три зоны в соответствии с табл. 3-1 (рис. 3-9).

Т а б л и ц а 3-1

Параметр x_1	Параметр x_2		
	$x_2 < x_{2\text{мин}}$	$x_{2\text{мин}} \leq x_2 \leq x_{2\text{макс}}$	$x_2 > x_{2\text{макс}}$
$x_1 < x_{1\text{мин}}$	11	12	13
$x_{1\text{мин}} \leq x_1 \leq x_{1\text{макс}}$	21	22	23
$x_1 > x_{1\text{макс}}$	31	32	33

Предположим, что экономическое значение параметров находится в зоне 22 (точка э). Этому значению соответствуют минимальные затраты $Z_э$. Если параметры x_1 и x_2 будут отличаться от

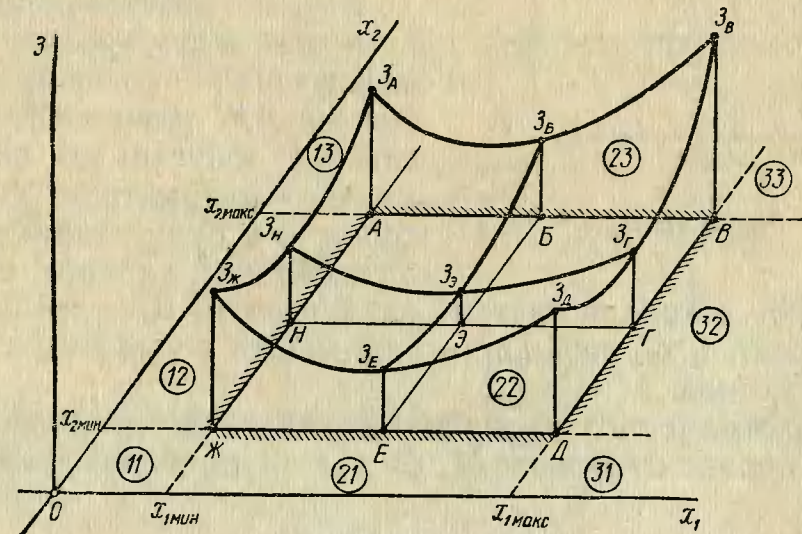


Рис. 3-9

экономического, то соответствующее значение затрат увеличится. Совокупности всех возможных значений затрат в трехмерном пространстве будет соответствовать поверхность, напоминающая опрокинутый зонтик.

Если параметры x_1 и x_2 изменяются в допустимых значениях непрерывно, то оптимизируемый вариант соответствует экономическому, т. е. $x_{10} = x_{13}$, $x_{20} = x_{23}$, $Z_0 = Z_3$.

Если параметры x_1 и x_2 принимают только два значения $x_{1\min}$, $x_{1\max}$ и соответственно $x_{2\min}$, $x_{2\max}$, то в качестве оптимального варианта применяется вариант, соответствующий той точке (А, В, Д или Ж), для которой затраты ($З_А$, $З_В$, $З_Д$ или $З_Ж$) имеют наименьшую величину.

Аналогично можно поступить и тогда, когда шкала параметров содержит более двух значений. Для решения более сложной задачи можно использовать некоторые идеи целочисленного программирования. Таким образом, возникает проблема создания целочисленного критериального программирования, которое использовало бы положительные стороны как критериального анализа, так и целочисленного программирования.

Рассмотрим случай, когда экономический вариант оказывается в остальных восьми зонах.

Если значения параметров экономического варианта находятся в зонах 11, 13 или 31, 33, то оптимальным вариантам будут соответствовать затраты $З_Ж$, $З_А$, $З_В$ или $З_Д$.

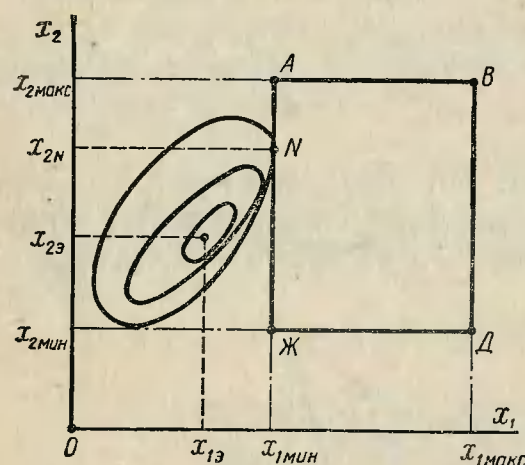


Рис. 3-10

Предположим далее, что параметры экономического варианта попали в зону 12 (рис. 3-9). Рассечем поверхность приведенных затрат горизонтальными плоскостями и спроектируем на плоскость x_1-O-x_2 линии пересечения (рис. 3-10).

Всегда можно подобрать такую плоскость, проекция линии пересечения которой коснется прямой АЖ (точка N), ограничивающей допустимую область изменения параметров. Координаты точки N и будут характеризовать оптимальный вариант, так как они

удовлетворяют исходной системе ограничений. Дальнейшее уточнение значений x_{10} и x_{20} необходимо проводить с учетом дискретности шкалы параметров.

Выбор оптимального варианта, когда экономические значения параметров попадают в зоны 21, 23 или 32, проводится аналогично.

§ 3-18. ЭЛЛИПСОИДЫ РАВНОЙ ТОЧНОСТИ

Ранее отмечалось, что критериальные уравнения позволяют определить относительное увеличение затрат при относительном отклонении параметров от их экономического значения. Однако в проектной практике возникает необходимость решения и обратной задачи: для заданного (нормированного) относительного увеличения затрат определить допустимые пределы изменения оптимизируемых параметров.

При решении этой задачи для канонических уравнений приходится вводить новое понятие — эллипсоид равной точности. Рассмотрим, в чем суть этого понятия.

Канонические критериальные уравнения при $m=n+1$ записываются в виде

$$З_* = \sum_{i=1}^{n+1} \pi_i \prod_{j=1}^n x_{j*}^{a_{ij}}. \quad (3-99)$$

В геометрической интерпретации $З_*$ представляет собой поверхность в $(n+1)$ -мерном пространстве. Исследуем эту поверхность в окрестности точки минимума. При этом, используя разложение функции в ряд Тейлора, будем аппроксимировать поверхность $З_*$ так называемым соприкасающимся параболоидом, который в малом воспроизводит поверхность $З_*(x_{j*})$ подобно тому, как касательная плоскость воспроизводит поверхность в окрестности точки касания.

Согласно формуле Тейлора непрерывную и дважды дифференцируемую n -мерную скалярную функцию $f(x)$ в интервале $[a, a + \epsilon]$ можно представить как

$$f(a + \epsilon) = f(a) + \frac{\epsilon}{1!} f'(a) + \frac{\epsilon^2}{2!} f''(a), \quad (3-100)$$

где ϵ — приращение параметра $\epsilon = x - a$; $f'(a)$ и $f''(a)$ — первая и вторая производные от $f(x)$ по x .

Чтобы использовать данную формулу для приближенного представления критериального уравнения (3-99), определим первые и вторые производные:

$$\frac{\partial З_*}{\partial x_{k*}} = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{a_{ik} \pi_i}{x_{k*}} \prod_{j=1}^n x_{j*}^{a_{ij}}, \quad k = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix};$$

$$\frac{\partial^2 З_*}{\partial x_{k*} \partial x_{t*}} = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{a_{ik} a_{it} \pi_i}{x_{k*} x_{t*}} \prod_{j=1}^n x_{j*}^{a_{ij}}, \quad k, t = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}.$$

Обозначая

$$\beta_{tk} = \beta_{kt} = \sum_{i=1}^{n+1} a_{ik} a_{it} \pi_i, \quad k, t = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix} \quad (3-101)$$

и учитывая, что в точке $x_{j*} = 1$ первые производные обращаются в нуль, так как

$$\sum_{i=1}^{n+1} a_{ik} \pi_i = 0, \quad k = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix},$$

критериальное уравнение (3-99) можно приближенно заменить уравнением

$$Z_* \approx 1 + \frac{1}{2} \sum_{k,t=1}^n \beta_{kt} (x_{k*} - 1)(x_{t*} - 1),$$

которое является n -мерным параболоидом (рис. 3-11). Заменим в полученной формуле относительные величины их относительными приращениями

$$\varepsilon_* = x_* - 1; \varepsilon_Z = Z_* - 1,$$

тогда

$$2\varepsilon_Z = \sum_{k,t=1}^n \beta_{kt} \varepsilon_{k*} \varepsilon_{t*}. \quad (3-102)$$

Такая замена переменных означает перенос осей координат. Пересекая параболоид плоскостью затрат, получим n -мерную поверхность, которая называется *эллипсоидом*. Если относительное изменение параметров находится внутри этого эллипсоида, то можно считать, что затраты не будут превышать величины ε_Z , т. е. эллипсоид характеризует допустимую, с точки зрения заданного увеличения затрат, область относительного отклонения параметров от их оптимального значения. Поэтому этот эллипсоид называется *эллипсоидом равной точности*.

Уравнение (3-102) соответствует квадратичной форме переменных ε_* . Из линейной алгебры известно, что квадратичную форму с помощью ортогонального преобразования можно представить суммой квадратов переменных,

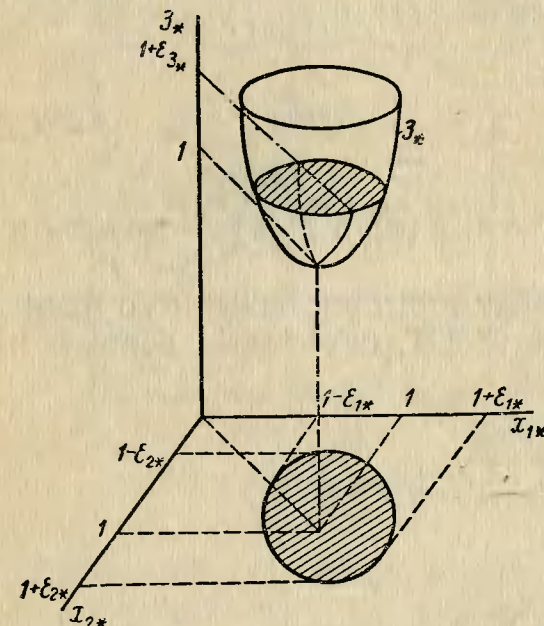


Рис. 3-11

причем коэффициентами при квадратах будут стоять собственные значения $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ матрицы коэффициентов β_{kt} . С геометрической точки зрения это означает, что можно повернуть оси координат до их совпадения с осями соответствующего эллипсоида.

С экономической точки зрения такой поворот позволяет найти допустимые отклонения оптимизируемых параметров при заданной погрешности в определении затрат. Поэтому определение осей эллипсоида представляет практический интерес. Покажем, как находить оси эллипсоида в общем случае.

Число λ можно найти, решив характеристическое уравнение n -й степени:

$$\begin{vmatrix} \beta_{11} - \lambda & \beta_{12} & \dots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} - \lambda & \dots & \beta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \dots & \beta_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (3-103)$$

Можно показать, что все n корней характеристического уравнения (3-103) действительны и положительны, т. е. $\lambda_i > 0$. Расположим эти числа в порядке возрастания:

$$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n. \quad (3-104)$$

Зная собственные значения λ_i , можно записать квадратичную форму (3-102) в виде

$$\lambda_1 \xi_1^2 + \lambda_2 \xi_2^2 + \dots + \lambda_n \xi_n^2 = 2\varepsilon_Z$$

или

$$\frac{\xi_1^2}{a_1^2} + \frac{\xi_2^2}{a_2^2} + \dots + \frac{\xi_n^2}{a_n^2} = 1, \quad (3-105)$$

где

$$a_i = (2\varepsilon_Z / \lambda_i)^{1/2}, \quad i = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-106)$$

Переход от координат ξ к координатам ε_* производится при помощи матричного преобразования:

$$\varepsilon_{i*} = \sum_{j=1}^n q_{ij} \xi_j, \quad i = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}, \quad (3-107)$$

где коэффициенты q образуют матрицу ортогонального преобразования Q .

Уравнение (3-105) является каноническим при определении осей эллипсоида равной точности, так как оси равны соответствующим числам a_i , найденным по формулам (3-106). Согласно условию (3-104) направлению наибольшей экономической устойчивости будет соответствовать наименьшее собственное значение λ_i .

Отметим, что для канонических функций направление осей не зависит от исходных данных и целиком определяется коэффициентами a_{ij} .

В качестве примера построения эллипсоида равной точности рассмотрим каноническое уравнение

$$Z = A_1 F + A_2 R^2 F^{-1} + A_3 R^{-1},$$

которое отражает затраты на низковольтную сеть в зависимости от сечения провода F и радиуса действия R . Экономические критерии подобия данного уравнения равны:

$$\pi_{13} = 1/4; \pi_{23} = 1/4; \pi_{33} = 1/2.$$

При этом запишем критериальное уравнение:

$$Z_* = \frac{1}{4} F_* + \frac{1}{4} R_*^2 F_*^{-1} + \frac{1}{2} R_*^{-1}.$$

Определим по формуле (3-101) коэффициенты β_{ht} :

$$\beta_{11} = 1^2 \cdot \frac{1}{4} + (-1)^2 \frac{1}{4} + 0^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

$$\beta_{12} = \beta_{21} = 1 \cdot 0 \cdot \frac{1}{4} + (-1)(2) \frac{1}{4} + 0(-1) \frac{1}{2} = -\frac{1}{2};$$

$$\beta_{22} = 0^2 \cdot \frac{1}{4} + 2^2 \cdot \frac{1}{4} + (-1)^2 \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Таким образом, характеристическое уравнение можно записать в виде определителя (3-103)

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2} - \lambda & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

или

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1/2 = 0,$$

откуда

$$\lambda_1 = 1 - 1/\sqrt{2}; \lambda_2 = 1 + 1/\sqrt{2}.$$

Следовательно, формулы для полуосей эллипса (3-106) запишутся как

$$a_1 = \left(\frac{2\varepsilon}{1 - 1/\sqrt{2}} \right)^{1/2}; \quad a_2 = \left(\frac{2\varepsilon}{1 + 1/\sqrt{2}} \right)^{1/2}.$$

Если считать, что расчет проводится с точностью 5%, то $\varepsilon = 0,05$, поэтому

$$a_1 = 0,586; \quad a_2 = 0,242.$$

При этом уравнение эллипса можно записать в форме уравнения (3-105):

$$\xi_1^2/0,586^2 + \xi_2^2/0,242^2 = 1. \quad (3-108)$$

Перейдем к исходным координатам F_* и R_* . Для этого прежде всего найдем матрицу ортогональных преобразований

$$Q = \begin{vmatrix} p_1 & p_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix}. \quad (3-109)$$

Числа этой матрицы должны удовлетворять системе однородных уравнений

$$\left. \begin{aligned} (\beta_{11} - \lambda) p + \beta_{12} q &= 0; \\ \beta_{12} p + (\beta_{22} - \lambda) q &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-110)$$

один раз при $\lambda = \lambda_1$, а второй раз при $\lambda = \lambda_2$. В первом случае

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) p - \frac{1}{2} q &= 0; \\ -\frac{1}{2} p + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) q &= 0. \end{aligned}$$

Второе уравнение оказалось следствием первого, поэтому, принимая $p = 1$, найдем $q = \sqrt{2} - 1$. Пронормируем полученный собственный вектор $l_1 = \{1, \sqrt{2} - 1\}$ матрицы.

$$B = \begin{vmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{vmatrix},$$

отвечающей собственным значениям λ_1 :

$$l_1^0 = \frac{l_1}{|l_1|} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}, \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} \right\}.$$

Аналогичное решение уравнений при $\lambda = \lambda_2$ дает частное решение $p = -1$, $q = \sqrt{2} + 1$. Поэтому собственный вектор $l_2 = \{-1, \sqrt{2} + 1\}$, отвечающий собственному значению λ_2 , после нормировки запишется как

$$l_2^0 = l_2 / |l_2| = \left\{ -1 / \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}, \sqrt{2} + 1 / \sqrt{4 + 2\sqrt{2}} \right\}.$$

По ортонормированным векторам l_1^0 и l_2^0 запишем матрицу ортогонального преобразования (3-109):

$$Q = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} & -\frac{1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} \\ \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} & \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} \end{vmatrix}.$$

Эта матрица позволит перейти от координат ξ_1, ξ_2 к координатам ε_F и ε_R :

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_F \\ \varepsilon_R \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p_1 & p_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{vmatrix}, \quad (3-111)$$

а следовательно, и к первоначальным координатам:

$$F_* = 1 + \varepsilon_F; \quad R_* = 1 + \varepsilon_R.$$

Переход от одних координат к другим поясняется рис. 3-12. Переход от координат ξ_1, ξ_2 к координатам $\varepsilon_F, \varepsilon_R$ лучше осуществить с помощью угла поворота γ , который определяется из соотношения

$$\operatorname{tg} \gamma = q_1/p_1 = (\sqrt{2}-1)/1; \gamma = 22,5^\circ.$$

Тогда вместо (3-111) можно воспользоваться уравнениями:

$$\varepsilon_F = \xi_1 \cos \gamma - \xi_2 \sin \gamma;$$

$$\varepsilon_R = \xi_1 \sin \gamma + \xi_2 \cos \gamma.$$

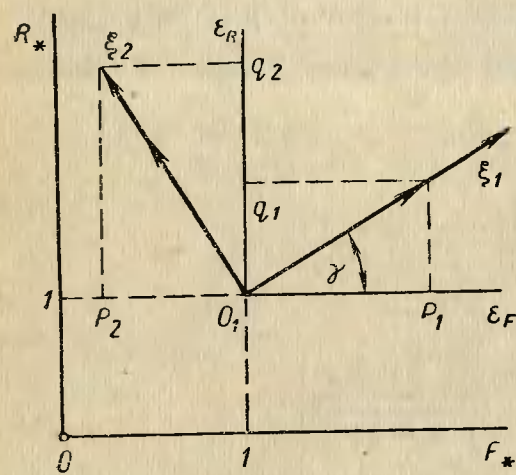


Рис. 3-12

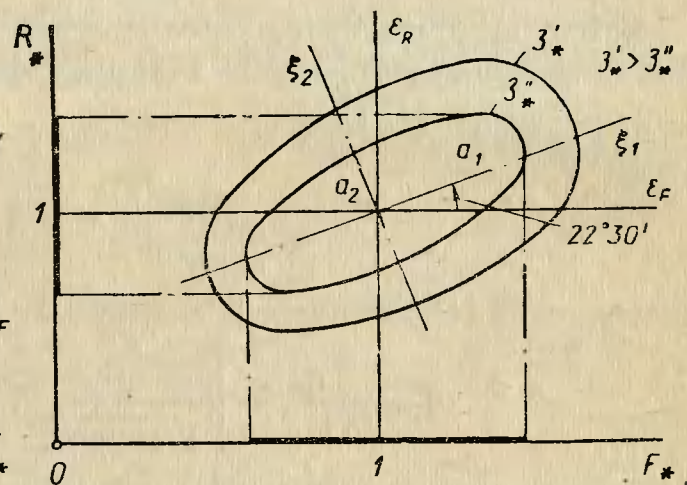


Рис. 3-13

Ориентация эллипса равной точности (т. е. угол γ) для канонических функций целиком характеризуется показателем степени α_{ij} , а размер осей — допустимой погрешностью в определении затрат, т. е. Z_* . На рис. 3-13 построены два эллипсоида: один при Z_*' , а другой при Z_*'' , причем $Z_*' > Z_*''$. Из рисунка видно, что с ростом Z_* увеличивается эллипс равной точности, а следовательно, и допустимое отклонение параметров от экономического значения.

Таким образом, изложенная методика эллипсоидов равной точности позволяет при заданном отклонении минимума приведенных затрат выявлять возможные отступления параметров от их экономических значений.

§ 3-19. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

Учет функциональных ограничений, накладываемых на изменение оптимизируемых параметров, рассмотрим на простом примере, когда исходная модель записывается в виде

$$Z = A_1 F + A_2 F^{-1} R^2 + A_3 R, \quad (3-112)$$

а ограничения — в виде

$$F^{-1} R^2 \leq B. \quad (3-113)$$

Уравнения (3-112) и (3-113) соответствуют выбору сечения провода F и радиуса действия R при условии, что потеря напряжения в линии не превышает допустимой величины.

Учет ограничений (3-113) в виде равенства позволяет исключить один из оптимизируемых параметров F или R . В первом случае подстановка (3-113) в (3-112) дает

$$Z_R = A_1 B^{-1} K^2 + A_2 B + A_3 R^{-1}; \quad (3-114)$$

во втором —

$$Z_F = A_1 F + A_2 B + A_3 B^{-1/2} F^{-1/2}. \quad (3-115)$$

Из первого уравнения находим экономическое значение радиуса действия

$$R_9 = [A_3 B / (2 A_1)]^{1/3}, \quad (3-116)$$

а из второго — экономическое значение сечения провода

$$F_9 = [A_3^2 / (4 A_1^2 B)]^{1/3}. \quad (3-117)$$

Подставив найденные экономические значения параметров (3-116) и (3-117) соответственно в (3-114) и (3-115), найдем минимальное значение затрат

$$Z_9 = 3(A_3^2 A_1 / 4 B)^{1/3} + A B_2. \quad (3-118)$$

Однако уравнение (3-118) можно рассматривать как уравнение, в котором изменяется значение B , т. е. допустимая величина ограничений, накладываемых на параметры F и R . По величине B существует конкурирующий эффект, поэтому должно быть экономическое значение B_9 , которое определим из (3-118):

$$B_9 = [A_3^2 A_1 / (4 A_2^3)]^{1/4}.$$

Подставив B_9 в (3-118), найдем минимальное значение затрат

$$Z_9 = (64 A_1 A_2 A_3^2)^{1/4},$$

которое соответствует минимальным затратам модели (3-112) при значениях параметров F_9 и R_9 .

Определим экономические критерии подобия уравнения (3-118):

$$\pi_{19} = 3/4, \pi_{29} = 1/4.$$

При этом критериальное уравнение можно записать в виде

$$Z_{*9} = \frac{3}{4} B_*^{-1/3} + \frac{1}{4} B_*$$

и представить на рис. 3-14. Экономические значения параметров R_9 и F_9 также выразим в относительных единицах. Тогда согласно (3-116) и (3-117) получим

$$R_{*9} = B_*^{1/3}; F_{*9} = B_*^{-1/3}.$$

Эти зависимости приведены на рис. 3-15.

Таким образом, в рассматриваемом примере критериальный анализ можно проводить с учетом функциональных ограничений. При этом получаются достаточно простые соотношения. Однако в общем случае учет функциональных ограничений представляет сложную и не до конца решенную задачу. Некоторые частные случаи этой задачи будут подробнее рассмотрены в § 3-28.

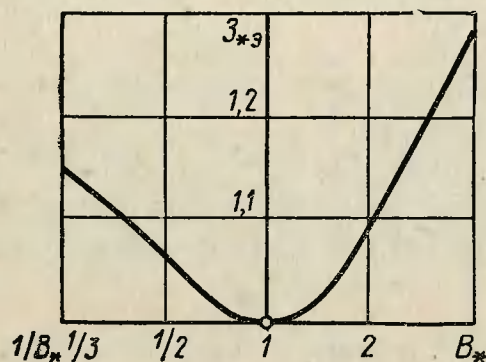


Рис. 3-14

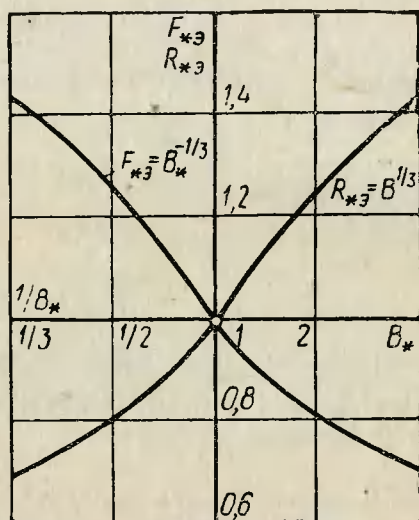


Рис. 3-15

§ 3-20. УРАВНЕНИЕ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ОБОБЩЕННЫМИ КОНСТАНТАМИ

Рассмотренные ранее уравнения приведенных затрат имеют ту особенность, что обобщенные константы их положительны, т. е. $A_i > 0$. Однако в инженерной практике приходится проводить анализ уравнений, для которых некоторые константы отрицательны. К таким уравнениям приводит, например, рассмотрение вопроса об экономическом обосновании степени компенсации реактивной мощности в распределительных электрических сетях.

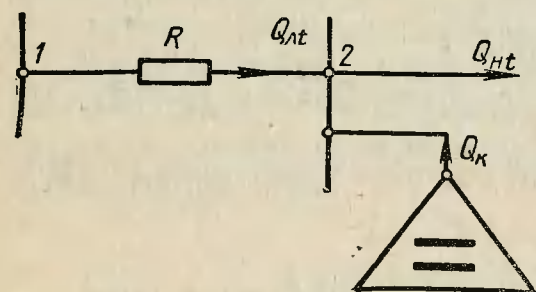


Рис. 3-16

Предположим, что по линии электропередачи напряжением U с электрическим сопротивлением R передается электрическая энергия потребителю в точке 2 (рис. 3-16); нагрузка получает как активную, так и реактивную мощность, изменяющуюся во времени $Q_{\text{акт}}$. Если компенсирующее устройство не устанавливается, т. е. $Q_{\text{к}} = 0$, то затраты на выработку и передачу реактивной мощности в течение времени T в первом приближении

равны

где b — стоимость 1 кВт·ч в точке 1; z_1 — стоимость 1 квар·ч в точке 1.

Если в точке 2 установить нерегулируемое компенсирующее устройство (КУ) мощностью $Q_{\text{к}}$, то затраты на выработку и передачу энергии

$$Z_2 = \int_0^T Q_{\text{акт}} \frac{Rb}{U^2} dt + z_1 \int_0^T Q_{\text{акт}} dt + z_{\text{к}} Q_{\text{к}} T,$$

где $z_{\text{к}}$ — удельная стоимость реактивной мощности компенсирующего устройства.

Установка КУ экономически целесообразна в том случае, если

$$\Delta = Z_1 - Z_2 > 0.$$

Подставляя в последнее выражение значения Z_1 и Z_2 , а также учитывая, что

$$Q_{\text{к}} + Q_{\text{акт}} = Q_{\text{акт}},$$

после преобразований получаем

$$\Delta = \left[\frac{2Q_{\text{к}} RbT}{U^2} - (z_{\text{к}} - z_1) T \right] Q_{\text{к}} - \frac{RbT}{U^2} Q_{\text{к}}^2,$$

где

$$Q_{\text{к}} = \frac{1}{T} \int_0^T Q_{\text{акт}} dt.$$

Вводя обобщенные константы

$$A_1 = 2Q_{\text{к}} RbT/U^2 - (z_{\text{к}} - z_1) T;$$

$$A_2 = RbT/U^2,$$

записываем уравнение для выбора оптимальной мощности КУ:

$$\Delta = A_1 Q_{\text{к}} - A_2 Q_{\text{к}}^2. \quad (3-119)$$

В уравнении (3-119) константы A_1 и A_2 имеют противоположные знаки. Это и обуславливает наличие конкурирующего эффекта между слагаемыми экономии. Критерии подобия экономического варианта определяются из условий ортогональности и нормировки:

$$\pi_{12} + 2\pi_{22} = 0; \quad -\pi_{12} - \pi_{22} = -1.$$

Матрица размерностей

$$\alpha = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Обратив ее, найдем

$$\alpha^{-1} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix},$$

откуда определим критерии подобия экономических вариантов:

$$\pi_{1\vartheta} = 2; \pi_{2\vartheta} = -1,$$

т. е. хотя критерии подобия и удовлетворяют условию ортогональности и нормировки, однако один из них больше единицы, а второй отрицателен.

На основе обратной матрицы размерностей запишем формулы для определения экономического варианта:

$$\left. \begin{aligned} Q_{к.э} &= \left(\frac{-2}{A_1} \right)^{-1} \left(\frac{1}{A_2} \right)^1 = Q_{н} - \frac{(z_k - z_1)}{2b} \cdot \frac{U^2}{R}; \\ \mathcal{E}_{\max} &= \left(\frac{-2}{A_1} \right)^{-2} \left(\frac{1}{A_2} \right)^1 = \frac{Q_{к.э}^2}{U^2} R b T. \end{aligned} \right\} \quad (3-120)$$

Величина

$$\frac{(z_k - z_1)}{2b} \cdot \frac{U^2}{R} = Q_{л.э}$$

есть не что иное, как экономическое значение реактивной мощности, которую целесообразно передавать в конец линии электропередачи. Эта мощность не зависит ни от времени T , ни от величины нагрузки $Q_{нt}$.

Зная критерии подобия экономических вариантов, можно уравнение (3-119) записать в критериальном виде (рис. 3-17):

$$\mathcal{E}_* = 2Q_{к*} - Q_{к*}^2, \quad (3-121)$$

где

$$\mathcal{E}_* = \mathcal{E} / \mathcal{E}_{\max}; \quad Q_{к*} = Q_{к} / Q_{к.э}.$$

Из критериального уравнения следует, что максимальная экономия $\mathcal{E}_* = 1$ достигается при $Q = 1$. Отступление от $Q_{к.э}$, т. е. недокомпенсация, когда $Q_{к*} < 1$, или перекомпенсация, когда $Q_{к*} > 1$, приводит к снижению экономии. Причем более чем двойная перекомпенсация приводит к отрицательной экономии, т. е. к увеличению затрат. Этот вывод справедлив для любых участков электрической сети, так как он получен при неизвестных исходных данных A_i по критериальному уравнению.

Если известны исходные данные, то по (3-120) можно определить экономическую мощность КУ, необходимых для установки на линии электропередачи. Более того, можно произвести выбор и расстановку КУ в достаточно сложных сетях.

Первоначально рассмотрим радиальную сеть (рис. 3-18). Будем считать, что m потребителей питаются от одного источника 0 и у каждого потребителя устанавливается КУ мощностью $Q_{ки}$.

Если считать, что нагрузки взаимно независимы, то можем определить по уравнениям (3-120) реактивные мощности $Q_{лиэ}$, которые целесообразно передавать в концы линии:

$$U_i^2 (z_{ki} - z_0) / 2b = R_i Q_{лиэ}, \quad i = \begin{vmatrix} m \\ 1 \end{vmatrix}.$$

Данные уравнения целесообразно записать в матричной форме:

$$\mathbf{V} = \mathbf{R} \mathbf{Q}_{л.э}. \quad (3-122)$$

Так как матрица сопротивлений неособенная, то из (3-122) найдем

$$\mathbf{Q}_{л.э} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{V}. \quad (3-123)$$

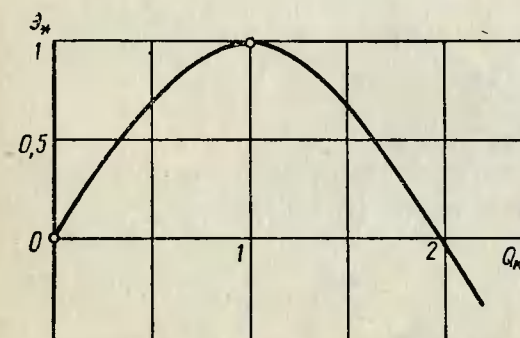


Рис. 3-17

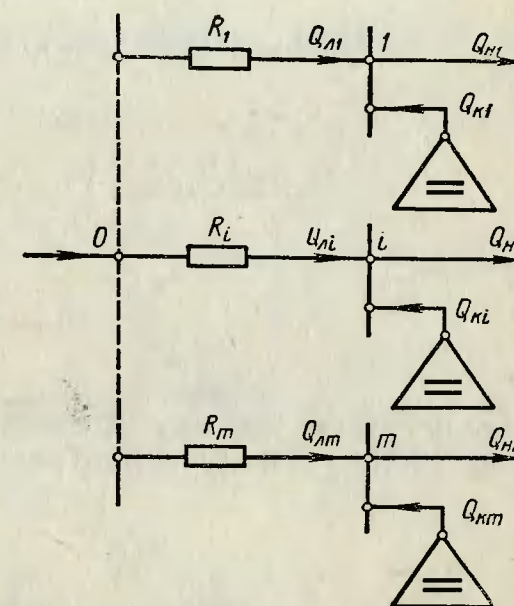


Рис. 3-18

где

$$\mathbf{V} = \begin{vmatrix} U_1^2 \frac{z_{k1} - z_0}{2b} \\ \vdots \\ U_m^2 \frac{z_{km} - z_0}{2b} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{R} = \begin{vmatrix} R_1 & \dots \\ \dots & R_i & \dots \\ \dots & \dots & R_m \end{vmatrix}; \quad \mathbf{Q}_{л.э} = \begin{vmatrix} Q_{л1э} \\ \vdots \\ Q_{лиэ} \\ \vdots \\ Q_{лmэ} \end{vmatrix}.$$

Рассмотрим далее магистральную линию (рис. 3-19), считая, что у каждой нагрузки устанавливаются КУ.

Если бы КУ не устанавливались, то затраты на передачу потребителям реактивной мощности составили бы

$$z_1 = \sum_{i=1}^m R_i \left(\sum_{j=i}^m Q_{нj} \right)^2 \frac{bT_i}{U^2} + z_0 \sum_{i=1}^m Q_{нi} T_i.$$

При установке КУ затраты

$$Z_2 = \sum_{i=1}^m R_i \left[\sum_{j=i}^m (Q_{ij} - Q_{kj}) \right]^2 \frac{bT_i}{U^2} + z_0 \sum_{i=1}^m (Q_{ni} - Q_{ki}) T_i + \sum_{i=1}^m z_{ki} Q_{ki} T_i.$$

Экономия от установки КУ

$$\Delta Z = Z_1 - Z_2.$$

Дифференцируя последнее уравнение по Q_{ki} , получим систему линейных уравнений:

$$R_{01}Q_{1\Delta} + R_{02}Q_{2\Delta} + \dots + R_{01}Q_{m\Delta} = U_1^2 \frac{z_1 - z_0}{2b};$$

$$R_{01}Q_{1\Delta} + R_{02}Q_{2\Delta} + \dots + R_{02}Q_{m\Delta} = U_2^2 \frac{z_2 - z_0}{2b};$$

$$\dots \dots \dots$$

$$R_{01}Q_{1\Delta} + R_{02}Q_{2\Delta} + \dots + R_{0m}Q_{m\Delta} = U_m^2 \frac{z_m - z_0}{2b},$$

где

$$R_{0i} = \sum_{j=i}^m R_j.$$

Полученную систему уравнений можно записать в матричной форме (3-122) и получить ее решение в виде (3-123).

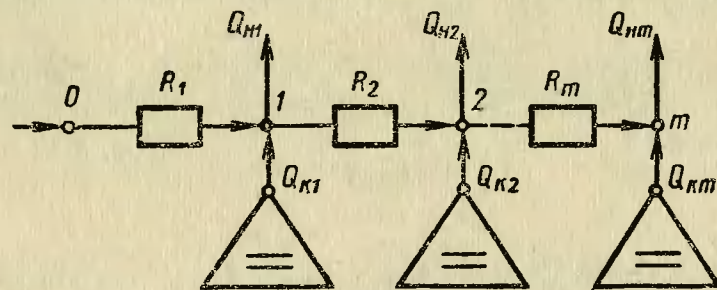


Рис. 3-19

Можно показать, что для разветвленной сети с односторонним питанием произвольной (но не замкнутой) конфигурации экономическое значение мощности КУ будет определяться по уравнениям (3-123) и уравнениям баланса реактивной мощности. Для сравнительно сложных сетей целесообразно использовать ЦВМ.

Рассмотрим пример, в котором исходное уравнение содержит отрицательные константы. С такими уравнениями приходится иметь дело при исследовании влияния места присоединения и величины нерегулируемого КУ на величину потерь мощности в линии. Предположим, что реактивная нагрузка распределена вдоль линии (рис. 3-20) равномерно и что графики нагрузки всех токоприемников изменяются во времени синфазно. К числу таких линий можно,

например, отнести шинопроводы цеховых электрических сетей промышленных предприятий. Эффективность установки КУ будет оцениваться величиной снижения потерь мощности в линии, которые при принятых допущениях

$$\Delta P = \left(\int_0^L Q_x^2 dx + \int_0^L Q_y^2 dy \right) \frac{r_0}{U^2}.$$

Подставив в данное уравнение значения реактивных мощностей на участках линии,

$$Q_x = \frac{Q}{L} x; \quad Q_y = \frac{Q}{L} y - Q_k,$$

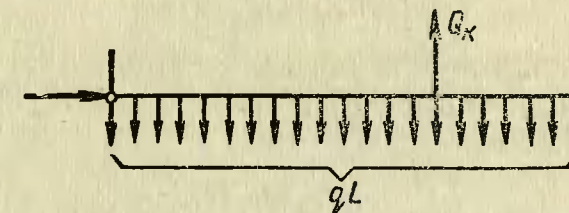
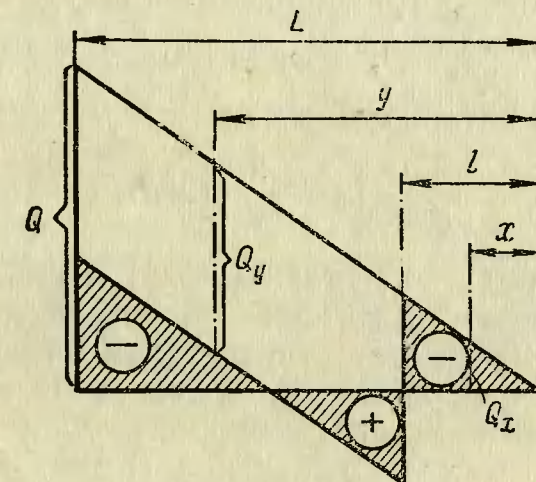


Рис. 3-20

после интегрирования и соответствующих преобразований найдем

$$\Delta P = \frac{q^2 r_0 L^3}{3U^2} \left[(1 - Q_*)^3 + (Q_* - l_*)^2 + l_*^3 \right]. \quad (3-124)$$

Здесь q , r_0 , L — соответственно погонная плотность реактивной нагрузки, удельное активное сопротивление и длина линии; $Q_* = Q_k/qL$ — относительная величина мощности компенсирующего устройства; $l_* = l/L$ — отношение длины линии от конца до места установки КУ к общей длине линии; U — напряжение сети, к которой подключена линия.

Уравнение (3-124) позволяет провести технико-экономический анализ сформулированной ранее задачи.

Если известна величина устанавливаемой мощности КУ в относительных единицах Q_* , то экономически целесообразное место установки КУ определится из уравнения, полученного в результате приравнивания нулю производной:

$$d\Delta P/dl_* = 0, \text{ откуда } l_{*3} = Q_*/2, \quad (3-125)$$

т. е. с изменением мощности КУ изменяется и искомое место подключения КУ. Подставив (3-125) в (3-124), найдем величину потерь мощности в линии

$$\Delta P_{q3} = \frac{q^2 r_0 L^3}{3U^2} \left[(1 - Q_*)^3 + \frac{1}{4} Q_*^3 \right]. \quad (3-126)$$

Если известно место присоединения КУ, т. е. l_* , то экономическая величина мощности КУ определится из уравнения:

$$d\Delta P/dQ_* = 0, \text{ откуда } Q_{*3} = (1 + l_*)/2. \quad (3-127)$$

При этом величина потерь мощности

$$\Delta P_{l3} = \frac{q^2 r_0 L^3}{3U^2} \left[1 - \frac{3}{4} (1 + l_*)^2 (1 - l_*) \right]. \quad (3-128)$$

Уравнения (3-125) и (3-126) ÷ (3-128) позволяют определить экономическую мощность КУ или экономически целесообразное место установки КУ и соответствующие им потери мощности в линии, если заранее predeterminedено соответственно место установки или мощность КУ. Если же оптимизировать оба показателя одновременно, то, решая совместно уравнения (3-125) и (3-127), получим

$$l_{*3} = 1/3; Q_{*3} = 2/3. \quad (3-129)$$

Подставив эти значения в исходное уравнение (3-124), определим минимально возможную, при принятых допущениях, величину потерь мощности в линии

$$\Delta P_3 = q^2 r_0 L^3 / (27U^2). \quad (3-130)$$

Примем эту величину за базисную и разделим на нее уравнение (3-124). В результате получим критериальное уравнение:

$$\Delta P_* = 9 \left[(1 - Q_*)^3 + (Q_* - l_*)^3 + l_*^3 \right], \quad (3-131)$$

которое позволяет найти относительное увеличение потерь мощности в линии, если место установки и величина мощности отличаются от экономических значений [см. (3-129)]. Например, если КУ не устанавливается, что $Q_* = l_* = 0$ и $\Delta P_* = 9$, т. е. компенсация реактивной мощности в линиях с равномерно распределенной нагрузкой посредством одного нерегулируемого КУ позволяет снизить потери мощности от протекания по линии реактивной нагрузки в девять раз. Такая эффективность компенсации справедлива для всех без исключения линий с равномерно распределенной нагрузкой, так как этот вывод получен из анализа критериального уравнения (3-131).

Если приходится оптимизировать только место установки или только величину мощности КУ, то возможный эффект от компенсации может быть определен по критериальным уравнениям, полученным в результате деления формул (3-126) и (3-128) на уравнение (3-130):

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{q*} &= 9 \left[(1 - Q_*)^3 + \frac{1}{4} Q_*^3 \right]; \\ \Delta P_{l*} &= 9 \left[1 - \frac{3}{4} (1 + l_*)^2 (1 - l_*) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3-132)$$

Анализ критериальных уравнений (3-132), которые в графической форме приведены на рис. 3-21 и 3-22, показывает, что оптими-

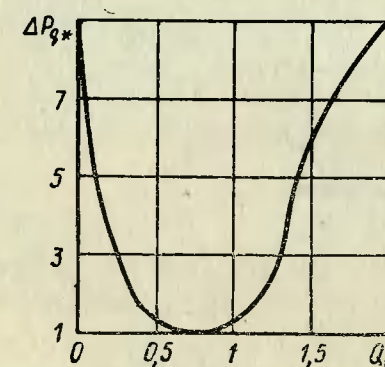


Рис. 3-21

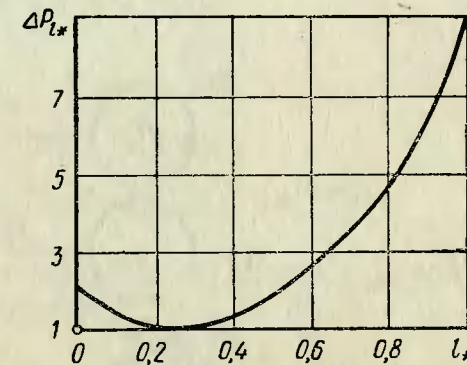


Рис. 3-22

зация только места установки или только мощности КУ может привести к значительному недоиспользованию возможности снижения потерь мощности в линиях. Поэтому экономически целесообразно оптимизировать оба указанных показателя одновременно.

Рассмотрим далее выбор мощности пиковых электростанций, имеющих уравнения с отрицательными обобщенными константами.

Предположим, что для обеспечения электрических нагрузок района (рис. 3-23, а), график продолжительности которых приведен на рис. 3-23, б, намечается строительство двух электростанций — базовой и пиковой. Суммарная мощность станций равна наибольшей мощности нагрузки

$$P_{нб} = P_б + P_{п}, \quad (3-133)$$

а суммарная выработка энергии электростанциями — потребляемой мощности нагрузки:

$$A_{н} = A_б + A_{п}. \quad (3-134)$$

Общие приведенные затраты на выработку энергии обеими электростанциями

$$Z = Z_б + Z_{п}. \quad (3-135)$$

Для определенности предположим, что удельные стоимостные показатели известны и что

$$a_6 > a_n; b_6 < b_n,$$

где a — удельные затраты на ввод мощности; b — удельная стоимость выработанной энергии.

Из этих условий следует, что станция Π должна работать в пиковом режиме, а станция δ — в базисном. Выберем в качестве оптимизируемого параметра мощность пиковой электростанции и, используя условия баланса мощностей (3-133) и баланса энергии (3-134), запишем суммарные затраты (3-135) в виде:

$$Z = Z_{06} + a_6 P_{н6} + b_6 A_n + Z_{0n} - (a_6 - a_n) P_n + (b_n - b_6) A_n.$$

Первые три слагаемых данного уравнения дают величину затрат

$$Z_6 = Z_{06} + a_6 P_n + b_6 A_n,$$

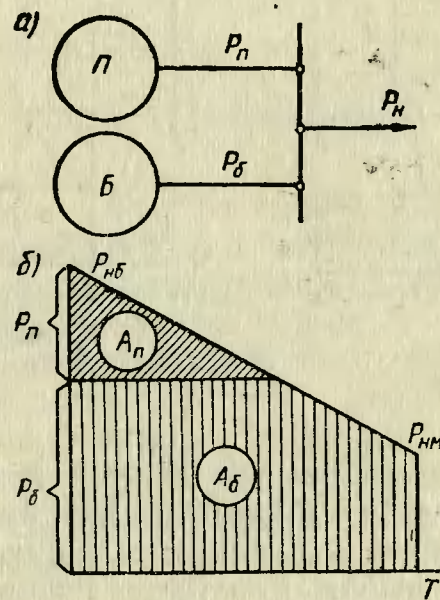


Рис. 3-23

которые были бы необходимы в том случае, если бы пиковая станция не строилась и вся нагрузка покрывалась только базовой электростанцией. Последние три слагаемых

$$\Delta Z = Z_{0n} - (a_6 - a_n) P_n + (b_n - b_6) A_n$$

показывают изменение затрат в связи со строительством пиковой электростанции. Если учесть, что выработка энергии пиковой станции

$$A_n = P_n^2 T / [2(P_{н6} - P_{нм})], \quad (3-135)$$

то изменение затрат, вызванное строительством пиковой станции,

$$\Delta Z = Z_{0n} - (a_6 - a_n) P_n - \frac{(b_n - b_6) P_n^2}{2(P_{н6} - P_{нм})} T. \quad (3-137)$$

Последняя формула показывает, что строительство пиковой станции приводит к увеличению затрат из-за наличия постоянной составляющей Z_{0n} и разницы удельных стоимостей ($b_6 < b_n$). Одновременно с увеличением мощности пиковой станции наблюдается снижение затрат, вызываемое разницей в удельных затратах ($a_6 > a_n$).

Выделим из формулы (3-137) два последних слагаемых, зависящих от мощности пиковой электростанции, которые показывают величину экономии $\mathcal{E}$ от строительства этой электростанции:

$$\mathcal{E} = (a_6 - a_n) P_n - \frac{(b_n - b_6) P_n^2}{2(P_{н6} - P_{нм})} T. \quad (3-138)$$

Экономическое значение пиковой мощности определится из условия $d\mathcal{E}/dP_n = 0$:

$$P_{н.э} = (a_6 - a_n)(P_{н6} - P_{нм}) / [(b_n - b_6) T]. \quad (3-139)$$

При этом максимальная величина экономии

$$\mathcal{E}_{\max} = (a_6 - a_n)^2 (P_{н6} - P_{нм}) / [2(b_n - b_6) T]. \quad (3-140)$$

Следовательно, строительство пиковой станции приводит к изменению суммарных затрат на величину

$$\Delta Z = Z_{0n} - (a_6 - a_n)^2 (P_{н6} - P_{нм}) / [2(b_n - b_6) T]. \quad (3-141)$$

Из формулы (3-139) следует, что экономическая величина мощности пиковой электростанции пропорциональна пиковой мощности нагрузки ($P_{н6} - P_{нм}$), разнице в удельных затратах на ввод мощности ($a_6 - a_n$), обратно пропорциональна рассматриваемому промежутку времени T и разнице в удельных затратах на выработку энергии ($b_n - b_6$). Если удельные затраты на ввод мощностей обеих электростанций одинаковы ($a_6 = a_n$), то пиковую станцию строить экономически нецелесообразно, так как в этом случае строительство ее приведет лишь к увеличению постоянных затрат Z_{0n} . Нецелесообразно строить пиковую электростанцию и в том случае, если у нагрузки отсутствует пиковая часть, т. е.

$$P_{н6} - P_{нм} = 0.$$

Если же у обеих станций удельные затраты на выработку энергии одинаковы ($b_n = b_6$), то экономически нецелесообразно строить базисную станцию ($P_{н0} = \infty$), так как это привело бы к увеличению суммарных затрат на строительство базовой станции.

При известных исходных данных формулы (3-139) и (3-141) позволяют определить экономическую мощность пиковой станции и величину экономии от строительства этой станции. Однако в проектной практике возникает необходимость рассмотреть вопрос о том, как изменится величина экономии, если из-за каких-либо технических ограничений придется принять мощность пиковой стан-

ции отличной от экономической величины. Анализ проведем, используя критериальное уравнение.

Для этого в качестве базисных величин примем значение экономической мощности пиковой станции и величину экономии, вычисленные по формулам (3-139), (3-140), и запишем формулу (3-139) в критериальной форме:

$$\Delta Z^* = Z_{оп*} - 2P_{п*} + P_{п*}^2.$$

На рис. 3-24 критериальное уравнение приведено при различных значениях $Z_{оп*}$ (рис. 3-24, а и б). Строительство пиковой электростанции экономически целесообразно лишь в том случае, когда ве-

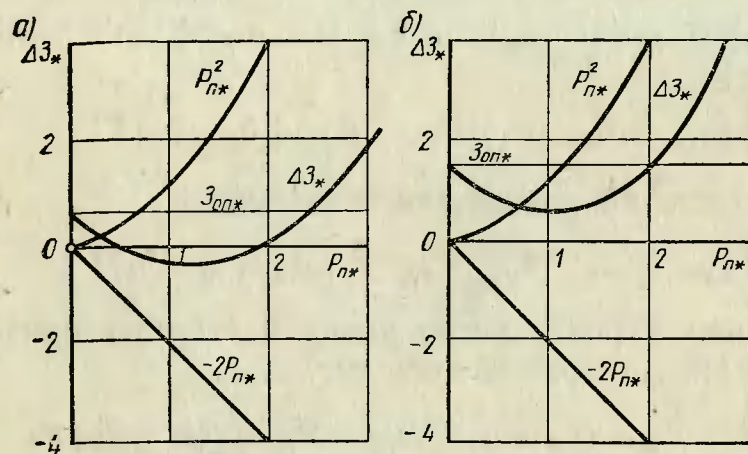


Рис. 3-24

личина постоянных затрат на строительство пиковой электростанции меньше максимально возможной экономии:

$$Z_{оп} < Z_{\max}$$

или в относительных единицах

$$Z_{оп*} < 1.$$

При этом из условия

$$\Delta Z^* = Z_{оп*} - 2P_{п*} + P_{п*}^2 = 0$$

определился предельное значение пиковой мощности

$$P_{п*1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - Z_{оп*}}.$$

Строить пиковую станцию на мощность $P_{п*1} < 1 - \sqrt{1 - Z_{оп*}}$ и $P_{п*2} > 1 + \sqrt{1 - Z_{оп*}}$ нецелесообразно, так как получающаяся при этом экономия не компенсирует постоянных затрат на пиковую электростанцию. Отсюда следует, что мощность пиковой электростанции должна выбираться в пределах

$$P_{п*1} \leq P_{п*} \leq P_{п*2}.$$

Диапазон изменения мощности пиковой электростанции, когда ее строительство еще оправдано, составит

$$\Delta P_{п*} = P_{п*2} - P_{п*1} = 2\sqrt{1 - Z_{оп*}}.$$

Таким образом, рассмотренные в данном параграфе примеры показывают, что критериальный анализ может быть использован и для исследования уравнений приведенных затрат с отрицательными обобщенными константами A_i .

§ 3-21. КРИТЕРИАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ИХ НАДЕЖНОСТИ

Возможность использования критериального анализа при вероятностных исходных данных первоначально покажем на примере экономического обоснования надежности элементов системы электроснабжения. Основные трудности, которые возникают при оптимизации систем электроснабжения, заключаются в отсутствии достаточно объективной оценки ущерба народного хозяйства из-за перерывов в электроснабжении. Поэтому и целесообразно использовать критериальные зависимости, позволяющие производить анализ при неполных исходных данных.

Рассмотрим задачу повышения уровня надежности линии путем резервирования, когда осуществляется одновременная работа m параллельно включенных цепей. Очевидно, что с увеличением m капиталовложения в линии увеличиваются, а потери энергии и ущерб от перерывов электроснабжения снижаются. Таким образом, возникает задача экономического обоснования числа цепей, а следовательно, и экономически целесообразного уровня надежности электроснабжения.

Но было бы неправильным оптимизировать только один параметр m , так как линия характеризуется многими параметрами, которые взаимно связаны. Чтобы не загромождать выкладки, предположим, что одновременно с m оптимизируется сечение проводов F и напряжение линии U . Исходное уравнение запишем в виде

$$Z = A_U U^\beta + A_F F m + A_S U^{-2} F^{-1} m^{-1} + A_m m^{-\alpha}. \quad (3-142)$$

Для воздушных линий электропередачи показатели степени можно принять равными $\beta = 1/2$; $\alpha = 2$.

Для уравнения (3-142) запишем прямую и обратную матрицы размерностей:

$$\alpha = \begin{vmatrix} m & U & F & Z \\ 1 & 1/2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}; \quad \alpha^{-1} = \begin{vmatrix} m & U & F & Z \\ 4/16 & 1/16 & 1/16 & -6/16 \\ 8/16 & -6/16 & -6/16 & 4/16 \\ -12/16 & 13/16 & -3/16 & 2/16 \\ -8/16 & -2/16 & -2/16 & -4/16 \end{vmatrix}, \quad (3-143)$$

откуда определим критерии подобия

$$\pi_{19} = 1/2; \pi_{29} = \pi_{39} = 1/8; \pi_{49} = 1/4$$

и получим формулы для определения экономического варианта:

$$\left. \begin{aligned} m_9 &= \left(\frac{4A_m^6}{A_U^4 A_F A_s} \right)^{1/16}; U_9 = 2 \left(\frac{4A_F^3 A_s^3}{A_U^4 A_m^2} \right)^{1/8}; \\ F_9 &= \frac{1}{2} \left(\frac{A_U^{12} A_s^3}{256 A_F^{13} A_m^2} \right)^{1/15}; Z_9 = 4 \left(\frac{A_U^4 A_F A_s A_m^2}{4} \right)^{1/8}. \end{aligned} \right\} \quad (3-144)$$

Критериальное уравнение

$$Z_* = \frac{1}{2} U_*^{1/2} m_* + \frac{1}{8} F_* m_* + \frac{1}{8} U_*^{-2} F_*^{-1} m_*^{-1} + \frac{1}{4} m_*^{-2}$$

позволяет оценить экономическую устойчивость. Например, при отклонении одного из параметров от экономического значения в пределах $0,75 \div 1,5$ соответствующее увеличение затрат составит: $Z_{F*} = 1,01 \div 1,02$; $Z_{U*} = 1,03 \div 1,04$; $Z_{m*} = 1,08 \div 1,13$.

Теперь решим обратную задачу: зададимся допустимым увеличением затрат, например $Z_* = 1,05$, и определим возможные отклонения каждого параметра при условии, что остальные равны экономическим значениям:

$$m_* = 1; U_* = 1; F_* = 0,37 \div 1,63;$$

$$m_* = 1; F_* = 1; U_* = 0,6 \div 1,4;$$

$$U_* = 1; F_* = 1; m_* = 0,76 \div 1,24,$$

т. е. допустимое отклонение сечения проводов почти в 3 раза больше, чем допустимые отклонения числа цепей. Это значит, что рассматриваемая модель очень устойчива по отношению к сечению проводов и мало устойчива по отношению к числу цепей. Поэтому выбор числа цепей требует тщательного экономического обоснования.

Исследуем чувствительность экономических значений параметров и величины затрат по отношению к изменению константы A_m . Именно эта величина, зависящая от ущерба из-за недоотпуска электроэнергии, определяется с наибольшей погрешностью. Из уравнений (3-144) следует, что

$$m_* = A_m^{3/8}; U_* = A_m^{-1/4}; F_* = A_m^{-1/8}; Z_* = A_m^{1/4}.$$

Анализ полученных зависимостей приводит к выводу о наибольшей чувствительности к погрешности A_m параметра m и наименьшей чувствительности параметра F . Например, если величина ущерба от недоотпуска электроэнергии завышена или занижена в 1,5 раза, то экономическое значение параметров изменится:

$$m_* = 0,86 \div 1,17; U_* = 1,10 \div 0,91; F_* = 1,05 \div 0,95;$$

$$Z_* = 0,91 \div 1,10.$$

Чтобы не выходить за допустимый предел точности в определении затрат (5%) величину ущерба следует определять с точностью $\pm 20\%$. Таким образом, определение ущерба не требует большой точности. Однако отказ от учета ущерба может привести к заведомо неэкономичным вариантам. Покажем это на конкретном примере.

Предположим, что проектируется линия протяженностью 10 км для передачи 5 Мвт мощности, необходимой для электроснабжения обувной фабрики. Определим численные значения обобщенных констант уравнения (3-142):

$$A_U = 400 \text{ руб/кв}^{1/2}; A_F = 12 \text{ руб/мм}^2; A_s = 2,8 \cdot 10^3 \text{ кв}^2 \cdot \text{руб} \cdot \text{мм}^2;$$

$$A_m = 15 \cdot 10^3 \text{ руб.}$$

Сравним четыре варианта:

- 1) экономический вариант, определенный по формулам (3-144);
- 2) оптимальный вариант, который отличается от экономического тем, что из-за дискретности шкал напряжения, сечения и числа цепей приходится экономические значения параметров округлять до стандартных значений;
- 3) экономический вариант, определенный по модели (3-142)), в которой отсутствует последнее слагаемое, т. е. без учета ущерба от перерывов в электроснабжении;
- 4) оптимальный вариант, отличающийся от третьего тем, что значения параметров его округлены до стандартных значений.

Результаты расчета приведены в табл. 3.2.

Таблица 3-2

Показатели сравниваемых вариантов

Варианты	Параметры					
	U, кв	F, мм ²	m, цепи	j, $\frac{a}{мм^2}$	З	
					руб.	%
1	41	96	2,3	0,35	11 700	100
2	35	95	2,0	0,42	12 160	104
3	49	70	1,0	0,92	20 060	172
4	35	95	1,0	0,97	20 210	175

Сравнение вариантов показывает, что неучет ущерба от перерыва в электроснабжении потребителей приводит чуть ли не к двукратному увеличению затрат, хотя экономическая плотность тока в линиях находится в пределах, рекомендуемых ПЭУ. Оптимальный вариант, определенный с учетом ущерба, пусть даже менее точно, позволяет резко снизить затраты. При этом число цепей увеличивается в 2 раза, а плотность тока в линиях снижается во столько же раз.

§ 3-22. КРИТЕРИАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

При построении системы единиц измерения сложилось правило, согласно которому в качестве меры (эталоны) основных единиц измерения принимались значения величин. Однако с полным основанием можно в качестве единиц измерения принимать какие-либо численные значения функций, т. е. ввести в практику анализа размерностей единицы измерения функций.

Например, если для функции $f(x)$ ввести эталон для сравнения $f(x_0)$, то значение функции $f(x)$ можно выражать в долях от этого эталона:

$$[f(x)] = f(x)/f(x_0) \text{ ф. е.},$$

где ф. е. — сокращенное обозначение функциональных единиц.

В инженерной практике запись через функциональные единицы измерения широко распространена, так как она оказывается более удобной и наглядной. Например, при измерении объема жидкости в виде эталонов применяют различные сосуды: стакан, ведро, бочку и т. д. В теории информации за единицу измерения принимают бит, который представляет собой логарифм числа «2» по основанию «2», т. е.

$$\log_2 2 = 1 \text{ бит.}$$

Аналогично в акустике, электротехнике, радиотехнике вводят такие функциональные единицы измерения, как беллы, неперы, децилоги, равные функциям от логарифма отношения двух величин.

Введение функциональных единиц измерения расширяет область возможного применения теории подобия для исследования как технико-экономических, так и чисто физических задач.

В то же время использование функциональных единиц приводит к расширению теории подобия до теории изоморфизма.

В качестве примера критериального анализа с использованием функциональных единиц рассмотрим уравнение, содержащее показательные функции:

$$Z = A_1 e^{a_1 x} + A_2 e^{-a_2 x}. \quad (3-145)$$

Такие уравнения встречаются, например, при экономическом обосновании степени надежности восстанавливаемых систем многократного действия.

В уравнении (3-145) первое слагаемое учитывает затраты на эксплуатацию, а второе — на повышение надежности системы при разработке и изготовлении ее. Оптимизируемый параметр x характеризует отношение времени работы системы к наработке на отказ; константы A_1 , A_2 и a_1 , a_2 имеют вполне определенные значения для конкретных систем.

Формула (3-145) является частным случаем более общего уравнения

$$Z = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n a_{ij}^{x_j}. \quad (3-146)$$

Произведя замену переменных

$$z_j = a^{x_j},$$

получим уравнение

$$Z = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n z_j^{a_{ij}}, \quad (3-147)$$

методика критериального анализа которого известна. Модели (3-146) и (3-147) будут иметь каноническую форму лишь тогда, когда определитель матрицы α будет отличен от нуля. В этом случае критерии подобия экономических вариантов не зависят от исходных данных A_i . Экономические значения параметров определяются по уравнениям:

$$x_{j\theta} = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{\Delta_{ji}}{\Delta} \log \frac{\pi_{i\theta}}{A_i \log a}; \quad j = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}, \quad (3-148)$$

а величина минимальных затрат

$$Z_\theta = \prod_{i=1}^{n+1} \left(\frac{\pi_{i\theta}}{A_i \log a} \right)^{\pi_{i\theta}}. \quad (3-149)$$

Уравнения (3-148) и (3-149) аналогичны уравнениям (3-61), (3-62), хотя расчетные формулы для определения $x_{j\theta}$ и Z_θ не одинаковы. Отличным от (3-54) будет и критериальное уравнение

$$Z_* = \sum_{i=1}^m \pi_{i\theta} \prod_{j=1}^n a_{*ij}^{x_j}. \quad (3-150)$$

В данном выражении относительная величина затрат

$$Z_* = Z/Z_\theta.$$

Однако вместо экономических значений параметров введены относительные функциональные единицы

$$a_{*ij}^{\Delta x_j} = a^{a_{ij} x_j} / a^{a_{ij} x_{j\theta}},$$

в которых в качестве функциональной единицы приняты значения функции при экономическом значении параметров.

Несмотря на некоторые особенности, формулы (3-148) ÷ (3-150) позволяют проводить критериальный анализ в таком же объеме, как и в случае уравнений затрат [см. (3-49)].

Например, при $\alpha_1=1$, $\alpha_2=1,25$ уравнение (3-145), записанное в критериальной форме

$$Z_* = \frac{5}{9} e_*^x + \frac{4}{9} e_*^{-1,25x}, \quad (3-151)$$

носит обобщенный характер. Из рассмотрения критериального уравнения следует, что изменение параметра надежности x в пределах $\pm 28\%$ не приводит к увеличению затрат более чем на 5% ($Z_*=1,05$). Поэтому можно считать, что рассматриваемая модель экономически достаточно устойчива.

§ 3-23. ОСНОВНЫЕ ЧЕРТЫ КРИТЕРИАЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В предыдущих параграфах рассматривался критериальный анализ технико-экономических уравнений, имеющих каноническую форму. При этом основное внимание обращалось на так называемый экономический вариант. Это объясняется несколькими причинами. Во-первых, необходимо иметь один общий базисный вариант, с которым производится сопоставление остальных вариантов. Во-вторых, методы выявления базисного варианта должны быть строго однозначны. Наибольшими преимуществами с этих позиций обладает экономический вариант, ибо для канонического уравнения методика его нахождения хотя и своеобразна, однако в основе ее лежат обычные приемы, базирующиеся на приравнивании нулю первой производной приведенных затрат по оптимизируемому параметру.

Имея общую, незыблемую точку сравнения — экономический вариант — можно с помощью критериального анализа решать возникающие проблемы, располагая порою крайне ограниченной информацией.

Однако, помня об удобствах вычисления, нельзя забывать, что в инженерной практике зачастую приходится отступать от параметров экономического варианта из-за существующих ограничений. Только с учетом их к реализации и рекомендуют оптимальный вариант. Он обычно имеет большие приведенные затраты, нежели экономический вариант. Искусство инженера и заключается в том, чтобы из множества практически равнозначных, с экономических позиций, вариантов выбрать наиболее целесообразный.

Наиболее общий подход к решению оптимизационных задач методами критериального анализа с учетом технических ограничений и составляет сущность критериального программирования.

В общем виде основная задача критериального программирования формулируется следующим образом. Найти минимальное значение функции

$$u(x), x=(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (3-152)$$

подчиненной ограничениям

$$x_1 > 0, x_2 > 0, \dots, x_n > 0 \quad (3-153)$$

и

$$q_1(x) \leq 1, q_2(x) \leq 1, \dots, q_p(x) \leq 1. \quad (3-154)$$

Причем считается, что критерий оптимальности $u(x)$ и ограничения $q(x)$ выражаются обобщенными полиномами типа

$$u(x) = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}. \quad (3-155)$$

В качестве критерия оптимальности обычно выступают приведенные затраты Z , но в общем случае им может быть и другой показатель, например, вес, объем, потери энергии и т. д. Поэтому за величину критерия оптимальности принята другая величина — u , а не Z .

Существенной особенностью критериального программирования является то, что в нем центральная роль отводится слагаемым $u_i(x)$ критерия оптимальности (3-155):

$$\left. \begin{aligned} u_i &= A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}, i = \begin{vmatrix} m \\ 1 \end{vmatrix}; \\ u_1 + u_2 + \dots + u_m &= u. \end{aligned} \right\} \quad (3-156)$$

Если в традиционных методах математического программирования основное внимание обращается на оптимизируемые параметры x_j , то в критериальном программировании внимание концентрируется на относительных долях различных слагаемых критерия оптимальности, т. е. на технико-экономических критериях подобия:

$$\left. \begin{aligned} \pi_i &= \frac{u_i}{u} = \frac{A_i}{u} \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}; \\ \pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_m &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (3-157)$$

Большой ролью критериев подобия в решении задач математического программирования и объясняется название метода — критериальное программирование.

§ 3-24. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ НЕРАВЕНСТВО И ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ

В критериальном программировании широко используется так называемое геометрическое неравенство, согласно которому среднее арифметическое не должно быть менее среднего геометрического.

Простейшим типом геометрического неравенства является неравенство

$$\frac{1}{2} u_1 + \frac{1}{2} u_2 \geq u_1^{1/2} u_2^{1/2}, \quad (3-158)$$

где u_1 и u_2 — любые неотрицательные числа.

Для доказательства (3-158) заметим, что

$$(u_1 - u_2)^2 \geq 0, \text{ или } u_1^2 - 2u_1u_2 + u_2^2 \geq 0,$$

откуда

$$u_1^2 + 2u_1u_2 + u_2^2 \geq 4u_1u_2.$$

Извлечение из последнего неравенства квадратного корня доказывает неравенство (3-158). Заметим, что геометрическое неравенство (3-158) становится равенством тогда и только тогда, когда $u_1 = u_2$.

В качестве первого обобщенного неравенства (3-158) рассмотрим среднее арифметическое четырех неотрицательных чисел — u_1, u_2, u_3, u_4 . Тогда согласно (3-158)

$$\frac{1}{4}u_1 + \frac{1}{4}u_2 + \frac{1}{4}u_3 + \frac{1}{4}u_4 \geq \left(\frac{u_1 + u_2}{2}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{u_3 + u_4}{2}\right)^{1/2}.$$

Еще одно использование неравенства (3-158) дает

$$\frac{1}{4}u_1 + \frac{1}{4}u_2 + \frac{1}{4}u_3 + \frac{1}{4}u_4 \geq u_1^{1/4}u_2^{1/4}u_3^{1/4}u_4^{1/4}. \quad (3-159)$$

Неравенство (3-159) превращается в равенство только при

$$u_1 = u_2 = u_3 = u_4.$$

Если положить $u_1 = u_3 = u_4 \neq u_2$, то неравенство запишется в виде

$$\frac{1}{4}u_1 + \frac{3}{4}u_2 \geq u_1^{1/4}u_2^{3/4}. \quad (3-160)$$

Левая часть данного неравенства является среднеарифметическим чисел u_1 и u_2 с весом $1/4$ и $3/4$. Правая часть этого неравенства является средневзвешенным геометрическим. Сопоставляя неравенства (3-158) и (3-160), запишем их в обобщенном виде, введя весовые коэффициенты π_i :

$$\pi_1 u_1 + \pi_2 u_2 \geq u_1^{\pi_1} u_2^{\pi_2}, \quad (3-161)$$

причем сумма весовых коэффициентов равна единице:

$$\pi_1 + \pi_2 = 1. \quad (3-162)$$

В неравенстве (3-161) сравниваются только два числа: u_1 и u_2 . Если рассмотреть m чисел ($u_1, u_2, \dots, u_m$), то доказательство можно провести и по отношению к неравенству

$$\pi_1 u_1 + \pi_2 u_2 + \dots + \pi_m u_m \geq u_1^{\pi_1} u_2^{\pi_2} \dots u_m^{\pi_m}, \quad (3-163)$$

которое является логическим обобщением неравенства (3-161). При этом на весовые коэффициенты накладываются условия нормировки (3-162):

$$\sum_{i=1}^m \pi_i = 1. \quad (3-164)$$

В более компактной записи неравенство (3-163) запишется так:

$$\sum_{i=1}^m \pi_i u_i \geq \prod_{i=1}^m u_i^{\pi_i}. \quad (3-165a)$$

Однако неравенство (3-165a) можно записать и по-другому. Для этого первоначально введем новые переменные, например

$$V_i = \pi_i u_i,$$

и запишем исходное неравенство в новых переменных:

$$\sum_{i=1}^m V_i \geq \prod_{i=1}^m \left(\frac{V_i}{\pi_i}\right)^{\pi_i}. \quad (3-165b)$$

Полученное соотношение носит общий характер и поэтому не изменится при замене буквенных обозначений:

$$\sum_{i=1}^m u_i \geq \prod_{i=1}^m \left(\frac{u_i}{\pi_i}\right)^{\pi_i}. \quad (3-165b)$$

Таким образом, исходное геометрическое неравенство можно записывать как в форме (3-165a), так и в форме (3-165b). Эти соотношения являются основой для построения теории критериального программирования и в первую очередь для нахождения минимума, т. е. нижней границы обобщенных полиномов. Напомним, что число $\mu > 0$ называется нижней границей для функции $u(x)$, если при всех изменениях аргумента в области D , т. е. при $x \in D$, выполняется неравенство $u(x) \geq \mu$.

Прежде чем излагать общую методику нахождения минимума обобщенных полиномов с помощью геометрических неравенств, приведем несколько примеров*. В качестве первого примера рассмотрим полином

$$u(x) = 4x + 1/x, \quad (3-166)$$

который графически представлен на рис. 3.25. Из графика видно, что с увеличением x первое слагаемое увеличивается, а второе — уменьшается, т. е. по x имеется конкурирующий эффект. Минимум функции $u(x) = 4$ и достигается при $x_0 = 1/2$.

Чтобы определить экстремальную точку аналитическим методом, приравняем первую производную от $u(x)$ нулю:

$$du(x)/dx = 4 - 1/x^2 = 0, \text{ откуда } x_0 = 1/2.$$

Для определения минимального значения $u(x_0)$ надо значение x_0 подставить в $u(x)$. В результате получим $u(x_0) = 4$.

* Напомним, что иногда обобщенным полиномом называется полином вида (3-49).

Чтобы найти экономический вариант уравнения (3-166), применим неравенство (3-158). Для этого разделим (3-166) на «2»:

$$u(x)/2 = 4x/2 + 1/(2x).$$

Согласно неравенству получим

$$\frac{u(x)}{2} = \frac{4x}{2} + \frac{1}{2x} \geq (4x)^{1/2} \left(\frac{1}{x}\right)^{1/2} = 2.$$

Следовательно, при любом положительном x нижняя граница

$$u(x) \geq 4.$$

Из графика видно, что граничная точка находится при $x_0 = 0,5$.

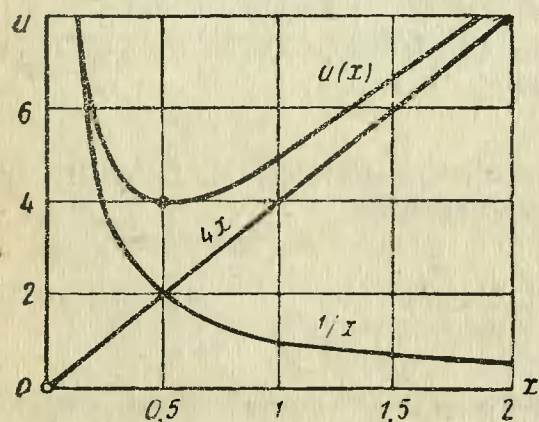


Рис. 3-25

Обратим внимание на то, что при определении экономического варианта классическим методом дифференциального исчисления первоначально находилось x_0 , а потом $u(x_0)$. При использовании же геометрического неравенства, наоборот, первоначально находится $u(x_0)$, а затем x_0 . Именно в этом и заключается принципиальное отличие критериального программирования от классических методов решения оптимизационных задач.

В качестве второго примера рассмотрим функцию (3-70) при конкретных исходных данных:

$$u(x) = 2x_1 + 4x_2 + 1/(4x_1^2x_2).$$

Для определения нижней границы $u(x)$ воспользуемся геометрическим неравенством (3-165в) *:

$$u_1 + u_2 + u_3 \geq \left(\frac{u_1}{1/2}\right)^{1/2} \left(\frac{u_2}{1/4}\right)^{1/4} \left(\frac{u_3}{1/4}\right)^{1/4}.$$

При этом получим

$$u(x) \geq \left(\frac{2x_1}{1/2}\right)^{1/2} \left(\frac{4x_2}{1/4}\right)^{1/4} \left(\frac{1}{4x_1^2x_2 \cdot 0,25}\right)^{1/4} = 4.$$

Таким образом, число «4» является нижней границей для рассматриваемой функции двух переменных.

Рассмотрим позином (3-77), записанный в виде

$$u(x) = x_1^{-2} + 2x_1x_2^{-2} + 4x_2.$$

При этом исходное геометрическое неравенство представим так:

$$\frac{1}{7}u_1 + \frac{2}{7}u_2 + \frac{4}{7}u_3 \geq (u_1)^{1/7} (u_2)^{2/7} (u_3)^{4/7}.$$

* Значения π_i вычислены на стр. 205 [см. (3-75а)].

Следовательно,

$$u(x) \geq \left(\frac{1}{(1/7)x_1^2}\right)^{1/7} \left(\frac{2x_1}{(2/7)x_2^2}\right)^{2/7} \left(\frac{4x_2}{4/7}\right)^{4/7} = 7,$$

т. е., не вычисляя значений параметров, минимизирующих исходную функцию, определили число «7», которое будет искомым минимумом.

Рассмотренные примеры показывают, что действительно геометрические неравенства можно использовать для определения нижних границ позиномов. Однако из решения этих примеров неясно, как находить конкретный вид неравенства для выявления нижней границы исследуемого позинома, почему нижняя граница является именно минимальным значением этого позинома, как определить значения параметров, минимизирующих данную функцию? Чтобы ответить на эти вопросы, рассмотрим методику регулярного подбора соответствующих неравенств.

§ 3-25. ДВОЙСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ

Рассмотрим исходное геометрическое неравенство в форме (3-165в). Левая часть этого неравенства является основной функцией $u(x)$. Правая же часть этого неравенства является мультипликативной функцией, которую в дальнейшем будем называть двойственной функцией и обозначать как

$$D(\pi) = \prod_{i=1}^m \left(\frac{u_i}{\pi_i}\right)^{\pi_i}. \quad (3-167)$$

Неравенство (3-165в) можно записать в сокращенном виде:

$$u(x) \geq D(\pi). \quad (3-168)$$

Если функция $u(x)$ является обобщенным полиномом (3-155), то, подставив в (3-168) значения u_i из (3-156), найдем

$$u(x) \geq \left(\frac{A_1}{\pi_1}\right)^{\pi_1} \dots \left(\frac{A_m}{\pi_m}\right)^{\pi_m} x_1^{\Delta_1} \dots x_n^{\Delta_n}, \quad (3-169)$$

где показатели степени получаются в результате линейной комбинации показателя степени α_{ij} и определяются уравнениями

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^m \pi_i \alpha_{ij}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (3-170)$$

Если критерии подобия π_i выбрать таким образом, чтобы они удовлетворяли условию ортогональности, т. е. чтобы сохранялось равенство нулю всех показателей степени Δ_j :

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^m \pi_i \alpha_{ij} = 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad (3-171)$$

то уравнение (3-169) упрощается:

$$u(x) \geq \left(\frac{A_1}{\pi_1}\right)^{\pi_1} \dots \left(\frac{A_m}{\pi_m}\right)^{\pi_m}. \quad (3-172)$$

Докажем, что в этом случае минимум основной функции $u(x)$ будет совпадать с максимумом двойственной функции $D(\pi)$.

Предположим, что в точке $x_3(x_{13}, x_{23}, \dots, x_{n3})$, координаты которой положительны, т. е. $x_{j3} > 0$, поизом $u(x)$ [см. (3-155)] принимает минимальное значение

$$u(x_3) = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}}. \quad (3-173)$$

В этом случае критерии подобия

$$\pi_{i3} = \frac{A_i}{u(x_3)} \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}}, \quad i = \begin{vmatrix} m \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-174)$$

Из курса математического анализа известно, что в экстремальной точке x_3 частные производные функции по каждой переменной x_t обращаются в нуль:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_t} = \sum_{i=1}^m \frac{a_{it} A_i}{x_{t3}} \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}} = 0, \quad t = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-175)$$

Совместное решение уравнений (3-174) и (3-175) дает

$$\sum_{i=1}^m a_{it} \pi_{i3} = 0, \quad t = \begin{vmatrix} n \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3-176)$$

Таким образом, вектор критериев подобия $\pi_3(\pi_{13}, \dots, \pi_{m3})$ удовлетворяет условию ортогональности. Поэтому уравнение (3-172) можно записать в виде

$$u(x_3) \geq \left(\frac{A_1}{\pi_{13}}\right)^{\pi_{13}} \left(\frac{A_2}{\pi_{23}}\right)^{\pi_{23}} \dots \left(\frac{A_m}{\pi_{m3}}\right)^{\pi_{m3}}. \quad (3-177)$$

Кроме того, из (3-173) и (3-174) ясно, что вектор критерия подобия удовлетворяет условию нормировки

$$\sum_{i=1}^m \pi_{i3} = 1, \quad (3-177a)$$

в силу которого

$$[u(x_3)]^1 = [u(x_3)]^{\pi_{13}} \cdot [u(x_3)]^{\pi_{23}} \dots [u(x_3)]^{\pi_{m3}}.$$

Заменив в правой части значение $u(x_3)$ в соответствии с (3-174)

$$u_i(x_3) = \frac{A_i}{\pi_{i3}} \prod_{j=1}^n x_{j3}^{a_{ij}},$$

получим

$$u(x_3) = \left(\frac{A_1}{\pi_{13}}\right)^{\pi_{13}} \dots \left(\frac{A_m}{\pi_{m3}}\right)^{\pi_{m3}} x_{13}^{A_1} \dots x_{n3}^{A_n}.$$

Так как согласно условию ортогональности (3-176) $\Delta_j = 0$, то

$$u(x_3) = \left(\frac{A_1}{\pi_{13}}\right)^{\pi_{13}} \dots \left(\frac{A_m}{\pi_{m3}}\right)^{\pi_{m3}}. \quad (3-177b)$$

Сравнивая (3-173) и (3-177b), видим, что для минимальной точки вместо неравенства всегда соблюдается строгое равенство, поэтому условие (3-168) можно записать в виде

$$u(x) \geq \mu \geq D(\pi).$$

Согласно же (3-177b)

$$u(x_3) = D(\pi_3).$$

На основе последних двух соотношений заключаем, что минимум основной функции совпадает с максимумом двойственной функции.

Пример 3-5. Определим минимум функции

$$u = 40/(x_1 x_2 x_3) + 40 x_2 x_3 + 20 x_1 x_3 + 10 x_1 x_2.$$

В соответствии с (3-177b) запишем

$$u(x_3) = \left(\frac{40}{\pi_{13}}\right)^{\pi_{13}} \left(\frac{40}{\pi_{23}}\right)^{\pi_{23}} \left(\frac{20}{\pi_{33}}\right)^{\pi_{33}} \left(\frac{10}{\pi_{43}}\right)^{\pi_{43}}.$$

Чтобы определить четыре критерия подобия, запишем три условия ортогональности согласно уравнению (3-176) и одно условие нормировки согласно уравнению (3-177a):

$$-\pi_{13} + \pi_{33} + \pi_{43} = 0; \quad -\pi_{13} + \pi_{23} + \pi_{43} = 0;$$

$$-\pi_{13} + \pi_{23} + \pi_{33} = 0; \quad \pi_{13} + \pi_{23} + \pi_{33} + \pi_{43} = 1.$$

Решая совместно эти уравнения, найдем

$$\pi_{13} = 2/5; \quad \pi_{23} = \pi_{33} = \pi_{43} = 1/5.$$

Подстановка найденных критериев подобия в двойственную функцию дает

$$u(x_3) = \left(\frac{40}{2/5}\right)^{2/5} \left(\frac{40}{1/5}\right)^{1/5} \left(\frac{20}{1/5}\right)^{1/5} \left(\frac{10}{1/5}\right)^{1/5} = 100.$$

Таким образом, критериальное программирование позволяет определить $u(x_3)$ без предварительного вычисления минимизирующей точки x_3 , что резко отличает этот метод от обычного метода решения задач минимизации, базирующегося на классическом дифференциальном исчислении. Если же требуется найти x_3 , то нужно использовать уравнение (3-174):

$$\frac{2}{5} 100 = u_{13} = 40 x_{13}^{-1} x_{23}^{-1} x_{33}^{-1}; \quad \frac{1}{5} 100 = u_{23} = 40 x_{23} x_{33};$$

$$\frac{1}{5} 100 = u_{33} = 20 x_{13} x_{33}; \quad \frac{1}{5} 100 = u_{43} = 10 x_{13} x_{23}.$$

Совместное решение данной системы уравнений дает

$$x_{13} = 2, \quad x_{23} = 1, \quad x_{33} = 1/2.$$

Таким образом, критериальное программирование позволяет вычислить все параметры экономического варианта $[x_3, u(x_3)]$, когда на изменения параметров не накладывается никаких ограничений. Однако методы критериального программирования в некоторых случаях дают возможность найти минимум и при наличии функциональных ограничений, накладываемых на изменение оптимизируемых параметров. Причем эти ограничения могут быть более общего плана, чем те, которые рассматривались в § 3-17. Покажем эту возможность первоначально на конкретном примере, а затем дадим общую теорию.

Требуется минимизировать функцию

$$u(x) = A_1/(x_1 x_2 x_3) + A_2 x_2 x_3 \quad (3-178)$$

при условии, что параметры x_1, x_2, x_3 должны удовлетворять ограничению

$$A_3 x_1 x_3 + A_4 x_1 x_2 \leq 1. \quad (3-179)$$

Чтобы решить эту задачу, необходимо прежде всего записать геометрическое неравенство (3-165а) в более общей форме, в которой удельные веса слагаемых u_i , т. е. критерии подобия π_i , не нормализованы. Обозначим ненормализованные веса через $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m$, а их сумму через λ :

$$\lambda = \Delta_1 + \dots + \Delta_m.$$

Чтобы нормализовать веса, необходимо последнее уравнение разделить на λ :

$$1 = \frac{\Delta_1}{\lambda} + \dots + \frac{\Delta_m}{\lambda}.$$

Числа Δ_i/λ есть не что иное, как нормализованные веса слагаемых исходного уравнения:

$$\Delta_i/\lambda = \pi_i, \quad i = \begin{vmatrix} m \\ 1 \end{vmatrix}.$$

Если в геометрическом неравенстве (3-165в) заменить π_i через ненормализованные веса Δ_i , то получим

$$u_1 + \dots + u_m \geq \left(\frac{u_1}{\Delta_1}\right)^{\Delta_1/\lambda} \dots \left(\frac{u_m}{\Delta_m}\right)^{\Delta_m/\lambda} \lambda.$$

Данное неравенство удобнее записать в виде

$$(u_1 + \dots + u_m)^\lambda \geq \left(\frac{u_1}{\Delta_1}\right)^{\Delta_1} \dots \left(\frac{u_m}{\Delta_m}\right)^{\Delta_m} \lambda^\lambda. \quad (3-180)$$

Перефразируем исходную задачу в соответствии с полученным неравенством (3-180).

Требуется минимизировать функцию (3-178):

$$u(x) = u_1 + u_2 \quad (3-181)$$

при ограничении (3-179):

$$1 \geq u_3 + u_4. \quad (3-182)$$

В соответствии с неравенством (3-180) условия (3-181) и (3-182) можно представить следующим образом:

$$u(x)^{\lambda_0} \geq \left(\frac{u_1}{\Delta_1}\right)^{\Delta_1} \left(\frac{u_2}{\Delta_2}\right)^{\Delta_2} \lambda_0^{\lambda_0}; \quad (3-183)$$

$$1^{\lambda_1} \geq \left(\frac{u_3}{\Delta_3}\right)^{\Delta_3} \left(\frac{u_4}{\Delta_4}\right)^{\Delta_4} \lambda_1^{\lambda_1}, \quad (3-184)$$

где $\lambda_0 = \Delta_1 + \Delta_2$; $\lambda_1 = \Delta_3 + \Delta_4$.

Перемножив левые и правые части неравенств (3-183) и (3-184), получим

$$u(x)^{\lambda_0} \geq \left(\frac{u_1}{\Delta_1}\right)^{\Delta_1} \left(\frac{u_2}{\Delta_2}\right)^{\Delta_2} \left(\frac{u_3}{\Delta_3}\right)^{\Delta_3} \left(\frac{u_4}{\Delta_4}\right)^{\Delta_4} \lambda_0^{\lambda_0} \lambda_1^{\lambda_1}. \quad (3-185)$$

Неравенство (3-185) справедливо при любом выборе положительных весов Δ_i . Однако в целях упрощения (3-185) удобно на λ_0 наложить ограничение нормировки: $\lambda_0 = 1$. Тогда

$$u(x) \geq \left(\frac{u_1}{\pi_1}\right)^{\pi_1} \left(\frac{u_2}{\pi_2}\right)^{\pi_2} \left(\frac{u_3}{\Delta_3}\right)^{\Delta_3} \left(\frac{u_4}{\Delta_4}\right)^{\Delta_4} \lambda_1^{\lambda_1}.$$

Переходя к константам A_i , получим

$$u(x) \geq \left(\frac{A_1}{\pi_1}\right)^{\pi_1} \left(\frac{A_2}{\pi_2}\right)^{\pi_2} \left(\frac{A_3}{\Delta_3}\right)^{\Delta_3} \left(\frac{A_4}{\Delta_4}\right)^{\Delta_4} (\Delta_3 + \Delta_4)^{\Delta_3 + \Delta_4} x_1^{D_1} x_2^{D_2} x_3^{D_3},$$

где

$$D_1 = -\pi_1 + \Delta_3 + \Delta_4; \quad D_2 = -\pi_1 + \pi_2 + \Delta_4; \quad D_3 = -\pi_1 + \pi_2 + \Delta_3.$$

Если бы все D_i были бы равны нулю, т. е. если бы критерии $\pi_1, \pi_2, \Delta_3, \Delta_4$ удовлетворяли условию ортогональности, то

$$u(x) \geq \left(\frac{A_1}{\pi_1}\right)^{\pi_1} \left(\frac{A_2}{\pi_2}\right)^{\pi_2} \left(\frac{A_3}{\Delta_3}\right)^{\Delta_3} \left(\frac{A_4}{\Delta_4}\right)^{\Delta_4} (\Delta_3 + \Delta_4)^{\Delta_3 + \Delta_4}. \quad (3-186)$$

Из условий ортогональности и нормировки

$$-\pi_{10} + \Delta_{30} + \Delta_{40} = 0; \quad -\pi_{10} + \pi_{20} + \Delta_{40} = 0;$$

$$-\pi_{10} + \pi_{20} + \Delta_{30} = 0; \quad \pi_{10} + \pi_{20} = 1$$

определим значения критериев подобия:

$$\pi_{10} = 2/3; \quad \pi_{20} = \pi_{30} = \pi_{40} = 1/3.$$

Подстановка последних в (3-186) позволяет определить, например, при

$$A_1 = 40; \quad A_2 = 40; \quad A_3 = 1/2; \quad A_4 = 1/4$$

значение функции

$$\left(\frac{40}{2/3}\right)^{2/3} \left(\frac{40}{1/3}\right)^{1/3} \left(\frac{1/2}{1/3}\right) \left(\frac{1/4}{1/4}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} = 60.$$

Таким образом, минимум функции $u(x_0)$ должен быть не менее 60. В действительности минимум функции равен 60. Однако доказать, что найденное значение $u(x_0)$ дает действительно минимум, нелегко. Для этого требуется использовать более общую теорию, опирающуюся на основную теорему критериального программирования.

§ 3-26. ОСНОВНАЯ И ДВОЙСТВЕННАЯ ЗАДАЧИ

Прежде чем показать, как критериальное программирование позволяет решать оптимизационные задачи с учетом ограничений типа неравенств, сформулируем основную и двойственную задачи критериального программирования.

Основная задача. Найти минимальное значение функции

$$u(x); \quad x = (x_1, \dots, x_n),$$

подчиненной ограничениям

$$x_1 > 0, \quad x_2 > 0, \dots, x_n > 0; \quad (3-187)$$

$$u_1(x) \leq 1, \quad u_2(x) \leq 1, \dots, u_k(x) \leq 1. \quad (3-188)$$

При этом считается, что как минимизируемая функция $u(x)$, так и ограничение $u_t(x)$ выражены обобщенными позиномами (3-155).

Показатели степени α_{ij} оптимизируемых параметров могут быть произвольными действительными числами, но обобщенные константы A_i — только положительными. Минимизируемый позином $u(x)$ называется *основной функцией*, а переменные x_j — *оптимизируемыми параметрами*. Ограничения (3-187) называются *естественными*, а ограничения (3-188) — *вынужденными*. Совместно оба ограничения будут основными ограничениями.

Основной задаче критериального программирования ставится в соответствие двойственная задача.

Двойственная задача. Найти максимальное значение мультипликативной функции

$$D(\pi), \quad \pi = (\pi_1, \dots, \pi_m),$$

подчиненной ограничениям

$$\pi_1 > 0, \quad \pi_2 > 0, \dots, \pi_m > 0; \quad (3-189)$$

$$\sum_{i \in J[0]} \pi_i = 1; \quad (3-190)$$

$$\sum_{i \in J[t]} \alpha_{ij} \pi_i = 0, \quad j = \overline{1}^n, \quad t = \overline{1}^k. \quad (3-191)$$

Мультипликативная функция

$$D(\pi) = \left[\prod_{i=1}^m \left(\frac{A_i}{\pi_i} \right)^{\pi_i} \right] \prod_{t=1}^k [\lambda_t(\pi)]^{\lambda_t(\pi)}, \quad (3-192)$$

где

$$\lambda_t(\pi) = \sum_{i \in J[t]} \pi_i.$$

Величины A_i считаются положительными, а коэффициенты α_{ij} — действительными числами.

Функция $D(\pi)$ называется *двойственной функцией*, а переменные π_i — *двойственными переменными*. Ограничения (3-189) называются *условием положительности*, (3-190) — *условием нормировки*, (3-191) — *условием ортогональности*. Совместно эти условия образуют двойственные ограничения.

В критериальном программировании принято считать, что задача (основная или двойственная) является совместной, если существует, по крайней мере, одна точка (вектор), удовлетворяющая всем ограничениям. Говорят, что основная задача A является *сильно совместной*, если существует, по крайней мере, один вектор x , имеющий положительные константы и удовлетворяющий условию

$$u_t(x) < 1.$$

Основная задача может быть совместной, не будучи сильно совместной, но каждая сильно совместная задача совместна.

§ 3-27. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА КРИТЕРИАЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Можно доказать, что в основной и двойственной задачах при некоторых условиях, накладываемых на выбор переменных π_i , минимум основной функции совпадает с максимумом двойственной функции. Это доказывается основной теоремой критериального программирования, которая формулируется следующим образом*.

Предположим, что основная задача является сильно совместной и что основная функция $u(x)$ принимает минимальное значение в точке, удовлетворяющей основным ограничениям. Тогда:

1) соответствующая двойственная задача является совместной и двойственная функция $D(\pi)$ достигает максимального значения в точке, удовлетворяющей двойственным ограничениям;

2) максимальное значение [при ограничениях двойственной функции $D(\pi)$] равно минимальному значению (также при ограничениях) основной функции $u(x)$;

3) если x_0 является оптимальной точкой основной задачи, то существуют такие неотрицательные множители Лагранжа μ_{0t} , $t = \overline{1}^k$,

* Доказательство основной теоремы приведено в [Л. 3].

что функция Лагранжа

$$L(x, \mu) = u(x) + \sum_{t=1}^k \mu_t [u_t(x) - 1] \quad (3-193)$$

обладает свойством

$$L(x_0, \mu) \leq u(x_0) = L(x_0, \mu_0) \leq L(x, \mu_0) \quad (3-194)$$

для произвольных $x_{j0} > 0$ и произвольных $\mu_t > 0$. Кроме того, существует максимизирующий вектор π_0 для двойственной задачи с компонентами

$$\pi_0 = \begin{cases} A_i x_1^{a_{i1}}, \dots, x_n^{a_{in}}, & i \in J[0]; \\ \mu_t A_i x_1^{a_{i1}}, \dots, x_n^{a_{in}}, & i \in J[t], \end{cases} \quad (3-195)$$

где $x = x_0$ и $\mu_t = \mu_{0t}$.

Кроме того,

$$\lambda_t(\pi_0) = \mu_{0t} / u(x_0), \quad t = \overline{1, k}; \quad (3-196)$$

4) если π_0 является максимизирующей точкой двойственной задачи, то каждая максимизирующая точка x_0 основной задачи удовлетворяет системе уравнений:

$$A_i x_{10}^{a_{i1}}, \dots, x_{n0}^{a_{in}} = \begin{cases} \pi_{i0} D(\pi_0), & i \in J[0]; \\ \pi_{i0} / \lambda_t \pi_0, & i \in J[t], \end{cases} \quad (3-197)$$

где t принимает любое положительное целое значение, для которого $\lambda_t(\pi_0) > 0$.

Соотношение (3-195) дает формулы для вычисления максимизирующего вектора π_0 при известном минимизирующем векторе x_0 и соответствующих множителях Лагранжа μ_{0t} . Соотношение (3-197), наоборот, позволяет определить минимизирующий вектор x_0 по известному максимизирующему вектору π_0 и константам A_i . Из рассмотрения (3-196) видно, что числа $\lambda_t(\pi_0)$ с точностью до постоянного множителя являются множителями Лагранжа для основной задачи.

§ 3-28. ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Чтобы уяснить порядок решения задач с ограничениями, рассмотрим следующую задачу. Предположим, что необходимо минимизировать функцию

$$u(x) = 40x_1x_2 + 20x_2x_3$$

при ограничении

$$u_1(x) = \frac{1}{5} x_1^{-1} x_2^{-1/2} + \frac{3}{5} x_2^{-1} x_3^{-2/3} \leq 1.$$

Заметим, что в данную задачу входят четыре слагаемых и три оптимизируемых параметра.

Двойственная функция (3-192) для данной задачи представляется в виде

$$D(\pi_0) = \left(\frac{40}{\pi_{10}} \right)^{\pi_{10}} \left(\frac{20}{\pi_{20}} \right)^{\pi_{20}} \left(\frac{1/5}{\pi_{30}} \right)^{\pi_{30}} \left(\frac{3/5}{\pi_{40}} \right)^{\pi_{40}} (\pi_{30} + \pi_{40})^{\pi_{30} + \pi_{40}}.$$

Запишем условие нормировки (3-190) основных критериев подобия

$$\pi_{10} + \pi_{20} = 1$$

и условие ортогональности (3-191) для всех критериев подобия:

$$\pi_{10} - \pi_{30} = 0; \quad \pi_{10} + \pi_{20} - \frac{1}{2} \pi_{30} - \pi_{40} = 0; \quad \pi_{20} - \frac{2}{3} \pi_{40} = 0.$$

Из полученной линейной системы четырех уравнений с четырьмя неизвестными π_0 определим критерии подобия:

$$\pi_{10} = 1/2; \quad \pi_{20} = 1/2; \quad \pi_{30} = 1/2; \quad \pi_{40} = 3/4.$$

Подставив данные значения критериев подобия в двойственную функцию, найдем

$$D(\pi_0) = 40.$$

Согласно основной теореме минимальное значение функции $u(x_0)$ при учете ограничений будет равно вычисленной двойственной функции:

$$u(x_0) = D(\pi_0) = u(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = 40.$$

Таким образом, не зная x_0 , определили значение функции $u(x_0)$.

Чтобы найти численное значение вектора x_0 , необходимо иметь три уравнения. Согласно заключению четвертой основной теоремы [см. (3-197)] числа π_{10} и π_{20} , умноженные на $D(\pi_0) = u(x_0)$, дают первые и вторые слагаемые минимизируемой функции для оптимального варианта:

$$40x_{10}x_{20} = \frac{1}{2} \cdot 40, \quad 20x_{20}x_{30} = \frac{1}{2} \cdot 40, \quad (3-198)$$

а первый и второй члены ограничения $u_t(x)$ соответственно равны

$$\pi_{30} / (\pi_{30} + \pi_{40}) = 2/5; \quad \pi_{40} / (\pi_{30} + \pi_{40}) = 3/5,$$

т. е. в соответствии с (3-197) получим

$$\frac{1}{5} x_{10}^{-1} x_{20}^{-1/2} = \frac{2}{5}; \quad \frac{3}{5} x_{20}^{-1} x_{30}^{-2/3} = \frac{3}{5}. \quad (3-199)$$

Прологарифмируем систему уравнений (3-198) и (3-199):

$$\begin{aligned} \ln x_{10} + \ln x_{20} &= -\ln 2; \\ \ln x_{20} + \ln x_{30} &= 0; \\ -\ln x_{10} - \frac{1}{2} \ln x_{20} &= \ln 2; \\ -\ln x_{20} - \frac{2}{3} \ln x_{30} &= 0. \end{aligned}$$

В этой линейной системе уравнений, записанных относительно $\ln x_{j0}$, одно уравнение является линейно-зависимым. Решение этой системы дает

$$\ln x_{10} = -\ln 2; \quad \ln x_{20} = 0; \quad \ln x_{30} = 0,$$

поэтому

$$x_{10} = 1/2; \quad x_{20} = 1; \quad x_{30} = 1.$$

Таким образом, оптимальный вариант характеризуется следующими значениями переменных:

$$x_{10} = 1/2; \quad x_{20} = 1; \quad x_{30} = 1; \quad u(x_0) = 40.$$

§ 3-29. МОДИФИЦИРОВАННАЯ ФУНКЦИЯ ЛАГРАНЖА

В § 3-28 показана возможность применения критерияльного анализа для определения оптимальных вариантов при условии, что на оптимизируемые параметры накладываются функциональные ограничения типа неравенств.

Однако исследования показывают, что критериальное программирование можно использовать не для всех технико-экономических моделей, а для таких, у которых так называемая модифицированная функция Лагранжа имеет каноническую форму. Объясним, что это значит.

Будем исходить из того, что минимизируемая функция является позиномом:

$$u(x) = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}, \quad (3-200)$$

а на изменение оптимизируемых параметров наложено k функциональных ограничений, каждое из которых также имеет вид позинома:

$$G_t(x) = \sum_{i \in J[t]} \beta_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}} = 1, \quad t = \overline{1, k}. \quad (3-201)$$

Так как ограничения заданы в форме равенств, то для нахождения оптимального варианта можно использовать метод неопределенных множителей Лагранжа. Для этого запишем функцию Лагранжа

$$L(x) = \left(\sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}} \right) + \sum_{t=1}^k \mu_t \left(\sum_{i \in J[t]} \beta_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}} - 1 \right), \quad (3-202)$$

где μ_t — неопределенные множители Лагранжа.

Запись функции Лагранжа позволяет путем введения множителей μ_t , число которых равно числу ограничений, свести задачу минимизации функции (3-200) при наличии ограничений (3-201) к решению задачи минимизации функции (3-202), но уже без ограничений.

Найденные оптимальные значения параметров должны удовлетворять ограничивающим условиям (3-201), т. е.

$$\sum_{i \in J[t]} \beta_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}} - 1 = 0, \quad t = \overline{1, k},$$

поэтому при оптимальных значениях параметров функция Лагранжа (3-202) дает такое же значение, как и исходная оптимизируемая функция

$$L(x_0) = u(x_0).$$

Функцию Лагранжа (3-202) в целях удобства дальнейших выкладок удобно записать в виде

$$L(x) + \sum_{t=1}^k \mu_t = \sum_{i=1}^m A_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}} + \sum_{t=1}^k \sum_{i \in J[t]} \mu_t \beta_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}. \quad (3-203)$$

Данное преобразование аналогично перенесению постоянных составляющих затрат в левую часть уравнения, как это сделано в

(3-30). Полученное выражение назовем *модифицированной функцией Лагранжа*:

$$\mu(x) = L(x) + \sum_{t=1}^k \mu_t. \quad (3-204)$$

В функции (3-204) число слагаемых равно числу слагаемых минимизируемой функции $u(x)$ плюс число всех слагаемых функциональных ограничений (3-201). Обозначим это число через γ . Тогда модифицированную функцию Лагранжа (3-204) можно записать в виде

$$\mu(x) = \sum_{i=1}^{\gamma} B_i \prod_{j=1}^n x_j^{a_{ij}}. \quad (3-205)$$

Полученная функция отличается от уравнения приведенных затрат (3-16) только некоторыми обозначениями. Поэтому, если эта функция каноническая, то критерии подобия оптимальных вариантов не будут зависеть от численного значения исходных данных B_i и к ней применим весь аппарат критериального анализа канонических уравнений.

Таким образом, критериальный анализ можно использовать и при наличии ограничений, накладываемых на оптимизируемые параметры, но при условии, что модифицированная функция Лагранжа имеет каноническую форму.

Различие в исследовании канонических уравнений приведенных затрат и канонических модифицированных функций Лагранжа заключается в том, что вместо экономического варианта за базисный принимается оптимальный вариант. Это позволяет использовать методы, базирующиеся на теории подобия, не только для нахождения экономически наиболее целесообразного варианта, но и выявления соразмерностей, чувствительности и экономической устойчивости объекта с учетом технических ограничений.

Задачи, для которых модифицированная функция Лагранжа имеет каноническую форму, иногда называют задачами нулевой трудности. Вообще степень трудности p задачи критериального программирования пропорциональна

$$p = \gamma - n - 1.$$

В настоящее время детально разработаны методы решения задач лишь нулевой степени трудности, хотя имеется большая потребность в дальнейшем развитии теории критериального программирования с целью решения задач положительной степени трудности.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛ. 3

1. Е. С. Вентцель. Исследование операций. «Советское радио», 1972.
2. Л. Т. Кузин. Основы кибернетики. «Энергия», 1973.
3. Р. Даффин, Э. Петерсон, К. Зенер. Геометрическое программирование. «Мир», 1972.
4. В. А. Веников. Теория подобия и моделирования применительно к задачам электроэнергетики. «Высшая школа», 1966.

§ 4-1. ПОНЯТИЯ ОБ ИНФОРМАЦИИ И ОРГАНИЗОВАННОСТИ

Информация отражает выделенную сущность, характеристику конкретных вещей и явлений. Слово «информация» (латинское) обозначает сообщение, осведомление о чем-либо.

Понятие информации связано с некоторыми моделями реальных вещей, отражающих их сущность в той степени, в какой это необходимо для практических целей. Такой подход согласуется и с философской концепцией отражения, согласно которой информация отражает как объективно реальные, не зависящие от субъекта, свойства объектов неживой и живой природы, общества, так и свойства познания, мышления.

Таким образом, под информацией следует понимать не сами предметы и процессы, а их существенные и представительные характеристики, определенным образом выделенную сущность явлений материального мира; так, имеются в виду не сами предметы и процессы, а их отображения в виде чисел, формул, описаний, чертежей, символов, образов и других абстрактных характеристик.

С передачей и обработкой информации связаны действия любого автоматического устройства, поведение живого существа, творческая деятельность человека, экономические и социальные преобразования в обществе и сама жизнь. Науку в целом можно рассматривать как сложную, развивающуюся информационную систему, созданную человеком.

Информацию можно различать по областям знаний (биологическая, техническая, экономическая и т. д.), по физической природе восприятия (зрительная, слуховая, вкусовая и др.), по форме проявления в процессах управления (восприятие, распознавание, предсказание, принятие решения и т. п.), а также по метрическим свойствам (параметрическая, топологическая и абстрактная).

К параметрической информации относятся наборы численных оценок значений каких-либо измеряемых параметров, результаты количественных определений при исследовании, анализе, контроле и учете. Параметрической информацией широко пользуются в науке и технике для выражения результатов измерения.

К топологической информации относят геометрические образы, карты местности, различные изображения и объемные объекты.

Топологической информацией удобно выражать образы и ситуации, подлежащие распознаванию.

Абстрактной информацией являются различные математические соотношения, обобщенные образы и понятия. Абстрактной информацией обычно пользуются тогда, когда в теоретических исследованиях нужны отвлечения, обобщения и символизация.

Выделяют следующие фазы обращения информации: генерирование, передача, восприятие, обработка, отображение и потребление. Поскольку материальным носителем информации является сигнал, то цикл обращения информации можно рассматривать и как цикл обращения и преобразования сигналов, несущих информацию.

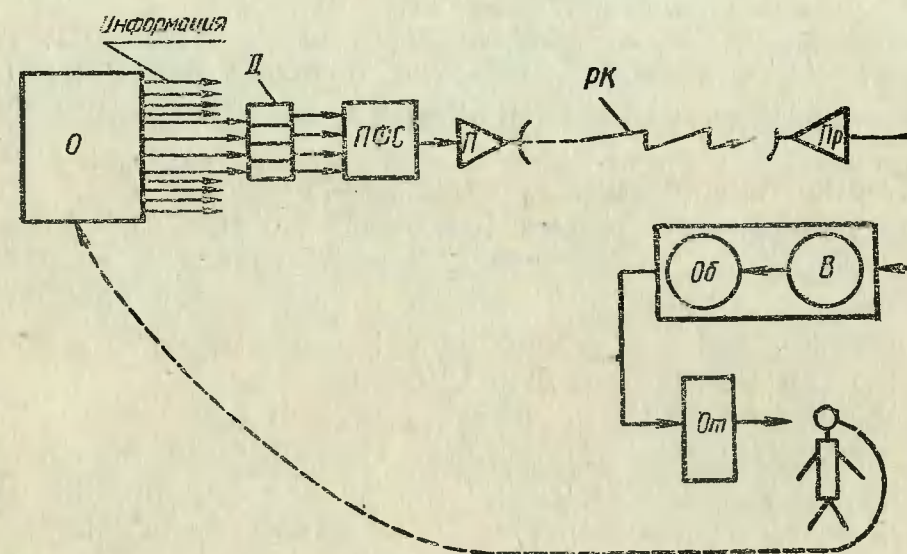


Рис. 4-1

Объект как источник (генератор) информации неисчерпаем. Часть этой информации посредством датчиков превращается в сигналы различной физической природы: механические, оптические, электрические и электромагнитные.

Для примера рассмотрим случай, когда передача сигналов от объекта (О) производится с помощью радиоканала (РК) (рис. 4-1). Сигналы от датчиков (Д) посредством преобразователя формы сигнала (ПФС) превращаются в электрические сигналы, которые модулируют амплитуду, частоту или фазу передатчика (П). На вход приемника (Пр) поступает как полезный сигнал, так и шум. В устройствах восприятия (В) отделяется полезная информация от шума и подготавливается сигнал (нормализация, квантование и т. д.) для последующей его обработки (Об).

Обработка производится с помощью устройств или вычислительных машин, осуществляющих аналоговые или цифровые преобразования поступающих величин и функций (см. рис. 4-1). Промежуточным этапом обработки является хранение информации в запоминающих устройствах, которые могут выполняться на маг-

нитных дисках; ферритовых сердечниках; магнитных барабанах; магнитных лентах; различных картах; реле; электрических, сегнетоэлектрических, электролюминесцентных и криотронных элементах; линиях задержки; диодных и штекерных матрицах.

Устройство отображения (*От*) является важным элементом в «человеко-машинных» системах преобразования информации. Если в контуре управления действует человек (эргатическая система), то для принятия им решения, особенно в условиях ограничения во времени, необходимо оптимальным образом представить условные изображения, содержащие количественные и качественные характеристики обработанной информации. Для этого используются различные устройства: оптические, акустические; цифробуквенные, стрелочные и графические индикаторы; цифровые и графические регистрирующие приборы; электроннолучевые осциллографы; видеодисплей*; мнемонические, плоские и объемные щиты; табло и макеты с встроенными сигнальными и индикаторными элементами.

Потребление информации может происходить в двух формах: простой реализации (исполнения), которая заключается в преобразовании информации в вещественно-энергетические воздействия; содержательном потреблении, которое определяется уровнем обученности потребителя и его способностью использовать полезную информацию для достижения своих целей.

При изучении различных систем, если они достаточно сложны, возникает необходимость упрощения. Информация же выступает как своего рода методологическая основа для упрощения. В этой связи очень показательно высказывание одного из основателей кибернетики У. Р. Эшби, который подчеркнул, что сама по себе теория информации может рассматриваться как форма упрощения, ибо вместо исследования каждой индивидуальной причины в связи с ее индивидуальным следствием — что является классическим элементом научного познания — она смешивает в общую массу все причины и все следствия и связывает лишь два итога.

Понятие энергии в свое время привело к единой и прогрессивной точке зрения на физические явления в природе и технике. По аналогии можно полагать, что понятие информации позволит сформулировать единый подход для анализа качественных и количественных сторон сигнально-мыслительных и контрольно-управляющих процессов.

Если законы преобразования вещества и энергии в настоящее время достаточно хорошо известны, то закономерности получения и преобразования информации еще мало познаны и универсального математического аппарата для описания этих процессов нет. Достаточно сказать, что еще даже нет единого определения самого понятия информации, хотя существует много его трактовок. Здесь будем пользоваться следующей трактовкой информации, отражающей двойственность ее свойств и устанавливающей связь с другим

важным понятием — организованностью: *информация — это один из основных атрибутов материи, выступающая с одной стороны как характеристика организованности материи, а с другой — как средство ее организации.* При этом информация, как средство изменения организованности материи, имеет потенциальный характер, если нет исполнительных органов, реализующих эту информацию в вещественные или (и) энергетические воздействия на материю.

Организованность является одним из фундаментальных свойств всех материальных систем, начиная от атома и кончая большой системой. И это естественно, поскольку всякая реальная система обладает организацией, однако заметим, что не всякая организация выступает как система (система отличается от организации своей отграниченностью от окружающей среды, т. е. критерием в данном случае выступает различие организованности системы и внешней среды). Организованность может характеризовать структуру, состав и свойства систем. Важнейшим видом организованности является целевая организованность — организованность в отношении цели, которая может иметь место только в биологических, социологических и искусственных системах, т. е. в тех системах, функционирование которых обеспечивается процессами управления. Целевая организованность определяется как количеством полезной информации, заключенной в программе поведения, так и мощностью средств организации. Здесь *под средствами организации* будем понимать различные исполнительные механизмы (людские или машинные), которые реализуют программу поведения в действиях, направленных на достижение целей управления, а *под мощностью средств организации* — их потенциальную способность воздействовать на систему.

Организованность как интуитивное понятие получило широкое применение. Однако установившегося формализованного определения организованности в настоящее время еще нет. Имеющиеся определения либо носят философский характер, либо исходят из предпосылки, что организованность можно определять через количества статистической или комбинаторной информации. При таком подходе организованность будет отражать только частный случай из всего многообразия форм проявления организованности в системах.

Поскольку систему, а также ее составляющие элементы необходимо рассматривать с трех позиций — состава, структуры и свойств, то, следовательно, и организованность будет проявляться в трех основных разрезах — в отношении состава, структуры и свойств. Кроме того, внутри этих основных градаций организованность будет проявляться как временная, пространственная, алгоритмическая и статистическая. Она также может быть относительной и абсолютной, внешней и внутренней, целевой и нецелевой.

Организованность, как будет показано далее, является функцией более простых характеристик системы — сложности и упорядоченности.

* Устройства для визуального наблюдения за происходящими процессами.

§ 4-2. ОСНОВНЫЕ КАЧЕСТВЕННЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

В процессах функционирования систем информацию прежде всего следует различать по качественному ее проявлению. Говоря об информации, обычно имеют в виду ее пассивную форму, т. е. лишь отражение свойств систем или явлений. Однако, как уже указывалось, информация может выступать и в другом виде — активном, являясь причиной изменения свойств, структуры или состава системы.

В процессах функционирования систем в дальнейшем будем выделять следующие качественно различные формы проявления информации — осведомляющую I_o , преобразующую $I_{п.}$, преобразо-

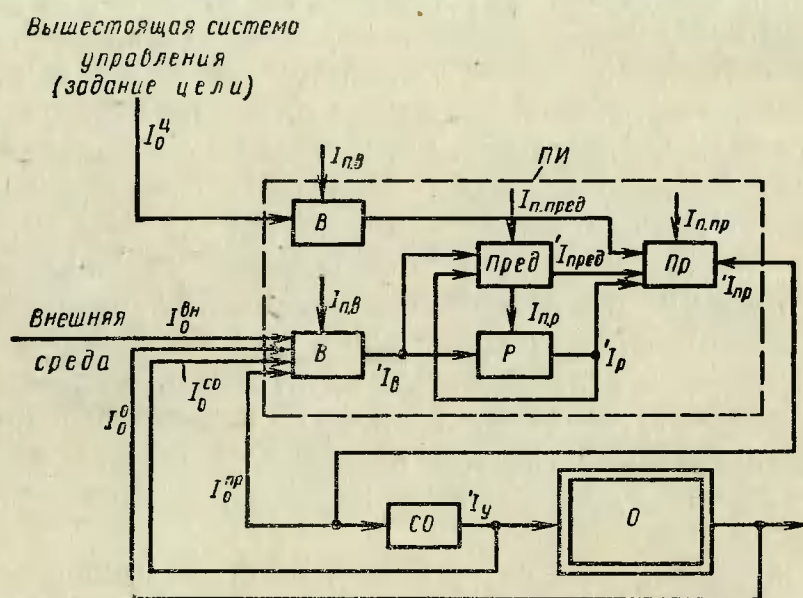


Рис. 4-2

ванную, управляющую I_y . В кибернетических и биологических системах преобразованную информацию целесообразно еще делить на информацию восприятия I_v , распознавания I_p , принятия решения $I_{пр.}$, предсказания $I_{пред}$ и исполнения (реализации средствами организации CO , т. е. I_y). Эти проявления информации показаны на блок-схеме управления (рис. 4-2).

К осведомляющей информации в общем случае следует относить всю информацию об объективных характеристиках свойств, состава и структуры объекта управления (O) I_o^o , а также действующей на него внешней среды — $I_o^{вн.}$ Частным случаем осведомляющей информации является информация о цели функционирования $I_o^ч$, которая в свою очередь может быть как объективной, так и субъективной, а также информация о принятых решениях $I_o^{пр}$ и о действии средств организации $I_o^{с.о.}$

Преобразующая информация $I_{п.в.}$, $I_{п.р.}$, $I_{п.пред.}$, $I_{п.пр}$ характеризует свойства, состав и структуру преобразователя информации ($ПИ$), который в общем случае представляет собой узел управле-

ния, содержащий комплекс людей и машин, действующий в соответствии с заданными целями. В частном случае при информационном анализе $ПИ$ может представляться только используемыми алгоритмами преобразования информации. Преобразующая информация связана с видом преобразования и целью функционирования, так как она является средством извлечения из осведомляющей информации полезной информации (в отношении вида преобразования и последующего ее использования).

Преобразованная информация характеризует осведомляющую информацию, отраженную определенным образом, что обусловливается видом преобразования в элементах преобразователя информации. В зависимости от вида преобразователя преобразованная информация может быть как объективной, так и субъективной. Преобразованная информация всегда связана с видом (задачей) преобразования. Она также связана с целью, причем эта связь осуществляется через показатели той ценности (полезности), которую имеет информация для достижения объективно или субъективно заданных целей.

К управляющей информации следует отнести всю ту информацию, которая реализуется в средствах организации, являясь руководством (причиной) для их действий в отношении изменения управляемого объекта, в общем случае — его свойств, состава и структуры. Преобразованную информацию можно превратить в управляющую, если первую замкнуть на управляемый объект через средства организации. В технических системах роль средств организации, как уже отмечалось, играют исполнительные механизмы. Управляющая информация является целевой, т. е. связанной с целью функционирования системы. Можно сказать, что она является средством оптимизации функционирования системы в отношении заданных целей.

В управлении можно выделить процессы восприятия, распознавания, предсказания, принятия решения, исполнения, и для каждого из этих процессов указать свой вид преобразованной информации. Соответственно с этим информацию восприятия можно представить как характеристику отражения в элементах преобразователя информации (узла восприятия) полезных свойств осведомляющей информации; информацию распознавания — как характеристику отражения ситуаций, определяемых осведомляющей информацией на конечном множестве образов, заданных элементами преобразователя информации (узла распознавания); информацию предсказания — как характеристику состояния или поведения систем, которые с той или иной вероятностью должны иметь место с заданным временем опережения $t_{пред}$ (эта информация отражается на конечном множестве элементов преобразователя информации — узла предсказания); информацию принятия решения — как отражение образов и целей (как текущих, так и предсказываемых) на конечном множестве решений, заданных элементами преобразователя информации (узла принятия решения). Информация управления представляет собой особый вид информации — она яв-

ляется причиной действия средств организации, а через них — и изменения состояния или поведения управляемой системы.

При информационном анализе невольно возникает вопрос об объективности и субъективности информации, об отношении между объектом и субъектом.

В философской литературе под «субъективным» понимается такое суждение об объекте, которое высказывается отдельным субъектом и не соответствует действительности, т. е. тем самым подчеркивается ошибочность и индивидуальность суждения субъекта. При этом под «субъектом» понимается человек, познающий закономерности объективного мира и на этой основе преобразующий его. В последнее время в связи с относительно широким использованием понятия «машинный интеллект» и некоторыми возможностями

моделирования психических типов нервной деятельности и механизма эмоций противопоставление человека машине в информационном плане становится неоправданным и к понятию «субъект» все чаще подходят с кибернетических позиций, полагая, что любую информационную структуру, способную воспринимать информацию от объекта, классифицировать ситуации в нем, предсказывать его поведение и принимать решения, обеспечивающие при воздействии на объект

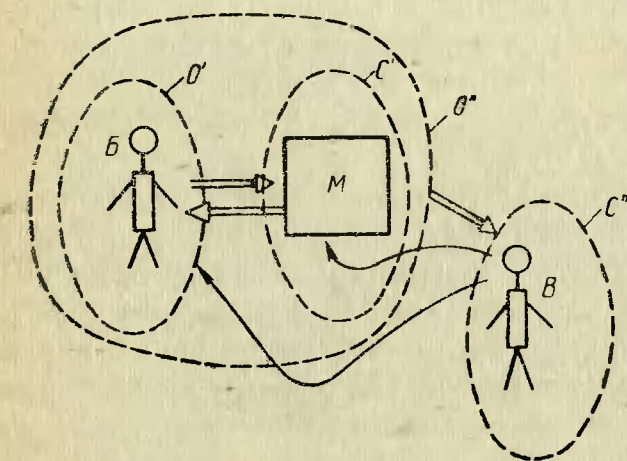


Рис. 4-3

результативность в отношении достижения цели, можно считать субъектом. Таким образом, понятие «субъект» перестает быть прерогативой человека и в известной мере становится относительным.

В качестве примера рассмотрим случай, когда объектом является больной, а субъектом — система диагностики и выбора программ лечения*. Если эта система работает как автоматическая, то в качестве субъекта выступает машина. Практически такая система всегда будет работать под контролем врача, для которого объектом является и больной, и машина (рис. 4-3). Здесь, вероятно, целесообразно использовать понятия объектов и субъектов первого и второго порядка. В символическом виде отношения между больным (B), машиной (M) и врачом (V) можно представить в виде

$O'(B) \rightarrow C'(M); O''(B, M) \rightarrow C''(V)$, где $O''(B, M) = O'(B) + C'(M)$.

В общем случае возможно четыре основных случая обмена информацией между машиной (M) и человеком (Ч) — отношения между объектом и субъектом:

* Аналогично можно подойти к диагностике повреждений в электрической системе.

$$O(Ч) \rightarrow C(M); O(M) \rightarrow C(M); O(Ч) \rightarrow C(Ч); O(M) \rightarrow C(Ч).$$

Каждый субъект имеет свою индивидуальность, хотя бы в силу того, что системы со сложной структурой всегда будут обладать той или иной степенью различия. Кроме того, решения, принимаемые субъектом, всегда будут отличаться от оптимальных, так как для субъекта объект всегда лишь частично познаваем, частично наблюдаем и частично управляем. Однако степень субъективности может быть разной и только в том случае, когда эта степень является существенной с точки зрения информационного процесса, целесообразно говорить о субъективности информации или субъективности цели (о субъективности цели см. § 4-8).

§ 4-3. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

При вероятностном подходе информация рассматривается как сообщение об исходе случайных событий. Чем больше неопределенность события, тем больше свобода выбора при образовании сообщения и тем больше информации оно должно содержать. Сообщения о часто встречающихся событиях, вероятность появления которых стремится к единице, мало информативны, также как и сообщения о том, что не произошло событие, появление которого почти невозможно, т. е. априорная вероятность его появления близка к нулю, или, можно сказать, вероятность антисобытия близка к единице. Событие и антисобытие составляют одно двоичное однопредметное событие. Например, линия электропередачи повреждена — событие, не повреждена — антисобытие. Однопредметное событие может происходить с вероятностью $p=0 \div 1$ или, соответственно, не происходить с вероятностью $q=1-p$. События можно также рассматривать как n возможных исходов некоторого опыта, причем все исходы составляют ансамбль или полную группу несовместимых событий, сумма вероятностей которых

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

Заметим, что в ансамбле обязательно должно реализоваться одно из событий.

Энтропия ансамбля есть количественная мера его неопределенности при неизменности вероятностей событий. По Шеннону энтропия количественно выражается как средняя функция множества вероятностей каждого из возможных исходов опыта.

Пусть при N испытаниях возможно k разных исходов опыта. Количество информации в каждом i -м исходе будет зависеть от априорной вероятности появления этого исхода и выражаться в двоичных единицах (битах):

$$I_i = \log_2 \frac{1}{p_i} = -\log_2 p_i. \quad (4-1)$$

Если $N \gg n$, то каждый i -й исход в процессе всех испытаний должен повториться n_i раз. Тогда средняя информация, получаемая от одного испытания,

$$I_{\text{ср}} = \frac{n_1 I_1 + n_2 I_2 + \dots + n_k I_k}{N} = \frac{n_1}{N} (-\log_2 p_1) + \frac{n_2}{N} (-\log_2 p_2) + \dots + \frac{n_k}{N} (-\log_2 p_k). \quad (4-2)$$

Поскольку n_i/N представляет собой частоту повторения отдельных исходов, то, заменяя в (4-2) n_i/N вероятностью p_i , получим выражение для энтропии

$$H = I_{\text{ср}} = - \sum_{i=1}^k p_i \log_2 p_i. \quad (4-3)$$

Энтропия — всегда неотрицательная величина и равна нулю в том случае, когда вероятность одного события равна единице, а всех остальных — нулю, т. е. когда все известно заранее и результат испытания не приносит никакой новой информации. Энтропия имеет наибольшее значение тогда, когда все вероятности равны между собой:

$$p_1 = p_2 = \dots = p_k = 1/k.$$

В этом случае значение энтропии совпадает с аддитивной логарифмической мерой Хартли:

$$H = \log k. \quad (4-4)$$

В задачах управления часто бывает необходимо оценить взаимное количество информации, например, между сигналами, действующими на входе объекта $x_1, x_2, \dots, x_m$ и имеющими соответственно вероятности $p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_m)$, и значениями некоторого контролируемого выходного параметра $y_1, y_2, \dots, y_m$, имеющими вероятности $p(y_1), p(y_2), \dots, p(y_m)$.

Если вход и выход объекта между собой коррелированы, то взаимно статистическую связь между ними можно выразить с помощью условных вероятностей. Так, для заданного сигнала x_i вероятности появления значений y будут определяться условными вероятностями $p(y_1/x_i), p(y_2/x_i), \dots, p(y_j/x_i), \dots, p(y_m/x_i)$, где $p(y_j/x_i) = p(x_i, y_j) / p(x_i)$.

Частная (в отношении сигнала x_i) условная энтропия

$$H(Y/x_i) = - \sum_{j=1}^m p(y_j/x_i) \log (y_j/x_i). \quad (4-5)$$

Средняя энтропия для всех входных сигналов x :

$$H(Y/X) = - \sum_{i=1}^m p(x_i) H(Y/x_i), \quad (4-6)$$

или в развернутом виде

$$H(Y/X) = - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m p(x_i, y_j) \log p(y_j/x_i). \quad (4-7)$$

Очевидно, что при сильной корреляции сигналу x_i будет соответствовать определенное значение выходного параметра, например y_j . Тогда

$$p(y_j/x_i) = 1; \quad p(y_1/x_i) = p(y_2/x_i) = \dots = p(y_m/x_i) = 0.$$

В этом случае $H(Y/X) = H(X/Y)$, а количество взаимной информации равно безусловной энтропии

$$I(X \cdot Y) = H(X \cdot Y) = H(X) = H(Y),$$

где безусловная энтропия ансамбля X

$$H(X) = - \sum_{i=1}^m p(x_i) \log p(x_i), \quad (4-8)$$

а безусловная энтропия ансамбля Y

$$H(Y) = - \sum_{j=1}^m p(y_j) \log p(y_j). \quad (4-9)$$

Мерой неопределенности сложного явления служит совместная энтропия

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X \cdot Y). \quad (4-10)$$

В свою очередь взаимная энтропия

$$H(X \cdot Y) = H(X) - H(X/Y) = H(Y) - H(Y/X). \quad (4-11)$$

Если X и Y некоррелированы, то, очевидно,

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y).$$

Количество информации только тогда равно энтропии, когда неопределенность объекта (ситуации) полностью устраняется после получения сообщения. В противном случае количество информации в сообщении будет равно разности между начальной энтропией, т. е. до получения сообщения (H_d), и конечной энтропией, которая осталась после получения сообщения H_n :

$$I = H_d - H_n. \quad (4-12)$$

Для согласования канала связи, оптимизации кодирования сигналов, выбора точности устройств отображения информации используются выражением, характеризующим относительную избыточность

$$D = 1 - H/H_{\text{макс}}. \quad (4-13)$$

Для иллюстрации рассмотрим пример. Система отображения на электроннолучевой трубке позволяет представлять контролируемый процесс по вертикали 1024 уровнями (квантами). Однако практически диапазон изменения контролируемого параметра не превышает 128 квантов. Здесь $N_{\text{макс}} = \log_2 1024 = 10 \text{ бит}$, а $N = \log_2 128 = 7 \text{ бит}$. При этом избыточность системы отображения

$$D = 1 - 7/10 = 0,3.$$

Контролируемые параметры всегда измеряются с некоторым приближением, обусловленным степенью точности соответствующего датчика информации. Следовательно, точность измерительного прибора должна быть согласована с заданной погрешностью измерения.

Допустим, что задана абсолютная погрешность измерения $\pm \sigma$ и разрешающая способность прибора

$$\Delta y = 2\sigma.$$

При величине полного диапазона измерений $y_{\text{макс}} - y_{\text{мин}}$ конечное число дискретных значений

$$n = (y_{\text{макс}} - y_{\text{мин}}) / \Delta y + 1. \quad (4-14)$$

При равной вероятности появления всех дискретных значений y информационное содержание в каждом отсчете на приборе

$$I = \log_2 n. \quad (4-15)$$

Если прибор цифровой (для простоты с двоичным кодированием), то число его разрядов N , обеспечивающее заданное значение Δy , должно удовлетворять условию

$$N \geq I.$$

Пропускная способность прибора по объему информации (бит/сек)

$$C = \frac{1}{T} \log_2 n, \quad (4-16)$$

где T — постоянная времени прибора.

При заданном значении Δy наименьший интервал времени, допустимый в процессе измерения y ,

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{(dy/dt)_{\text{макс}}}, \quad (4-17)$$

где $(dy/dt)_{\text{макс}}$ — максимальная скорость измерения параметра.

Минимальная частота (бит/сек), с которой в этом случае можно производить измерения

$$f = 1/\Delta t. \quad (4-18)$$

§ 4-4. ИЕРАРХИЯ ЗАДАЧ, ЦЕЛЕЙ, АЛГОРИТМОВ И УЗЛОВ УПРАВЛЕНИЯ

Если большая система функционирует, то это прежде всего означает, что в ее узлах управления (информационных узлах) решается множество определенных задач управления и при этом с той или иной точностью обеспечивается достижение заданных целей и подцелей.

Остановимся на самих понятиях «задача», «цель» и «подцель» и рассмотрим их относительно друг друга.

Задачу в самом общем виде можно рассматривать как преодоление противоречий. Одна часть задач в системе решается в процессе формирования управления системой или последующего его совершенствования; эти задачи выполняются разработчиками системы — системщиками, или, как их еще называют, операционалистами. В их функции входит проведение операции по изучению системы и выбору алгоритмов управления и целей для операторов и автоматических систем. Другая часть задач решается операторами и автоматическими системами в процессе осуществления самого управления.

По характеру противоречий задачи качественно делятся на пять основных типов (используемые ниже названия носят условный характер):

1) задачи синтеза — когда при заданных исходных данных и идеализированной (суммарной) цели в условиях ограничений по времени и по ресурсам, накладываемых на проведение операций, требуется найти алгоритм, который является решением задачи;

2) прямые задачи — когда известны исходные данные, задан алгоритм и практическая реально выполняемая цель, а решением задачи в условиях ограничений по времени и по ресурсам, накладываемых на само управление, является получение результата, приближающегося к цели управления (совпадение с целью может иметь место только при оптимальных исходных данных и оптимальном алгоритме);

3) обратные задачи — когда известны цель, алгоритм и в условиях ограничений по времени и по ресурсам, накладываемых на проведение операции, надо определить исходные данные, при которых происходит достижение цели (в качестве исходных данных могут выступать, например, подцели, управляющие воздействия и т. д.);

4) задачи анализа — когда известны результаты решения одной из перечисленных выше задач и в условиях ограничений по времени и по ресурсам, накладываемых на проведение операции, эти результаты надо сопоставить с заданными результатами эталонного решения задачи; если окажется, что полученная разница превышает допустимую, то необходимо определить методы для ее снижения;

5) задачи конструирования — когда в условиях проведения операции известны исходные данные, алгоритм достижения цели и

сама «идеализированная» цель и решением задачи является упрощение алгоритма и формирование «практической» цели за счет отбрасывания несущественных факторов, введения косвенных критериев и т. д. Это нужно для того, чтобы достаточно хорошо решать прямую задачу непосредственно в условиях управления, когда действуют более жесткие ограничения по времени и ресурсам и имеется меньшее число наблюдаемых параметров.

При создании системы управления операционалистами (группой по проведению операций) решаются 1, 3, 5-я задачи, а при оптимизации системы управления — 4-я задача; оператор и автоматические системы решают 2-ю задачу. Здесь рассматриваются только задачи

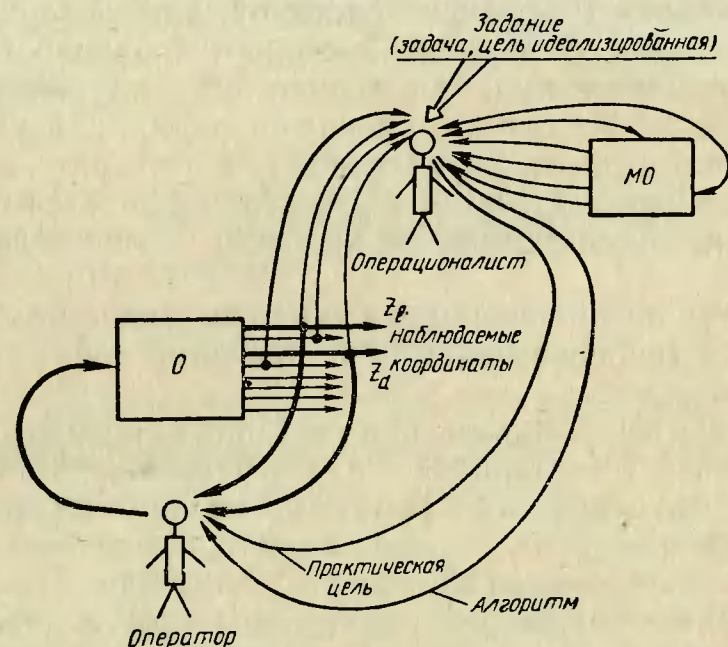


Рис. 4-4

функционирования системы; примерно так же формулируются и задачи развития системы, однако при этом в исходные данные, алгоритм и цели вкладывается другое содержание, а вместо оператора выступают исполнители (разработчики, конструкторы, монтажники, строители и т. д.), которые непосредственно осуществляют развитие системы.

Для пояснения отношения между операционалистом и оператором (автоматической системой) рассмотрим рис. 4-4.

Операционалист в соответствии с имеющейся иерархией задач, которые надо решать, получает задание — задачу, идеализированную цель, ограничения, действующие во время проведения операции и ресурсы. В результате проведения операции он должен, во-первых, оценить внутренние и внешние условия, определить альтернативные алгоритмы достижения цели и выбрать оптимальный; во-вторых, сформулировать практическую цель и выбрать наилучший алгоритм для оператора с учетом его возможностей и ограничений, накладываемых на управление.

Например, задачу и идеализированную цель можно формулировать так: необходимо найти такой комплексный алгоритм управления, который при всех возможных ситуациях в электрической системе, определяемых диапазоном изменения основных параметров $x_1, x_2, \dots, x_m$ и заданными максимальными возмущениями $F_{1\text{макс}}, F_{2\text{макс}}, \dots, F_{k\text{макс}}$, обеспечивал бы функционирование, удовлетворяющее критериям качества $W_1, W_2, \dots, W_n$. Здесь идеализированной целью является область в пространстве критериев $W_1, W_2, \dots, W_n$.

При решении задачи операционалист, помимо наблюдаемых координат системы, может использовать различную дополнительную информацию, получаемую, например, из анализа статистических данных или, как это показано на рис. 4-4, из исследований на модели объекта МО. Ресурсы операционалиста не ограничиваются той аппаратурой, которой будет пользоваться оператор, он может широко использовать вычислительную технику; кроме того, допустимое время проведения операции неизмеримо больше, чем время, за которое должен принимать решение оператор.

Учитывая ограничения, с которыми работает оператор, на основе уже найденного алгоритма управления и идеализированной цели операционалист устанавливает наилучший алгоритм работы оператора и формирует ему практическую цель. В нашем примере практическую цель можно представить как некоторую область в пространстве наблюдаемых координат Z_l, Z_d . Практическая цель здесь выступает как отображение в пространстве Z идеализированной цели, находящейся в пространстве W . Такая цель представляет собой своеобразную мишень, в которую должен попадать оператор изображающей точкой, являющейся решением периодически повторяющейся задачи оперативного управления.

Таким образом, достижение той или иной цели происходит в результате решения определенной задачи функционирования. При этом исходные условия можно интерпретировать как подцели достигаемой цели. Эти условия могут быть заданы в математической, логической или любой другой форме. Выполнение исходных условий означает возможность достижения цели. Причем в одних случаях цель будет автоматически достигаться при выполнении подцелей, а в других случаях для этого потребуются еще дополнительные усилия (информационные и вещественно-энергетические).

Задачи, цели и подцели, а также алгоритм являются своеобразными элементами, определяющими для узлов управления стратегию управления. Причем содержательную характеристику каждого из этих элементов можно сформулировать как ответы на вопросы: задача — «что надо сделать?»; цель — «какой должен быть результат?»; подцели — «при каких условиях?»; алгоритм — «как надо делать?».

В большой системе как задачи, цели и алгоритмы, так и узлы управления составляют сложные совокупности, которые сами представляют своеобразные системы, например, систему задач или систему целей. Эти системы состоят из иерархически связанных между собой подсистем (элементов). Членение системы на элементы мо-

жет осуществляться различными способами, соответственно будет и различное число подсистем. В результате членения системы на подсистемы с учетом их иерархической зависимости образуется дерево системы, имеющее определенное число уровней — рангов (рис. 4-5).

Функционирование большой системы будет определяться деревом задач, которые должны решаться на всех уровнях управления системой. Исходя из требований, предъявляемых к качеству управления, формируется дерево целей управления. Причем надо учесть, что одной задаче может соответствовать несколько целей, которые должны достигаться в процессе управления.

Если не формулируется никаких количественных условий, целью является само выполнение поставленной задачи, а результаты реализации не поддаются количественной оценке, то цель и задача как бы сливаются.

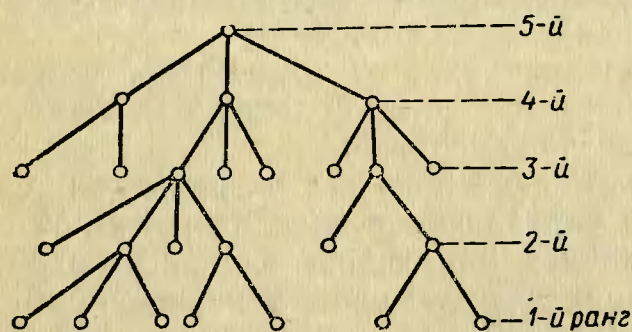


Рис. 4-5

Качественно цели могут разделяться на цели состава, свойств и структуры. В первом случае целью является выявление

состава всех элементов, образующих систему, или выявление элементов, влияющих на поведение системы. Во втором случае цель — это определение структуры связи между элементами системы или выполняемых действий. В третьем случае цель — это установление различных характеристик — временных, пространственных и других, отражающих свойства системы или выполняемых действий, которые надо обеспечивать.

Функционирование всей системы как единого целого определяется одной или несколькими «глобальными» (главными) целями. Глобальные цели и связанные с ними подцели образуют иерархическое дерево. Если глобальную цель представить стволом дерева, то подцели будут являться его ветвями.

Наличие у рассматриваемой системы нескольких глобальных целей означает, что в соответствующей этой системе иерархии целей невозможно сформулировать одну единственную глобальную цель. Это, однако, не исключает, что существует более высокая система с более высокой целью, подцелями которой будут являться рассматриваемые глобальные цели. При этом в рассматриваемой системе глобальные цели могут быть независимыми или даже противоречивыми.

Иерархии задач и иерархии целей должна соответствовать иерархия алгоритмов, формулируемых в виде математических, логических и словесных сводов правил, ориентированных на достижение «своих» целей. «Своих» в том смысле, что каждый из алгоритмов должен в этой иерархии с той или иной точностью

обеспечивать достижение одной или нескольких связанных с ним целей.

Реализация всей этой иерархии алгоритмов осуществляется различными автоматическими регуляторами, вычислительными машинами и людьми — операторами, пространственно сосредоточенными в узлах управления на различных иерархических уровнях. Таким образом, иерархия узлов управления материализует в своих функциях три первые иерархии — задач, целей и алгоритмов.

При этом достижение глобальных целей обеспечивается высшими уровнями иерархии управления, а нижестоящих целей — узлами

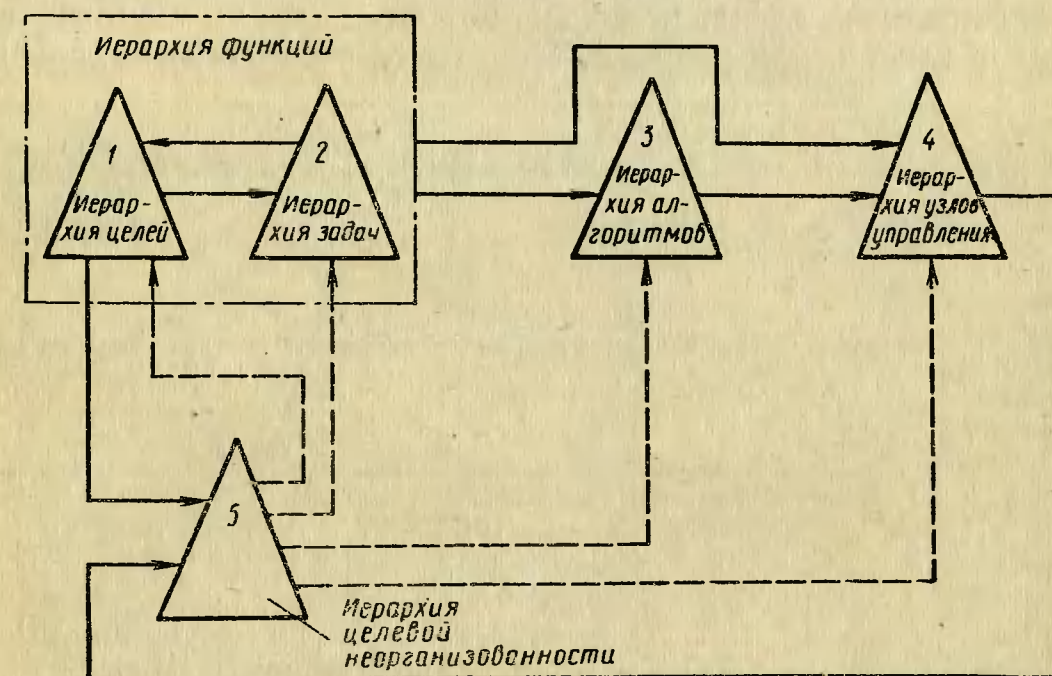


Рис. 4-6

управления, находящимися на более низких уровнях. Каждый узел, входящий в иерархию управления, своей работой обеспечивает достижение одной или нескольких целей, что в конечном счете способствует достижению глобальной цели.

Качество работы узла управления можно представить как некоторую функцию от рассогласования между целью и изображающей точкой в пространстве координат цели, которая будет характеризовать, как в действительности осуществляется управление. Эта функция в § 4-8 будет определена как целевая неорганизованность.

Если определить целевые неорганизованности в отношении каждой из целей, то можно получить иерархию целевой неорганизованности, из которой, в частности, можно определить узкие места в функционировании системы. На рис. 4-6 символически показано отношение между пятью иерархиями, действующими в больших системах. Причем иерархия целевой неорганизованности будет служить своего рода осведомляющей информацией для совершенствования всей системы управления.

Большие системы невозможно представить одной моделью — это должна быть целая иерархия моделей (рис. 4-7), которые различаются по уровню отображаемых явлений. При этом различают четыре основные градации: уровень всей системы, уровень подсистем (в общем случае их может быть несколько), уровень технологических и других узлов, уровень отдельных элементов, входящих в эти узлы, например преобразователей информации (люди, машины, алгоритмы).

Модели можно делить не только по вертикали, но и по горизонтали — на секции, или разрезы (аспекты), исследуемых явлений.

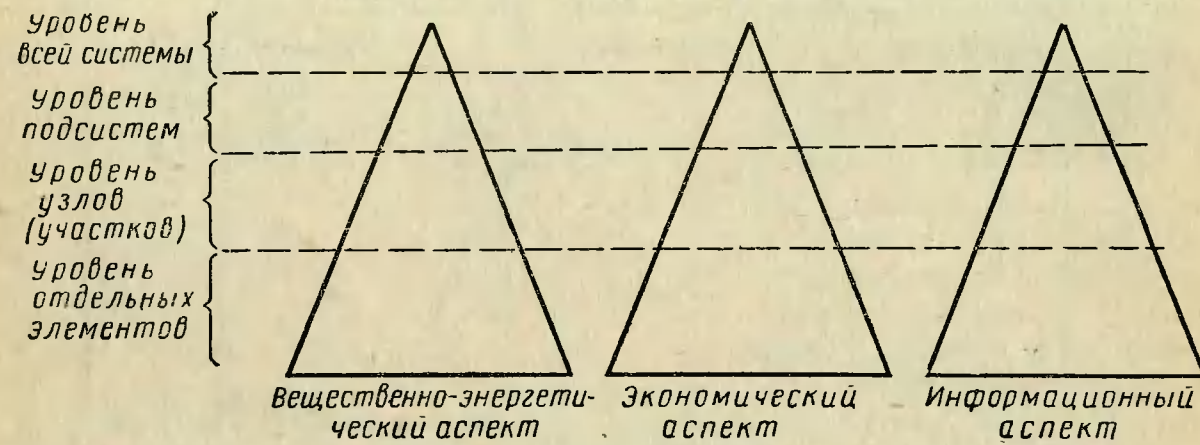


Рис. 4-7

В больших искусственных системах можно выделить три основных аспекта: вещественно-энергетический, экономический и информационный.

Вещественно-энергетический аспект охватывает различные виды вещественных и энергетических связей в исследуемой системе, а также законы и формы преобразования энергии и вещества в процессе функционирования системы. Этот аспект непосредственно касается технологических процессов, происходящих в системе, и связанных с ними явлений.

Экономический аспект исследования больших систем затрагивает вопросы эффективности функционирования и развития системы.

В информационном аспекте система рассматривается с точки зрения управления соответствующими вещественно-энергетическими и экономическими процессами. В этом случае исследуются информационные связи между различными информационными узлами и информационные процессы внутри этих узлов. Причем в зависимости от уровней иерархии информационные узлы могут выступать в качестве управляемых или управляющих.

Все эти аспекты весьма тесно связаны друг с другом, так как являются сторонами одного и того же сложного процесса деятель-

ности системы, поэтому порой очень трудно провести четкую грань между ними.

В случае, когда объектом управления является очень сложный процесс, в котором участвует большое количество людей и оборудования, а система управления представляет собой сложную иерархическую структуру, информационное описание системы выгодно тем, что позволяет выявлять основные закономерности, определяющие функционирование системы как единого целого — закономерности ее жизнедеятельности.

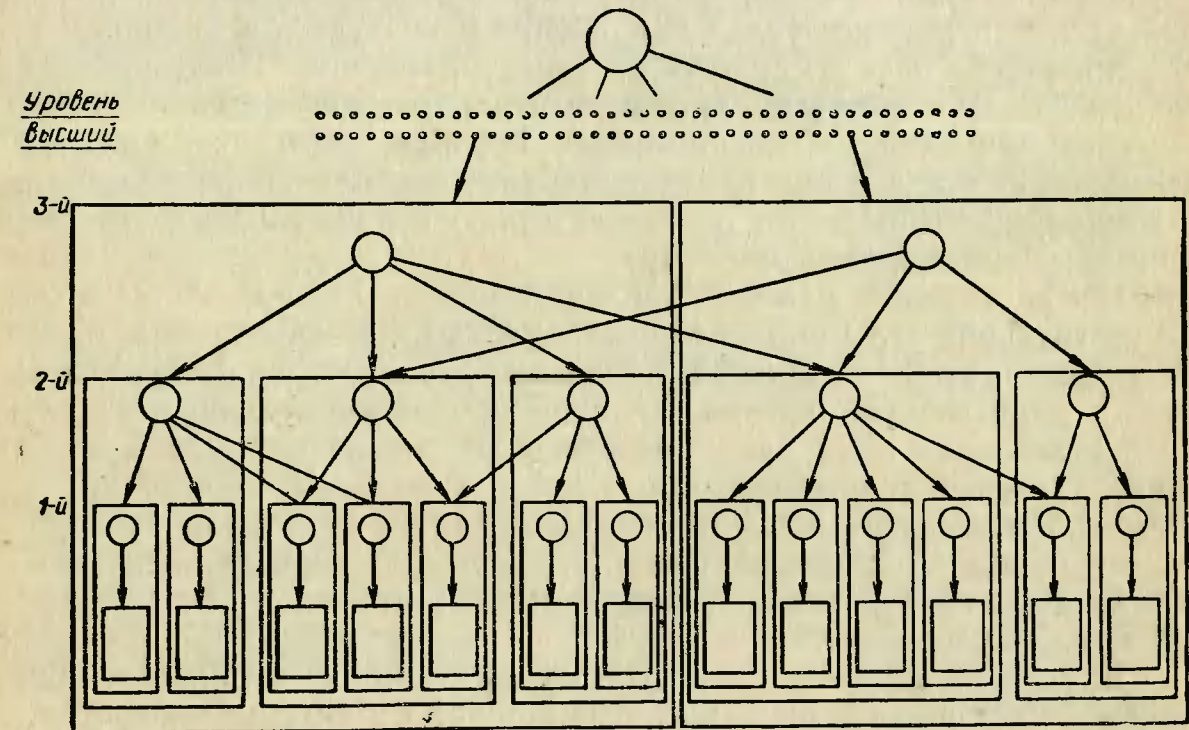


Рис. 4-8

При информационном подходе исследуемая система в наиболее абстрактном виде может быть представлена как иерархическая структура (рис. 4-8). На нижнем уровне такой структуры находятся участки производственного (технологического) процесса (на рисунке обозначены прямоугольниками), управлять которыми призвана данная система управления. На высших уровнях размещаются узлы управления (обозначены кружками), связанные с объектами управления и между собой потоками различной информации (обозначены соединительными линиями).

При такой структуре объектом управления для узла некоторого уровня является совокупность всех подсоединенных к нему снизу узлов, включая и собственно объекты управления. В общем случае один и тот же узел низшего уровня может быть подчинен нескольким узлам более высокого уровня, т. е. структура представляет собой не строгое иерархическое дерево.

Информация, циркулирующая в системе между различными узлами управления и объектами, может проявляться в процессе функ-

ционирования в трех формах: в форме осведомляющей информации, движущейся от объектов управления к соответствующим узлам управления, т. е. снизу вверх по иерархической схеме; в форме управляющей информации, продвигающейся в обратном направлении; в форме преобразующей информации, являющейся информацией о заданных алгоритмах функционирования узлов управления и их отдельных элементов.

Различные участки технологического процесса являются генераторами первичной осведомляющей информации. По мере движения вверх по иерархии эта информация постепенно обобщается, преобразуется в различных узлах управления и поступает в находящийся на вершине иерархии главный узел управления. Этот главный узел, используя полученную осведомительную информацию, генерирует управляющую информацию, которая, двигаясь вниз по иерархическому дереву и детализируясь на различных уровнях, в конце концов поступает на соответствующие исполнительные механизмы (средства организации).

Для достижения целей управления весьма важно, чтобы в соответствующие узлы управления стекалась только необходимая информация и чтобы этой информации было достаточно. Таким образом, в процессе управления функционированием сложных систем на первый план выступают качественные свойства информации и в первую очередь ее смысловые и ценностные характеристики.

Информационное описание больших систем целесообразно проводить на трех уровнях абстракции (табл. 4-1). При анализе весьма сложных систем можно ввести еще один уровень абстракции — уровень подсистемы.

На всех этих уровнях можно проводить анализ с точки зрения информационного состава, информационной структуры и информационных свойств соответствующего уровня.

К составу относятся формы проявления информации, обуславливаемые иерархической структурой управления, а также иерархия целей.

Структура включает в себя, в зависимости от уровня абстракции, структуру передачи и преобразования информации всей системы, структуру преобразования информации внутри узла управления, структуру алгоритма отдельного преобразователя информации.

К свойствам можно отнести неорганизованность функционирования системы в отношении целей; ценность информации, циркулирующей в системе; преобразующие свойства алгоритмов преобразователей информации; динамические характеристики процессов преобразования информации, а также динамические свойства каналов связи.

Управление сложными технологическими процессами, а тем более управление большими системами, всегда ведется при том или ином недостатке информации. Это объясняется тем, что для узлов управления большие системы лишь частично наблюдаемы, частично управляемы, частично познаваемы, а следовательно, и частично

Уровни и разрезы информационного описания

Уровни абстракции	Информационные разрезы		
	Состав	Структура	Свойства
Система	Формы проявления информации с точки зрения иерархии управления; иерархия целей	Структура передачи и преобразования информации (каналы связи и информационные узлы). Программы функционирования системы как единого целого	Неорганизованность функционирования системы в отношении целей системы; количество и ценность информации на входах и выходах информационных узлов; обобщенные преобразующие свойства информационных узлов и их динамические характеристики
Информационные узлы (генераторы и потребители информации), каналы связи	Формы проявления и задачи преобразования информации, иерархия целей внутри узла	То же, в отношении информационного узла или канала связи	То же, в отношении целей информационного узла
Преобразователи информации (люди и машины), потоки информации	То же, в отношении преобразователя информации. Состав информационных потоков	То же, в отношении преобразователя информации или потока информации	То же, в отношении целей преобразователя информации или в отношении отдельных программ, реализуемых преобразователем информации

предсказуемы. С одной стороны, это является следствием значительной сложности состава, структуры и свойств таких систем, а с другой стороны, — очень больших материальных и временных затрат, необходимых для получения полной информации о системе (наблюдать и познавать ее) и полного управления ею.

§ 4-6. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ
В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Наличие сложной информационной структуры, иерархическая зависимость между узлами управления и внутри них, колоссальные по объему перетоки информации по каналам связи и внутри узлов управления, связь информации и процессов ее преобразования с целями (что определяет семантические и прагматические свойства информации), множественность различных по информационным свойствам преобразователей информации (различные по специализации регуляторы, вычислительные устройства

и т. п.; разные по специализации люди, находящиеся в узлах управления) — все это типично для всех больших искусственных систем. В то же время информационные процессы, происходящие в электроэнергетических системах (ЭЭС), имеют свое отличие, определяемое самим технологическим процессом; большой распределенностью системы в пространстве и непрерывностью во времени процесса генерации, передачи, распределения и потребления энергии; статистическим характером изменения нагрузки и возникновения аварийных процессов; высокими требованиями, предъявляемыми к качеству вырабатываемой энергии и особенно к надежности и живучести системы.

Информационная структура ЭЭС формировалась в течение относительно большого исторического периода, часто путем наслоения различных автономных регуляторов, средств защиты, противоаварийной автоматики, средств отображения информации и диспетчерских служб, появление которых вызывалось необходимостью как-то компенсировать недостатки сложившейся структуры управления.

В настоящее время положение изменилось — создана Единая электроэнергетическая система СССР (ЕЭЭС) и начата коренная модернизация всей информационной структуры системы в плане построения АСУ «Энергия», в основу которой положены методы системного анализа и кибернетики, широкое использование вычислительной техники и быстродействующих многоканальных систем связи.

Информационная структура ЕЭЭС. Иерархию управления ЕЭЭС можно представить чертЫрьмя укрупненными уровнями, каждый из которых в принципе может содержать свою внутреннюю иерархию. Ими могут быть уровни управления ЕЭЭС, объединенной ЭЭС, районной ЭЭС, укрупненным объектом — электростанцией, подстанцией (сетевым районом). Указанная иерархия подобна той, которая сейчас существует в ЕЭЭС европейской части СССР и не исключает в дальнейшем внесение некоторых изменений (добавление или исключение отдельных уровней).

Нижний уровень управления, особенно если в качестве объекта управления рассматривается электростанция, имеет наиболее выраженную внутреннюю иерархию управления: диспетчерское управление (приказы на коммутационные переключения, коррекция и контроль работы групповых и автономных систем управления); обобщенное (вторичное) автоматическое управление станцией в нормальных и аварийных режимах (распределение активной и реактивной мощности, регулирование частоты, управление коммутационными операциями, действие противоаварийной автоматики, адаптация настроек нижестоящих регуляторов); групповое комплексное регулирование (возбуждения, скорости); первичное автономное регулирование (возбуждения, скорости); «нулевое» автономное регулирование, обеспечивающее заданное ведение технологического процесса по подготовке энергоносителя и эксплуатации собственных нужд.

Узлы управления в информационной структуре являются, образно говоря, «обществом» операторов (диспетчеров), вычислительных и управляющих машин, аналоговых регуляторов, устройств противоаварийной автоматики и релейной защиты, связанных между собой перетоками осведомляющей и управляющей информации. При этом на высших и средних уровнях иерархии должны получить преимущественное применение цифровые системы переработки информации.

Права и обязанности членов этого своеобразного общества будут определяться задачами управления и ролью его участников в процессе управления. Человек-диспетчер в этом процессе должен осуществлять целенаправленное управление в общестратегическом плане, задавать цели вычислительным и управляющим машинам, контролировать их работу и нести юридическую ответственность. Роль вычислительных и управляющих машин прежде всего заключается в накоплении полезной информации, в ее хранении и переработке с целью прогнозирования, определения оптимальных управляющих воздействий и выдачи рекомендаций человеку-диспетчеру. Роль систем группового и автономного регулирования сводится к выработке оптимальных или близких к оптимальным регулирующим воздействий за очень короткие временные интервалы.

Такое распределение ролей между отдельными системами управления и человеком-диспетчером обуславливается как задачами, решаемыми на отдельных уровнях иерархического управления, так и возможностями человека и машин воспринимать, хранить и перерабатывать информацию по заданным алгоритмам, а также требованиями, предъявляемыми к быстродействию выработки управляющих воздействий, и надежностью функционирования.

Обеспечить оптимальное функционирование сложной системы в условиях изменяющейся внешней среды и внутренней структуры невозможно, исходя только из постоянных (жестких) алгоритмов управления. Эту задачу могут выполнить самоприспосабливающиеся (адаптивные) системы управления. Кроме того, управление таким объектом, как ЭЭС, вследствие ее сложности и распределенности в пространстве всегда будет протекать в условиях недостатка информации. Наиболее действенный метод устранения дефицита информации — это адаптация: внешняя (за счет информации, получаемой от расположенных выше уровней управления) и внутренняя. Последняя может обеспечиваться посредством построения адаптивных систем — «поисковых», реализующих определенные алгоритмы поиска, и «беспоисковых» (аналитических), позволяющих получать необходимую информацию за счет априорной информации и дополнительного анализа режимов управляемой подсистемы. В условиях ограничений, налагаемых на время устранения дефицита информации, важное значение приобретают эвристические методы, а при особо сложных ситуациях или отказах автоматических систем управления — интуиция (опыт) человека-диспетчера.

Структура и свойства информационных потоков. В процессе работы ЭЭС между узлами управления циркулируют информацион-

ные потоки, образуемые осведомительной и управляющей информацией.

В состав осведомительной информации входят сообщения о состоянии и параметрах элементов энергосистемы и режиме (текущие координаты режима энергосистемы), о технико-экономических показателях работы энергосистемы. Управляющая информация содержит задания на выработку электроэнергии, задания на изменения состояния элементов или значений каких-либо параметров режима, а также команды на изменение алгоритма работы узла управления.

Осведомительная и управляющая информации могут генерироваться и потребляться как внутри системы управления, так и вне

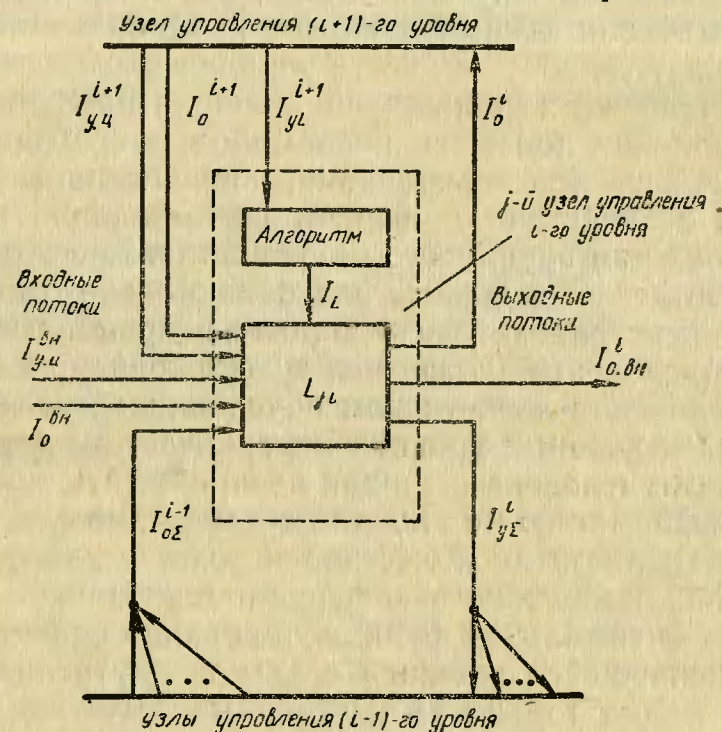


Рис. 4-9

ее, образуя информационные потоки, связывающие систему управления с внешней средой.

На рис. 4-9 показан j -й узел управления i -го уровня, а также входящие и выходящие информационные потоки. На входы узла поступает осведомляющая информация $I_{o\sum}^{i-1}$ от всех примыкающих к нему узлов управления $(i-1)$ -го уровня, осведомляющая информация от внешней среды $I_{o}^{вн}$, управляющая информация от внешней среды $I_{y(i)}^{вн}$, управляющая информация $I_{y,i}^{i+1}$ от узла управления $(i+1)$ -го уровня. В результате преобразования всей этой информации под действием преобразующей информации I_L , заложенной в алгоритме, на выходе узла управления образуются потоки управляющей информации $I_{y\sum}^i$ для узлов $(i-1)$ -го уровня, осведомляющей информации I_o^i для узлов $(i+1)$ -го уровня управления и осведомляющей информации $I_{o,вн}^i$ для внешних систем. От узла $(i+1)$ -го уровня может также поступать управляющая информация I_{yL}^{i+1} , изменяющая алгоритм работы j -го узла управления, и осведомляющая информация I_o^{i+1} , которая не может быть получена на i -м уровне, но вместе с тем является необходимой для принятия решения в j -м узле. Таким образом, управляющая информация в общем случае может быть двух типов: задающая цель и изменяющая, или даже задающая, алгоритм управления.

То, что практически в качестве внешней среды для j -го узла могут выступать узлы управления, находящиеся на том же i -м уровне, что имеется возможность передачи осведомляющей информации от вышестоящих узлов в нижестоящие, а также возможность перекрестных связей, приводит к тому, что информационная структура ЭЭС, строго говоря, является иерархическим графом, который лишь в частном случае сводится к иерархическому дереву.

Всю информацию, образующую внутренние и внешние информационные потоки, можно подразделять, исходя из способов ее использования, на два класса:

- 1) используемую для оперативного управления энергосистемой (оперативная информация);
- 2) используемую для определения технико-экономических показателей работы энергосистемы (технико-экономическая информация).

Оперативную информацию по характеру режима, в котором она генерируется и используется, принято делить на три группы:

- 1) для оперативного управления энергосистемой в нормальном режиме;
- 2) для оперативного управления энергосистемой в аварийном режиме;
- 3) для оптимизации режима в процессе управления энергосистемой.

В нормальном режиме информация используется для поддержания количественных (мощность, вырабатываемая генераторами и передаваемая потребителям) и качественных (величина напряжения у потребителя и частота в системе) показателей.

В аварийном режиме требования поддержания заданных показателей уступают место требованиям сохранения устойчивости энергосистемы, снижения до минимума ущерба из-за нарушения электроснабжения потребителей.

В режиме оптимизации информация используется для определения оптимальных количественных показателей, которые необходимо поддерживать в нормальном режиме. В этом случае оптимизируется некоторый экономический критерий при соблюдении ограничений, налагаемых требованиями надежности электроснабжения и качества электроэнергии.

В каждую из этих групп на любом уровне управления входят следующие информационные потоки:

- а — характеризующие электрические параметры элементов или параметры электрической части режима энергосистемы;

б — характеризующие термодинамические и гидродинамические параметры элементов или режим энергосистемы;

в — характеризующие параметры, косвенным образом влияющие на режим энергосистемы;

г — характеризующие состояние элементов энергосистемы и системы управления.

Рассмотрим составляющие элементы этих потоков.

Поток а — частота в энергосистеме; напряжение в контрольных точках; токи в главных ветвях; активные и реактивные мощности, генерируемые блоками, станциями, энергосистемами; активные, реактивные и обменные мощности, передаваемые по ЛЭП; реактивные мощности, генерируемые синхронными компенсаторами; сопротивления и проводимости ЛЭП; коэффициенты трансформации; реактансы генераторов, линий, синхронных компенсаторов; постоянные времени системы регулирования возбуждения и т. п.

Поток б — такие параметры ТЭС как давление пара, масла и воды; расход топлива и воды; уровень воды в баках; удельная электропроводность воды в котле и конденсаторе; концентрация водородных ионов в технической воде; температура охлаждения масла, температура пароперегревателя и подогревателя; температура подшипников и т. п.

Для АЭС появятся такие показатели как, например, распределение потока нейтронов по радиусу активной зоны реактора; расход ядерного горючего и теплоносителя; температура в контрольных точках реактора; температура теплоносителя и др.

Для ГЭС важно знать расход воды, запас ее в напорных резервуарах; уровень верхнего бьефа и т. п.

Для электростанций всех видов существенны числа оборотов турбины; механические моменты на валу турбин, параметры котлов, паровых и гидравлических турбин и т. п.

Поток в — метеорологические условия в различных районах энергосистемы, прогноз погоды и гидрометеорологические прогнозы, астрономическое и синхронное время и т. п.

Поток г — конфигурация передающей и распределительной сетей; рабочее состояние элементов энергосистемы (линий, трансформаторов, вентиля и т. п.), а также блоков и станций; значение уставок и настроек регуляторов и релейной защиты, положение отпаек трансформаторов, регулируемых под нагрузкой; положение задвижек и т. п.

Скорость генерирования информации различна. В табл. 4-2 приведены ориентировочные значения верхней границы спектра изменения параметра в различных режимах.

Поскольку изменения всех режимных параметров имеют ограниченный спектр, а число контролируемых параметров велико, то в системах оперативного управления в основном осуществляется дискретное измерение параметров (исключение составляют отдельные системы автоматического регулирования и защиты).

По характеру последовательности моментов измерения или контроля дискретные системы подразделяются на программные и

Таблица 4-2

Границы спектра изменения параметра

Тип информационного потока	Режим			Изменения режимных параметров
	аварийный	нормальный	оптимизации	
Поток а — электрические параметры	10 ²	10	10 ⁻¹	Верхняя граница спектра изменения параметра, гц
Поток б — термодинамические параметры	10	1	10 ⁻³	
Поток г — состояние элементов	10	10	10	Максимальное время изменения состояния элементов без учета использования этой информации в системе управления, мсек

спорадические. В первых информация генерируется либо в заранее заданные моменты времени, либо в заранее заданной последовательности от нескольких источников. Во вторых информация генерируется в некоторые случайные моменты времени, определяемые либо источником, либо потребителем информации.

Использование той или иной системы измерения или контроля и связанные с этим вопросы точности и допустимых задержек диктуются главным образом назначением потребителей информации — систем управления — и информативностью параметров с точки зрения их прагматической ценности для достижения целей управления.

Пример информационного анализа структуры и состава системы оперативного управления электростанцией в нормальных режимах*. Технологический процесс выработки электроэнергии на электростанции можно разделить на ряд отдельных стадий, выделив соответствующие блоки оборудования и происходящие в них процессы:

а) преобразование гидроэнергии в электроэнергию — агрегатная часть станции, включая агрегатные устройства собственного расхода;

б) распределение электроэнергии между потребителями станции — главная схема электрических соединений, включая главные трансформаторы;

в) распределение электроэнергии между потребителями собственного расхода станции — схема соединений собственных нужд, включая трансформаторы собственных нужд;

* Используются данные информационных исследований, полученные Б. А. Ореховым на одной из ГЭС.

г) преобразование электроэнергии для общестанционных собственных нужд.

Хотя деление на названные блоки является в большей степени условным, но все же оно полезно для общего представления о процессе управления станцией. На основании такого деления построена блочная иерархическая схема системы оперативного управления (рис. 4-10).

На нижнем уровне блочной схемы (условно назовем его нулевым) изображены объекты управления, которыми являются блоки оборудования: восемь гидроагрегатов ($ГА_1 \div ГА_8$), общестанционные устройства собственного расхода, главная схема соединений и схема соединений собственных нужд. Над каждым из таких объектов находится система управления ($СУ_1 \div СУ_8$) данным объектом (блок управления), выполненная в виде совокупности различных регулирующих устройств и устройств релейной защиты. Блоки управления связаны с объектами потоками осведомляющей информации, идущей снизу вверх, и управляющей информацией, идущей сверху вниз. Эти блоки составляют первый уровень иерархии управления.

На следующем, втором уровне, находится блок общеагрегатных (групповых) СУ, для которого объектами управления являются агрегаты вместе со всеми собственными блоками управления. Информационные потоки связывают этот блок СУ как с самими агрегатами, так и с их управляющими устройствами.

На высшем, третьем, уровне иерархии находится оперативный персонал ОП. Коллектив людей — дежурных и операторов — потребляет всю оперативную информацию о работе станции и выдает по мере необходимости различные управляющие воздействия. Внутри коллектива людей существует определенное распределение обязанностей и строгая подчиненность. Схема, приведенная на рис. 4-10, является укрупненной структурной схемой системы управления, пригодной только для наглядного представления иерархии оперативного управления внутри электростанции. Детализированная схема управления содержит около 100 узлов управления.

В общем случае каждый узел управления потребляет совокупность входных информационных потоков и генерирует совокупность выходных информационных потоков. Потоки информации, входящие в узел управления, могут быть трех видов:

1) осведомляющей информации, представляющей собой объективные характеристики свойств, состава и структуры объектов управления и внешней среды;

2) управляющей информации, поступающей от других, более высоких, уровней управления. Составляющие этого потока представляют собой различные задания и указания относительно показателей процессов, которыми управляет данный узел. Другими словами, этот поток является информацией о целях управления соответствующих узлов, он несет информацию о значениях управляемых параметров, которые нужно обеспечить для поддержания нормального режима работы всей системы;

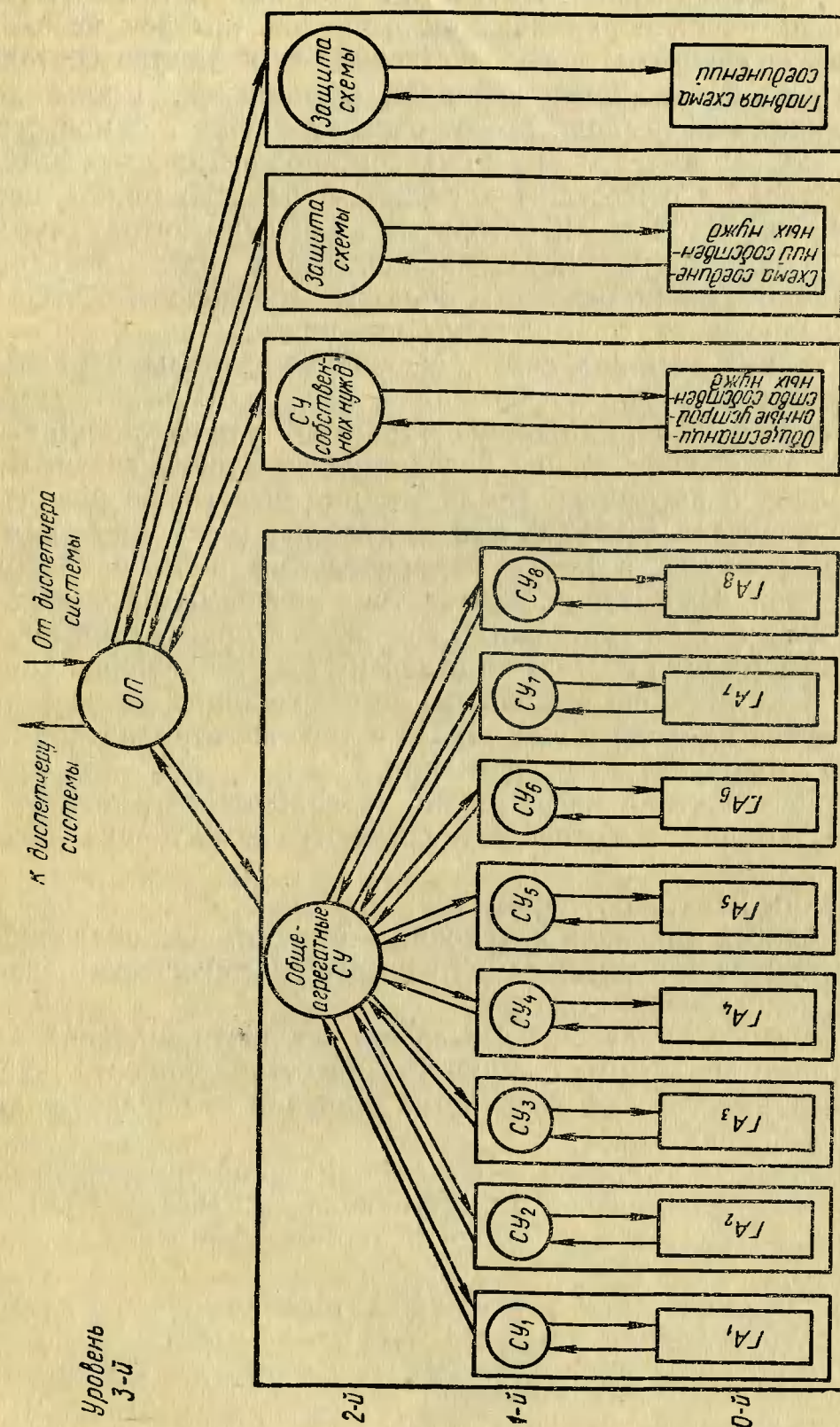


Рис. 4-10

3) преобразующей информации, которая является, по сути дела, также управляющей и представляет собой указания об алгоритмах переработки первых двух входных потоков в выходные. Преобразующая информация может поступать в узел либо с более высоких уровней оперативной иерархии, либо от узлов, которые не входят в оперативную иерархию непосредственно, но являются составными элементами более общей иерархии управления. Кроме того, преобразующая информация может быть заложена в самой структуре узла, как это имеет место в случае наиболее простых автоматических устройств с жестким алгоритмом работы; может поступать в виде информации об алгоритме адаптации автоматических устройств управления; может накапливаться в узле в результате процесса самообучения, если узел обладает способностью отфильтровывать и запоминать полезную информацию.

Конфигурации каналов связи, соединяющих узлы управления вместе с содержательной информацией, передаваемой по этим каналам, образуют информационную структуру электростанции.

Каждый поток информации передается по каналу связи. В качестве каналов в рассматриваемой системе выступают различные устройства передачи сигналов или импульсов, телефонные или телеметрические линии, а также измерительные цепи приборов и цепи вторичной коммутации. Кроме того, информация может поступать в узлы в виде зрительных, звуковых и других образов.

Поток информации состоит из отдельных составляющих. Общим свойством всех этих составляющих, объединяющих их в данный поток, является наличие у них одного и того же отправителя и одного и того же получателя информации.

Для характеристики информации, содержащейся в потоке, составляется таблица, в которой указываются следующие показатели:

- а) единицы измерения параметра;
- б) возможный диапазон изменения — область всех значений параметра, которые допускаются с точки зрения физических закономерностей, действующих в системе;
- в) допустимый диапазон изменения — область значений параметра, которые допустимы с точки зрения безаварийности режима (кроме этого, имеется еще аварийный диапазон — область аварийных значений параметра);
- г) оптимальный диапазон — область значений, являющаяся частью допустимого диапазона и выступающая в качестве цели, т. е. те значения параметра, которые необходимо стремиться все время поддерживать;
- д) порог различимости Δ — шаг квантования, меньше которого рассматривать изменение параметра не имеет смысла;
- е) число значений параметра или число квантов в возможном диапазоне

$$N = D/\Delta,$$

где D — ширина возможного диапазона;

ж) максимальное количество информации, получаемое в результате одного наблюдения или измерения параметров какого-либо элемента. Оно вычисляется на основе меры Хартли:

$$I = m \log_2 N,$$

где m — количество однотипных наблюдаемых элементов.

Кроме того, для каждой составляющей информационного потока указывается способ контроля или измерения и частота поступления в соответствующий узел. Нужно отметить, что о частоте поступления имеет смысл говорить только при режимах управления, когда отсутствуют аварийные ситуации и эксплуатационные изменения режима. Ибо при этом система управления переходит на другую программу сбора информации, и частота и способ контроля изменяются. Можно выделить четыре способа контроля или измерения: непрерывное слежение; периодический контроль; спорадический контроль в моменты времени, определяемые выходом соответствующего параметра за границы рабочей зоны; спорадический контроль в моменты времени, задаваемые узлом управления.

Непрерывное слежение осуществляют, как правило, сравнительно простые автоматические регулирующие устройства и устройства защиты. При выходе параметра за определенные пределы эти устройства подают осведомляющую информацию на верхние уровни и одновременно генерируют управляющее воздействие на технологический процесс. Рассматриваемые устройства являются узко специализированными — они могут воспринимать информацию, ограниченную «по смыслу». Шаг квантования для этих устройств — переменный и определяется их собственными уставками.

Высшие узлы (человек или вычислительная машина), как правило, работают в режиме периодического или спорадического контроля. Это обусловлено тем, что высшие узлы потребляют довольно много различных потоков информации и они не в состоянии перерабатывать их все сразу. Генерация управляющих воздействий также происходит не непрерывно.

В рассматриваемом примере было выявлено 122 потока информации. В табл. 4-3 для иллюстрации представлены фрагменты из двух потоков информации.

Приближенные информационные оценки показали, что общее количество осведомляющей информации, поступающее в узлы управления в эксплуатационном режиме, составляет 7080 бит/сек. Это количество вычислено в предположении, что автоматические устройства, работающие непрерывно, потребляют информацию в среднем с частотой $f = 100$ 1/сек, что обусловлено дискретным характером самой информации о системе переменного тока, на которую реагируют указанные устройства. Информационная нагрузка оперативного персонала составляет 0,3 бит/сек. Количество информации, поступающее к диспетчеру энергосистемы, равно 0,01 бит/сек.

Характеристики информационных параметров

Состав потока	Единица измерения	Диапазон изменения			Порог различимости	Число квантов	Максимальное количество информации в одном наблюдении	Способ контроля и частота
		возможный	допустимый	оптимальный				
I поток								
Положение быстропадающих щитов (2 щита)	м	0—5,5	4,5—5,5	5,3—5,5	0,05	110	13,5	1 раз в 4 часа
Давление в гидродъемниках щитов (2 гидродъемника)	атм	0—110	60—110	80—110	5	22	8,9	1 раз в 4 часа
Уровень верхнего барьера	м	452—457	454—457	455—456	0,01	500	8,9	1 раз в 2 часа
Уровень нижнего барьера	от уровня моря	425—430	426—429	426—429	0,01	500	8,9	1 раз в 2 часа
II поток								
Скорость вращения агрегата (для синхронизации)	% от $n_{ном}$	0—180	30—140	90—105	5%	36	6,45	Спорадический
Электрическая мощность агрегата:								
активная (P)	Мвт	0—82,8	0—82,8	$P \pm 0,5$	0,1	828	9,65	1 раз в час
реактивная (Q)	Мвар	0—62,8	0—62,8	0—62,8	0,1	628	9,25	1 раз в час

Общее количество управляющей информации, циркулирующей в рассматриваемой системе, составляет 1300 бит; количество информации, генерируемое главным узлом управления — 900 бит. Поскольку практически вся управляющая информация генерируется спорадически, т. е. нерегулярно, эти оценки носят приближенный характер.

Общую задачу системы управления электростанцией в соответствии с указаниями «Правил технической эксплуатации станций и сетей» можно сформулировать так: обеспечивать надежное снабжение потребителей станции электроэнергией требуемого качества и в нужном количестве и поддерживать необходимый уровень экономичности работы станции.

Как видно из формулировки, эта задача заключается в достижении четырех целей:

а) заданного уровня надежности (бесперебойности) энергоснабжения;

б) требуемого качества электроэнергии;

в) необходимого количества продукции (план выработки электроэнергии);

г) определенного уровня экономичности станции.

Четыре показателя, выступающие в качестве целей управления, представляют собой интегральные величины, характеризующие работу систем на довольно продолжительных промежутках времени (месяц, год, пятилетка), что соответствует хозяйственному и перспективному управлению. Эти цели можно рассматривать как глобальные для системы управления электростанцией.

Задача оперативного управления является более узкой и заключается в поддержании выходных параметров станции и показателей режима работы оборудования в пределах, задаваемых планом, или, другими словами, в компенсации различного рода отклонений режима работы системы от предусмотренного планом.

Таким образом, оперативное управление является своего рода преломлением задачи, поставленной перед всей системой управления, сформулированной на относительно большом временном интервале и превращающейся в задачу управления текущим режимом.

Анализ работы узлов управления электростанцией в нормальном режиме позволяет построить дерево целей, имеющее четыре уровня, 7 целей и 121 подцель.

Дерево целей построено в предположении, что станция работает в режиме регулирования суммарной активной мощности. Для каждой цели в этом дереве сформулирована конкретная задача управления и дано формализованное описание цели. На рис. 4-11 приведен фрагмент из дерева целей. Здесь ограничимся лишь выборочным рассмотрением из этого фрагмента целей a , e и подцелей aa , al .

Цель a . Параметром цели служит величина суммарной располагаемой активной мощности $P_{\text{распо}}$, которая может принимать значения в диапазоне от 0 до 660 Мвт.

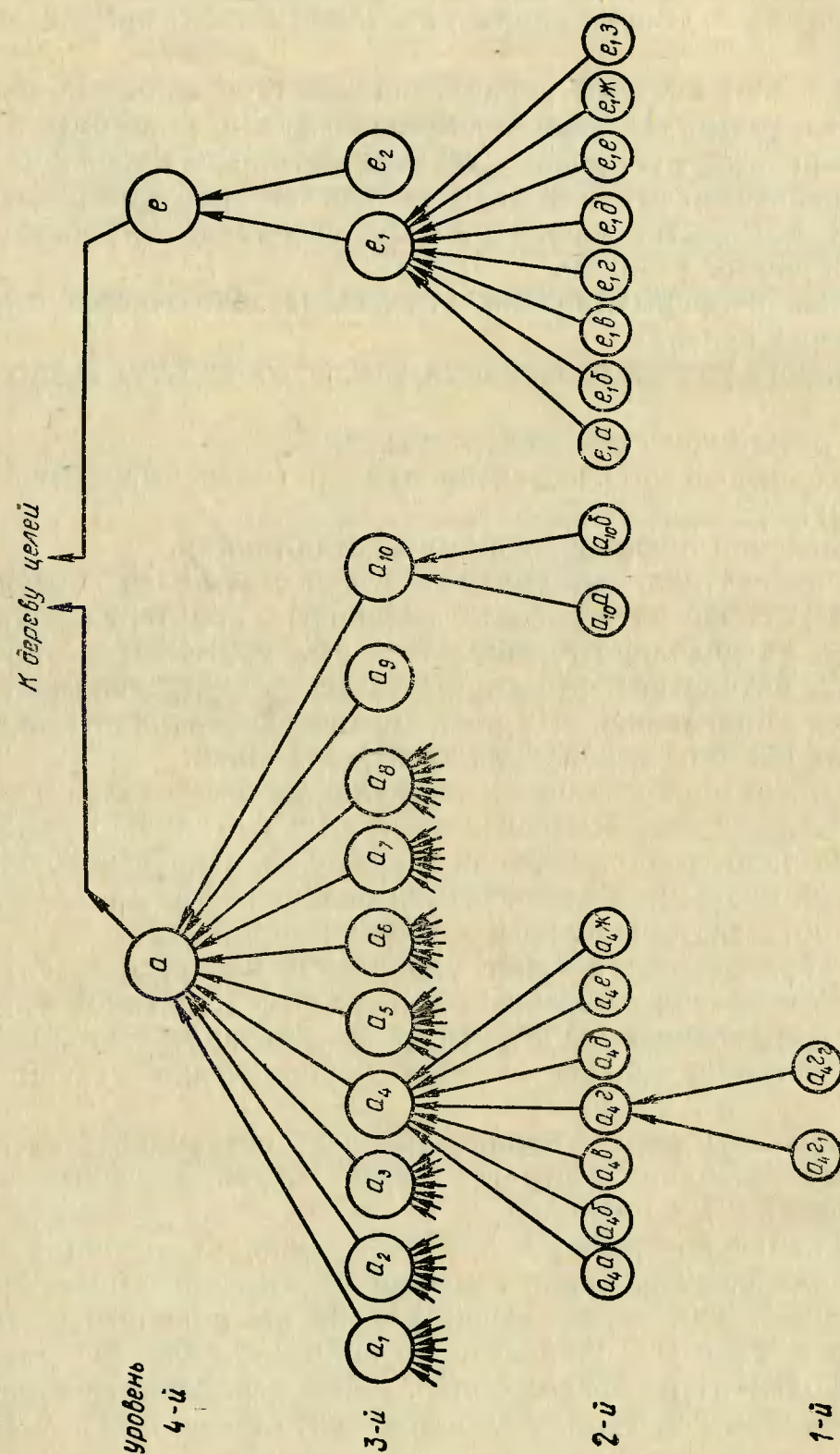


Рис. 4-11

В задачи управления входит требование такого ведения режима, при котором суммарная мощность станции отвечала бы возможному максимальному значению, определенному с учетом ограничений из-за плановых остановок агрегатов. Так, например, цель считается достигнутой, если $P_{\Sigma \text{расп}} = 660 \text{ Мвт}$, что соответствует рабочему состоянию восьми агрегатов, установленных на станции. Это значение относится к области упорядоченности*. Цель считается достигнутой частично, если

$$P_{\Sigma \text{расп}} \geq P_{\Sigma \text{расп.з}},$$

где $P_{\Sigma \text{расп.з}}$ — заданное значение располагаемой мощности, кратное номинальной мощности одного агрегата $P_{\text{ном}}$, т. е. $P_{\Sigma \text{расп.з}} = nP_{\text{ном}}$ (n — число работающих агрегатов).

Все эти значения $P_{\Sigma \text{расп.з}}$ составляют область частичной упорядоченности. Цель считается полностью недостигнутой, если $P_{\Sigma \text{расп}} < P_{\Sigma \text{расп.з}}$.

Цель e . Пространство цели состоит из двух координат — напряжения на системе шин 110 кВ (U_{110}) и на системе шин 220 кВ (U_{220}), а система по отношению к этой цели характеризуется вектором $\dot{U} = \{U_{110}, U_{220}\}$. Задачей управления является поддержание заданного уровня напряжений на обеих системах шин.

Область полной упорядоченности условно представляется в виде круга с центром в точке $(U_{110(з)}, U_{220(з)})$, являющейся заданным значением вектора $\dot{U}$ и радиуса $\xi = 1 \text{ кВ}$.

Величина неупорядоченности

$$\bar{Y}_U = \frac{\sqrt{\Delta U_{110}^2 + \Delta U_{220}^2} - \xi}{\xi},$$

где $\Delta U_{110} = U_{110} - U_{110(з)}$; $\Delta U_{220} = U_{220} - U_{220(з)}$.

«Опасные» границы**, определяющие область цели, представляют собой окружность с радиусом в 5 кВ.

Подцель $a_i a$ ($i = 1, 2, \dots, 8$). Каждый агрегат имеет два быстропадающих щита — быстрый и медленный, отличающиеся по скорости опускания, поэтому пространство параметров подцели двумерное: $\dot{a} = \{a_b, a_m\}$, где a — координата положения щита (m), отсчитываемая от нижнего, закрытого, положения. Задача управления в этом случае заключается в том, чтобы удерживать щиты в заданном положении. Область упорядоченности по каждой координате находится в пределах $5,32 \text{ м} < a \leq 5,5 \text{ м}$. Опасная граница $a = 4,5 \text{ м}$. Точка $a = 5,32 \text{ м}$ соответствует просадке щитов, при которой срабатывает сигнализация.

Подцель $a_i l$. Задача — обеспечить заданный перепад давления воды на турбинном подшипнике. Параметр подцели — пере-

* Понятие упорядоченности раскрывается в § 4-8.

** Это понятие раскрывается в § 4-8.

пад давлений на турбинном подшипнике $\Delta D_{т.п.}$. Зона упорядоченности составляет $(0,3 \div 1,0)$ атм. Опасные границы совпадают с границами зоны упорядоченности.

§ 4-7. ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

Надо признать, что применение информационного анализа к задачам энергетики ограничивается пока качественным описанием структуры управления, состава и структуры информационных потоков и количественным определением их отдельных показателей, таких, например, как скорости передачи сообщений по каналам связи и количеств информации, содержащейся в том или ином сообщении.

Существующий аппарат теории информации не позволяет делать главного — определять прагматическую и семантическую ценность информации в отношении целей управления. Причем все сказанное относится не только к задачам управления электроэнергетическими системами, но и в значительной степени к любым другим системам.

Причина этого заключается в том, что сами методы статистической теории информации оказались малоприспособленными для анализа задач управления. Хотя именно они в свое время сыграли большую роль в развитии кибернетики как науки. Статистическая теория информации весьма эффективна лишь для описания процесса передачи и хранения информации, но применение ее становится малооправданным, когда информацию необходимо рассматривать во взаимосвязи с целью управления.

В настоящее время важнейшее значение для развития как всей кибернетики в целом, так и ее отдельных разделов, в частности, теории больших систем, и особенно больших систем энергетики, приобретает создание нового аппарата для описания процессов переработки информации применительно к задачам управления, т. е. ставится вопрос о создании новой информационной теории — *информационной теории управления*. Представляется, что эта теория должна удовлетворять следующим требованиям:

1) по используемым принципам она должна быть аналогом классической теории автоматического регулирования, однако должна находиться на более высоком уровне абстракции в том смысле, что операция должна производиться не над сигналами, а над их информационным содержанием. При этом устройства управления должны идентифицироваться не обычными передаточными функциями, а информационными функциями, характеризующими свойства используемых алгоритмов преобразования информации в части достижения той или иной цели, а также информационными функциями (информационными к. п. д.), оценивающими практическую (из-за ограничений, например, по быстродействию, памяти, количеству разрядов и т. д.) реализацию алгоритма преобразования информации в конкретном устройстве управления;

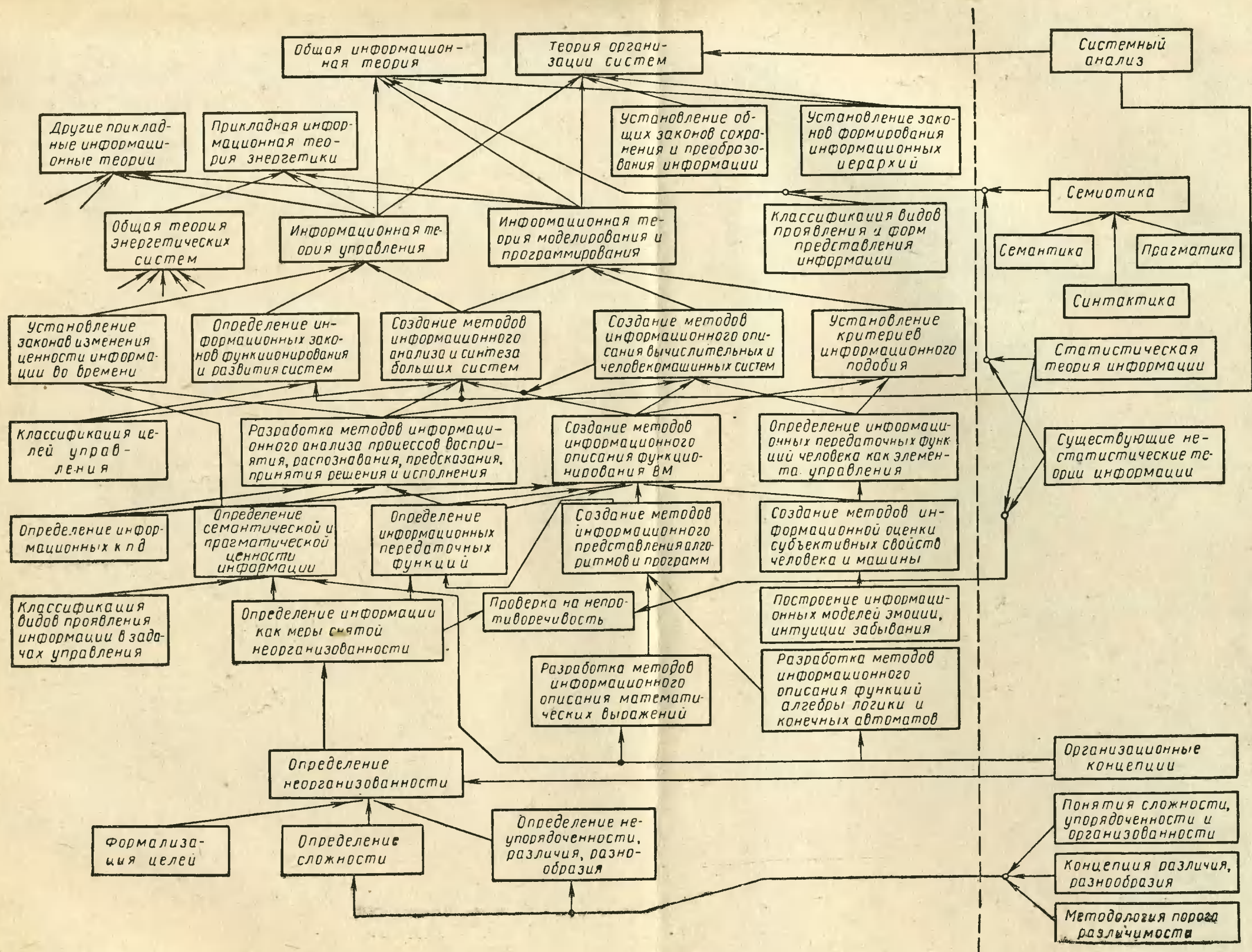


Рис. 4-12

2) принципы экспериментального получения информационных характеристик систем должны быть аналогичны принципам частотных методов, нашедших столь широкое применение в теории автоматического регулирования.

Все это позволит перейти на новый более высокий уровень абстракции при описании и анализе систем. А это как раз и является необходимым условием для изучения больших систем как единого целого, так как классические методы оказываются здесь неприемлемыми из-за чрезвычайной сложности и необозримости получаемых результатов.

Информационная теория управления в настоящее время находится лишь на стадии формирования, поэтому прежде чем перейти к рассмотрению ряда положений этой теории, остановимся на общих тенденциях развития теории информации.

Классификация существующих видов и мер информации достаточно полно дана в литературе. Из них наиболее разработанной является статистическая мера информации. Однако, как уже указывалось, статистическая теория информации оказалась малоэффективной для анализа процессов управления и для описания функционирования систем. Причина этого кроется в том, что статистическая информация характеризует лишь количественную сторону информационного сообщения, т. е. она не отражает качественных аспектов информации — связи с полезностью, достижением цели, обученностью приемника сообщения и т. д. В то же время всякое функционирование и развитие систем является целевым, определяемым в общем случае находящимся в динамике иерархическим деревом целей. Недостаточность статистической меры информации для характеристики различных сторон проявления информационных процессов в системах привела к созданию нестатистических представлений количества информации (топологического, комбинаторного, алгоритмического, динамического), а также появлению качественных представлений информации.

Помимо продолжающейся дифференциации представления информации в последнее время делаются попытки проведения обобщения в информационных понятиях и методах, исходя из наиболее общих концепций — разнообразия и организованности. Можно ожидать, что дальнейшее развитие работ в области информационных методов приведет к созданию общей информационной теории. Кроме того, исходя из требований технических, биологических и социологических задач (в частности, электроэнергетики), по-видимому, будет создан ряд прикладных информационных теорий, которые будут формироваться на базе информационной теории управления и информационной теории моделирования и программирования.

Как уже отмечалось, в настоящее время одной из наиболее общих концепций информации является разнообразие (различие). Хотя это направление было выдвинуто еще У. Р. Эшби как своеобразный эквивалент статистической теории информации, только сейчас в философском плане оно стало обобщающим для всех су-

ществующих видов представления информации, как количественных, так и качественных. Кроме того, в современной теории информации делаются попытки перейти от простых видов представления информации, соответствующих количественным ее формам, к более сложным качественным формам. Это обусловлено появлением физических, психологических, биологических концепций информации и развитием качественных аспектов ее теории. При этом представляет интерес выражение ценности (полезности) информации через показатели, характеризующие быстроту достижения цели.

Важное направление в развитии информационной теории представляют работы по созданию семиотической информационной теории, состоящей из синтактики, связывающей формальные свойства знаков и их комбинаций с количеством содержащейся в них информации, и семантики и прагматики, характеризующих связь знаков соответственно с содержанием информации и ее потребительской полезностью.

В настоящее время в теории информации получило развитие новое направление — организационное, устанавливающее связь между информацией, с одной стороны, и упорядоченностью и организованностью, с другой. Истоки этого направления идут еще от Н. Винера и Р. Эшби. Однако более или менее четкие формулировки этого направления даже в философском плане были получены недавно. Развитие этого направления, смыкаясь с семиотическим, в дальнейшем окажется полезным для формирования общей информационной теории.

В технической кибернетике часто рассматриваются задачи, которые оказываются неразрешимыми классическими методами теории управления. Поэтому весьма перспективны подходы к задачам управления с информационных позиций, которые дают возможность рассматривать процессы управления на более высоких уровнях абстракции. Один из важных элементов такой информационной теории управления базируется на концепции порога различимости и количества разнообразия. Так же как информационная теория связи, информационная теория управления является так называемой «чистой» теорией, не зависящей от вида рассматриваемого объекта. Ее возможности пока ограничиваются определением предельных характеристик систем автоматического управления и информационным описанием отдельных свойств процесса управления. Существующая пока оторванность этой теории от целей управления делает ее чисто количественной — не связанной с прагматикой и семантикой, которые определяют качественную сущность процесса управления. Ранее перечислялись требования, которым должна удовлетворять информационная теория управления, чтобы быть полезной для решения основных задач управления. Некоторые возможности построения информационной теории управления рассматриваются далее (см. § 4-8).

Анализ и синтез систем «человек — машина», анализ биологических систем, построение информационно-оптимальных машинных систем — все это требует создания специальной информационной

теории — информационной теории моделирования и программирования. Имеющиеся в этом направлении работы пока ограничиваются уровнем моделирования программ поведения (в терминологии табл. 4-1 — уровнем информационных структур) и описательной характеристикой ситуаций. При этом не рассматривается ни информационное содержание программ, ни прагматическая ценность программ для потребителя информации — человека или машины. Разработка информационной теории моделирования и программирования особенно нужна для информационного описания функционирования больших систем. Здесь необходима разработка ряда критериев подобия: целей, информационных структур, информационных потоков (по количеству и ценности информации), а также установление подобия информационных функций преобразования информации в узлах управления. Последняя задача связана с необходимостью оценки функционирования программ, реализуемых ЦВМ во времени и рассматриваемых как источник полезной информации для человека, находящегося в контуре системы «человек — машина». В ближайшее время можно ожидать бурного развития информационной теории моделирования и программирования. Пока же в этом направлении имеются лишь отдельные работы, носящие постановочный характер.

На рис. 4-12 показано дерево задач, характеризующее направление развития информационных методов и их связь с другими теориями (справа показаны существующие теории и концепции, а слева — зарождающиеся новые теории и те отдельные задачи, которые входят в эти теории).

Создание прикладной информационной теории больших систем энергетики имеет очень большое значение для развития энергетики. Вероятно, многие из читателей настоящей книги в процессе своей будущей деятельности сами будут принимать активное участие в создании такой теории. Путь создания информационной теории энергетики лежит через информационную теорию управления и информационную теорию моделирования и программирования, которые будут общими для всех систем.

Однако информационных теорий управления, моделирования и программирования тоже пока нет. Работы по их созданию ведутся; некоторые задачи решаются в процессе создания теории. Кратко изложим состояние этих работ, обратив основное внимание на методологию и используемый математический аппарат.

§ 4-8. ВВЕДЕНИЕ В НАЧАЛО ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Здесь рассмотрим отправные положения, на которых, в соответствии с рис. 4-12, должна базироваться такая теория. Выясним соотношения между сложностью, упорядоченностью, организованностью и энтропией. По составу системы сложность может являться функцией двух основных параметров: числа элементов, входящих в систему, или их разнообразия. Так же и в отношении

структуры и свойств: сложность структуры системы будет характеризоваться функцией числа связей или их разнообразия, а сложность свойств системы — функцией числа свойств или их разнообразия. Так, например, алгоритмическую сложность системы (сложность ее поведения) можно оценивать как функцию числа элементарных операций, содержащихся в алгоритме, или как функцию разнообразия этих операций. На более высоком уровне можно говорить об алгоритмической сложности как функции от общего числа алгоритмов поведения, которыми обладает система, так и функции от их разнообразия.

Кроме того, перечисленные выше параметры сложности могут рассматриваться в пространстве или во времени. Так, например, алгоритмическую сложность во времени можно представить функцией от числа или разнообразия алгоритмов, используемых системой для формирования своего поведения в течение выбранного отрезка времени, а алгоритмическую сложность в пространстве — функцией от числа или различия алгоритмов, хранимых в памяти системы. Исходя из сказанного, дадим определение сложности.

Сложность — это обобщенная оценка с позиции наблюдателя числа или разнообразия составляющих элементов системы: состава, структуры, свойств, рассматриваемых в пространстве или одновременно в пространстве и во времени. При этом составляющие системы в общем случае неаддитивно связаны со сложностью и являются некоторой функцией φ .

Сложность C системы можно представить в такой записи:

$$C_{in} = \varphi(n); \quad (4-19)$$

$$C_{iN} = \varphi(N), \quad (4-20)$$

где n — число рассматриваемых элементов; N — разнообразие рассматриваемых элементов.

Функциональная связь φ в большинстве случаев может быть аппроксимирована четырьмя основными зависимостями: линейной, степенной, экспоненциальной и логарифмической. Если иметь в виду последний вид связи, то выражения типа $\log n$ или $\log N$ будут являться разновидностью показателей сложности системы, численные значения которых в ряде случаев будут совпадать со значениями количества информации по Хартли.

Упорядоченность можно рассматривать как характеристику порядка — отсутствия различия в отношении чего-то принятого за эталон порядка. При этом в качестве эталона порядка может выступать и определенная расстановка элементов внутри рассматриваемого объекта, и определенное соотношение между двумя и более объектами. Во всех этих случаях удобнее пользоваться обратным значением — неупорядоченностью.

Неупорядоченность — это мера различия какого-либо выбранного параметра, например x , в отношении эталона порядка $x_{\text{эт}}$, которая стремится к нулю при $x_j \rightarrow x_{\text{эт}}$.

Здесь x_j — какой-либо рассматриваемый параметр (пространственный, временной, статистический и т. д.) в j -й реализации; $x_{\text{эт}}$ — эталонное значение того же параметра, которое принимается за центр упорядоченности. При этом вокруг центра упорядоченности предполагается наличие некоторой квазиупорядоченной зоны, внутри которой с точностью до ε обеспечивается упорядоченность. В соответствии с этим неупорядоченность следует рассматривать относительно $\xi(x)$ — расстояния от центра упорядоченности до границы квазиупорядоченной зоны.

Неупорядоченность по виду соотношения x будем делить на:

1) абсолютную

$$\bar{Y}_{ja} = |x_j - x_{\text{эт}}| - \xi(x). \quad (4-21)$$

Оперируя с векторной величиной, выражение (4-21) можно записать в более общей форме

$$\bar{Y}_{ja} = q_j - \xi(x), \quad (4-22)$$

где q_j — модуль вектора рассогласования;

2) относительную

$$\bar{Y}_{j0} = \bar{Y}_{ja} / \Delta, \quad (4-23)$$

где Δ — некоторая величина, по отношению к которой рассматривается абсолютная неупорядоченность. Например, Δ может быть величиной квантования или какой-либо зоной, к которой соотносится абсолютная неупорядоченность;

3) степенную:

$$\left. \begin{aligned} \text{а) } \bar{Y}_{jc} &= \frac{x_{\text{эт}} - \xi(x)}{x_j} - C \\ \text{при } x_{\text{эт}} &> x_j; \\ \text{б) } \bar{Y}_{jc} &= \frac{x_j}{x_{\text{эт}} + \xi(x)} - C \\ \text{при } x_{\text{эт}} &< x_j; \\ \text{в) } \bar{Y}_{jc} &= \frac{q_j}{\xi(x)} - C. \end{aligned} \right\} \quad (4-24)$$

Согласно определению будем считать, что система упорядочена, т. е. $\bar{Y}_j = 0$, если $q_j - \xi(x) \leq 0$ или $|x_j - x_{\text{эт}}| - \xi(x) \leq 0$. При этом налагаются требования, чтобы в выражениях (4-22) — (4-24) всегда было $q_j \geq \xi(x)$ или $|x_j - x_{\text{эт}}| \geq \xi(x)$, а в выражениях (4-24) C выбиралось из условия $\bar{Y}_j = 0$ при $q_j = \xi(x)$ или $|x_j - x_{\text{эт}}| = \xi(x)$. При этом C может быть как постоянной величиной ($C=1$), так и переменной, например $C = e^{\bar{Y}_{ja}}$.

Неупорядоченность может также рассматриваться в отношении объективных или субъективных целей, некоторой исследуемой зоны, например зоны неопределенности решения, внешних сопостав-

ляемых систем или явлений, некоторой ранжировки, принятой за эталонную и т. д. Представляя неупорядоченность как

$$\bar{Y}_j = \varphi[x_j, x_{\text{эт}}, \xi(x)],$$

т. е. соотнесенной к чему-либо величиной различия (разнообразия), отметим, что по характеру x она может быть:

1) детерминированной величиной; соответственно, в этом случае x — также детерминированная величина;

2) вероятностной величиной — как результат того, что x является вероятностной величиной, например дисперсией;

3) показателем неопределенности; при этом возможны два случая:

а) x выражает величину зоны неопределенности (детерминированную или вероятностную);

б) x определяет априорную вероятность выборки (зоны неопределенности или неопределенность выборки внутри самой зоны).

Организованность, как и понятия сложности и упорядоченности, будем рассматривать в отношении состава, структуры и свойств.

Если рассматривать организованность по отношению к целям управления, то она будет зависеть как от количества полезной информации, заключенной в программе управления, так и от мощности средств организации, которые реализуют эту программу в действиях, направленных на достижение целей управления.

Так же как упорядоченность, организованность легче измерять через обратную величину — неорганизованность.

Неорганизованность — это обобщенная характеристика неупорядоченности некоторых показателей состава, структуры или свойств, взвешенная по фактору существенности ее проявления в отношении действия на параметры вышестоящих уровней системы (например, на достижение целей управления). Она определяется при некотором числе элементов, числе возможных ситуаций и временных интервалов.

Таким образом, неорганизованность является производной от неупорядоченности и сложности. Причем сложность здесь проявляется косвенно — через число элементов, возможные ситуации и временные интервалы.

Согласно определению можно записать следующее символическое выражение для неорганизованности:

$$\bar{O} = \bigcup_{\beta=1}^l \alpha_{\beta} \bigcup_{i=1}^d s_i \bigcup_{j=1}^m p_j f(\bar{Y}_j), \quad (4-25)$$

где $f(\bar{Y}_j)$ — взвешенная по существенности проявления неупорядоченности в j -й ситуации; $\bigcup$ — символ обобщения соответственно за l интервалов времени d элементов и m ситуаций; α_{β} , p_j , s_i — веса соответственно β -го интервала времени d -го элемента и j -й ситуации.

В принципе можно говорить и об единичной неорганизованности за одну ситуацию, для одного элемента и в пределах одного интервала времени:

$$\bar{O}_{\text{ел}} = f(\bar{Y}). \quad (4-26)$$

Если же ситуаций всего m , а вероятность появления каждой j -й ситуации p_j , то в пределах ансамбля ситуаций

$$\begin{pmatrix} \bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_m \\ p_1, p_2, \dots, p_m \\ \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m \end{pmatrix}$$

обобщенную неорганизованность можно представить в виде

$$\bar{O} = \sum_{j=1}^m p_j \psi(\Pi_{\bar{y}ja}). \quad (4-27)$$

Здесь $\Pi_{\bar{y}ja}$ — параметр неупорядоченности, определяемый из выражения

$$\Pi_{\bar{y}ja} = \bar{Y}_{ja} \omega_a + C \quad (4-28)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \Pi_{\bar{y}jo} &= \bar{Y}_{jo} \omega_o + C; \\ \Pi_{\bar{y}jc} &= \frac{1}{\omega_c} (\bar{Y}_{jc} + C), \end{aligned} \right\} \quad (4-29)$$

где ω_j — вес, учитывающий качественное различие $\bar{Y}$ в j -й ситуации (при общей для всего ансамбля формульной зависимости ψ) по сравнению с другими ситуациями; C — коэффициент, значение которого находится из условия; при $\bar{Y}_j = 0$ значение $\psi(\Pi_{yja}) = 0$.

Таким образом, из (4-27) ÷ (4-29) следует, что неорганизованность — это обобщенная в пределах рассматриваемого ансамбля характеристика неупорядоченности состояния или поведения системы, взвешенная, во-первых, по вероятности возникновения ситуации, а во-вторых, по существенности проявления неупорядоченности. При этом существенность проявления неупорядоченности в j -й ситуации определяется как общей для всего ансамбля зависимостью ψ , так и дополнительным весом ω_j , позволяющим учитывать качественное различие значимости $\bar{Y}_j$ в j -й ситуации по сравнению с другими ситуациями.

Параметр неупорядоченности может иметь и сложный вид, если он определяется несколькими составляющими. Так, например, параметр неупорядоченности для j -й ситуации, характеризуемый m составляющими, представляемыми в метрическом пространстве математическими ожиданиями абсолютной неупорядоченности и весами ω_{ij} , запишется как

$$\Pi_{\bar{y}j} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (M\{\bar{Y}_{ja}\} \omega_{ij})^2} + C. \quad (4-30)$$

В соответствии с действующими в большинстве систем закономерностями можно выделить характерные зависимости ψ — линейную, степенную, логарифмическую и экспоненциальную.

Как будет показано далее, в задачах управления зависимость ψ можно интерпретировать как чувствительность вышестоящей цели по отношению к степени недостижения рассматриваемой подцели. Исходя из (4-27) и принятых предпосылок о ψ , получим основные выражения для неорганизованности:

$$\bar{O}_л = k \sum_{j=1}^m p_j \Pi_{\bar{y}j}; \quad (4-31)$$

$$\bar{O}_с = \sum_{j=1}^m p_j (\Pi_{\bar{y}j})^n; \quad (4-32)$$

$$\bar{O}_{лог} = \sum_{j=1}^m p_j \log \Pi_{\bar{y}j}; \quad (4-33)$$

$$\bar{O}_{экспл} = \sum_{j=1}^m p_j [\exp(\Pi_{\bar{y}j}) - C], \quad (4-34)$$

где C, k, n — заданные постоянные (соответственно постоянные коэффициенты и степенная зависимость).

Полагая аддитивным характер неорганизованности по элементам и по времени, т. е. считая, что составляющие этих неорганизованностей могут суммироваться на основе (4-25), запишем общее выражение для неорганизованности:

$$\bar{O}_\Sigma = \sum_{\beta=1}^l \alpha_\beta \sum_{i=1}^d s_i \sum_{j=1}^m p_j \psi(\Pi_{\bar{y}j}). \quad (4-35)$$

Чтобы практически иметь возможность определять неорганизованность системы в целом, исходя из неорганизованности ее частей, и осуществлять различные операции с неорганизованностями, необходимо выработать правила сложения и вычитания неорганизованностей, которые были бы с достаточной точностью справедливыми как для аддитивных, так и неаддитивных форм неорганизованностей.

Если при той или иной заданной зависимости ψ найдено значение обобщенной неорганизованности $\bar{O}$, то, используя обратную функцию ψ^{-1} , можно получить соответствующее этой неорганизованности значение обобщенного параметра неупорядоченности (для всего ансамбля):

$$\Pi_{\bar{y}} = \psi^{-1}(\bar{O}). \quad (4-36)$$

Следовательно, можно составить правила для сложения (объединения) и вычитания (различия) неорганизованностей с точностью до постоянных C *.

Чтобы объединить n независимых неорганизованностей, надо сначала получить их отображения на множестве параметра неупорядоченности, сложить (или перемножить) значения этих отображений, а затем полученный результат опять отобразить на множестве неорганизованности, т. е.

$$\bigcup_{j=1}^n \bar{O}_j = \psi \left\{ \sum_{j=1}^n [\psi^{-1}(\bar{O}_j) - C] + C \right\}, \quad (4-37)$$

или

$$\bigcup_{j=1}^n \bar{O}_j = \psi \left\{ \prod_{j=1}^n [\psi^{-1}(\bar{O}_j) - C_j] + C \right\}, \quad (4-38)$$

где $C_j = C/\omega_{jc}$.

Аналогично, чтобы получить количественное различие между неорганизованностями, например, между $\bar{O}_A$ и $\bar{O}_B$, где $\bar{O}_A < \bar{O}_B$, сначала надо перейти к множеству параметров неупорядоченности, произвести соответственно операцию вычитания (или деления), а затем полученный результат отобразить на множестве неорганизованности, т. е.

$$\bar{O}_A \rightarrow \bar{O}_B = \psi \{ \psi^{-1}(\bar{O}_B) - \psi^{-1}(\bar{O}_A) + C \}, \quad (4-39)$$

или

$$\bar{O}_A \rightarrow \bar{O}_B = \psi \left\{ \frac{\psi^{-1}(\bar{O}_B) - C_B}{\psi^{-1}(\bar{O}_A) - C_A} + C \right\}. \quad (4-40)$$

Выражения (4-37) и (4-39) записаны для случая, когда параметр неупорядоченности находится из (4-28), а выражения (4-38) и (4-40) — когда параметр неупорядоченности соответствует степенной неупорядоченности (4-29).

Выражая приращения организованности через изменения неорганизованности системы под действием средств организации, в соответствии с (4-39) и (4-40) запишем в символическом виде

$$\Delta \bar{O}_i = \bar{O}_{ид} \leftarrow \bar{O}_{ин}, \quad (4-41)$$

где $\bar{O}_{ид}$, $\bar{O}_{ин}$ — неорганизованность соответственно до и после действия средств организации.

В пределах аддитивного представления неорганизованности выражение (4-41) будет иметь вид

$$\Delta \bar{O}_i = \bar{O}_{ид} - \bar{O}_{ин}. \quad (4-42)$$

Неорганизованность может быть пространственной, временной, алгоритмической, структурной и статистической. Для численного определения этих различных по характеру неорганизованностей мо-

* Далее используются символы: $\cup$ — объединения; $\rightarrow$ — различия.

гут быть использованы выражения (4-31) ÷ (4-35). В основном разница будет лишь в том, что берется за параметр неупорядоченности и как определяется сама неупорядоченность [см. (4-21) ÷ (4-24)].

Возьмем в качестве параметра априорную (до испытаний) вероятность p_j появления j -й ситуации, а за упорядоченность (эталон порядка) — $p=1$. Подставим эти значения в первое выражение (4-24), считая, что $\xi(x)=0$, т. е. найдем степенную статистическую неупорядоченность в j -й ситуации:

$$\bar{Y}_{jc} = 1/p_j - 1. \quad (4-43)$$

Очевидно, что при $p_j \rightarrow 0$ значение $\bar{Y}_{jc} \rightarrow \infty$, а при $p_j \rightarrow 1$ значение $\bar{Y}_{jc} \rightarrow 0$. Подставляя в (4-28) значения из (4-43) и считая $\omega_j=1$, получим

$$\Pi_{\bar{Y}_{jc}} = 1/p_j. \quad (4-44)$$

Далее примем логарифмический характер ψ и подставим значение из (4-44) в выражение (4-33). В результате получим

$$\bar{O}_c = \sum_{j=1}^m p_j \log \frac{1}{p_j} = - \sum_{j=1}^m p_j \log p_j,$$

т. е. известное выражение для энтропии (4-3). Таким образом, из общего выражения для неорганизованности может быть получено выражение для статистической неорганизованности, которое соответствует шенноновской энтропии.

Рассмотрим теперь структурную (комбинаторную) неорганизованность. Возьмем за параметр число альтернатив N . Допустим, что только n из них являются оптимальными, т. е. в некотором смысле являются эталоном порядка. Тогда неупорядоченность при выборе альтернативы с использованием второго выражения (4-24) при $\xi(x)=0$ запишется как

$$\bar{Y}_{jk} = N_j/n - 1.$$

Здесь при $N_j \rightarrow \infty$ и $n = \text{const}$ значение $\bar{Y}_{jk} \rightarrow \infty$, а при $N_j \rightarrow n$ значение $\bar{Y}_{jk} \rightarrow 0$. Если $n=1$, то

$$\bar{Y}_{jk} = N_j - 1. \quad (4-45)$$

Подставляя (4-45) в (4-29) при $\omega_j=1$ и далее в (4-33), а также считая, что $m=1$, получим известное выражение Хартли:

$$\bar{O}_k = \log N.$$

На основании выражений (4-32) ÷ (4-34) можно получить ряд видов неорганизованностей, при этом неорганизованности с логарифмической зависимостью ψ будем условно называть *энтропией*.

Для примера остановимся на одной из таких «энтропий» — целевой пространственной «энтропии»:

$$H_y = \sum_{i=1}^k p_i \log [\omega_i (q_i - \xi(x)) + 1]. \quad (4-46)$$

Она может быть получена при подстановке в (4-33) параметра неупорядоченности из выражения (4-28) при логарифмической зависимости ψ . Дадим управленческую интерпретацию этой «энтропии» и проанализируем ее свойства.

Будем характеризовать удаление обобщенного вектора состояния системы $\dot{y}$ в i -й реализации от вектора цели $\dot{\Psi}$ вектором рассогласования $\dot{Q}$. При этом предположим, что все возможные реализации рассогласования образуют в координатах y_1, y_2 ограниченное пространство «разбросов» Y , которое можно разбить на элементарные подпространства $\Delta Y = \Delta^2$, где Δ — шаг квантования, а $\log(\quad)$ и $a(\quad)$ имеют в скобках соответствующие конкретному

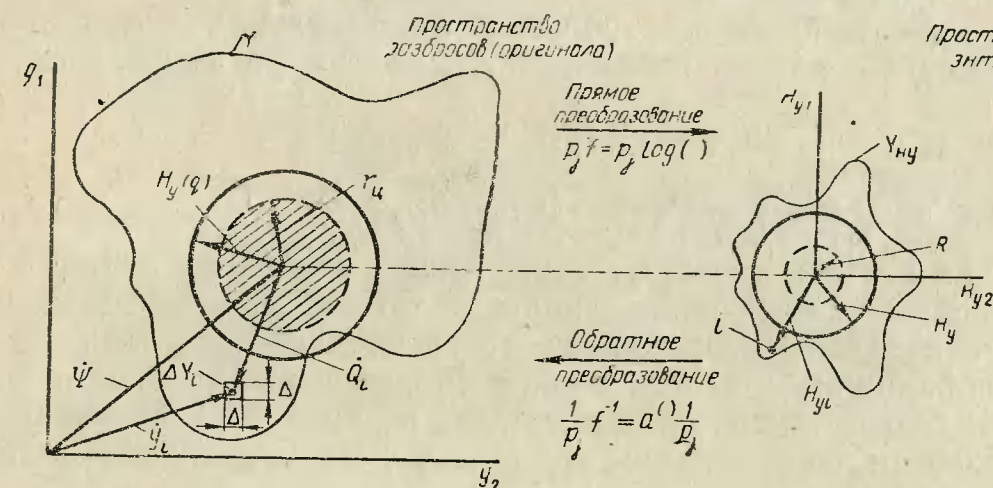


Рис. 4-13

случаю значения, символически указывая на проведение определенных операций (рис. 4-13). Если для каждого i -го элементарного подпространства априорно известны вероятность попадания в него вектора $\dot{y}$ и расстояние до цели (это расстояние q_i равно модулю вектора $\dot{Q}$), то для всего пространства разбросов можно составить ансамбль рассогласования

$$\begin{pmatrix} q_1, q_2, \dots, q_k \\ p_1, p_2, \dots, p_k \\ \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k \end{pmatrix},$$

где $\sum_{i=1}^k p_i = 1$, а число реализаций при равенстве элементарных подпространств $k = Y/\Delta Y$. При такой интерпретации величина H_y при $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_k = 1$ будет характеризовать математическое ожидание логарифмической величины рассогласования от области цели.

Каждому значению H_y в пространстве энтропии согласно (4-36) соответствует свой эквивалент $H_y(q)$, характеризующий в прост-

ранстве оригинала (разбросов) среднеожидаемую величину рассогласования по отношению к цели. Эти два пространства — энтропии и оригинала — аффинно подобны (рис. 4-13).

Целевая пространственная энтропия удовлетворяет следующим условиям:

- 1) $H_y = 0$, если все $q \leq \xi(x)$ или если $p = 0$ для всех $q - \xi(x) > 0$;
- 2) для всего ансамбля при $p > 0$ значение $H_y \rightarrow 0$, если $q - \xi(x) \rightarrow 0$; $H_y \rightarrow \infty$, если $q - \xi(x) \rightarrow \infty$;

$$3) \text{ при } p = \frac{1}{k} \text{ значение } H_y = - \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \log \frac{1}{q_i - \xi(x)} \right) + \varepsilon,$$

$$\text{где } \varepsilon = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \log \frac{q_i - \xi(x)}{[q_i - \xi(x)] + 1} \rightarrow 0 \text{ при } q_i - \xi(x) \gg 1;$$

4) при сложении двух энтропий, удовлетворяющих требованиям независимости и аддитивности в пространстве оригинала,

$$H_{y(1,2)} = \log [H_{y1}(q) + H_{y2}(q)] + \varepsilon,$$

$$\text{где } \varepsilon = \log \frac{H_{y1}(q) + H_{y2}(q)}{H_{y1}(q) + H_{y2}(q) + 1} \rightarrow 0 \text{ при } H_y(q) \gg 1.$$

Условия 1 и 2 соответствуют интуитивным представлениям о неорганизованности состояния управляемого объекта относительно цели: при идеальном управлении, обеспечивающем во всех реализациях попадания в область полной упорядоченности (цель) $H_y = 0$, а при общей тенденции в ансамбле, ведущей к увеличению или уменьшению рассогласования, H_y также соответственно возрастает или уменьшается.

Из условия 3 следует, что при равновероятностных рассогласованиях связь между пространством энтропии и пространством разбросов с точностью до $\varepsilon \rightarrow 0$ при $q \gg 1$ имеет логарифмический характер.

Целевая энтропия не обладает свойством аддитивности. Сложение или вычитание целевых энтропий нельзя производить непосредственно в пространстве энтропии — для этого надо перейти к пространству оригинала, в котором выполняется условие аддитивности. В этом пространстве можно произвести необходимые операции (сложения или вычитания), а затем уже осуществить обратный переход в пространство энтропий.

В условии 4 формулируется правило, позволяющее с точностью до $\varepsilon \rightarrow 0$ при $H_y(q) \gg 1$ осуществлять сложение пространственных целевых энтропий, удовлетворяющих условиям независимости и аддитивности в пространстве оригинала.

Пока здесь рассматривались случаи, когда ансамбли были центрированными, т. е. центр упорядоченности располагался внутри области разбросов таким образом, что вокруг него группировалась основная по весу вероятностей часть ансамбля. В общем случае центр группировки ансамбля может не совпадать с центром упорядоченности и, более того, последний, как показано на

рис. 4-14, вообще может не находиться внутри области разброса (например, если управление системой осуществляется исходя из субъективных целей, которые не соответствуют объективным целям). Тогда пространственную неорганизованность следует характеризовать двумя составляющими: величиной взаимной пространственной неорганизованности между объективной (Ψ_o) и субъективной целью (Ψ_c) и относительной пространственной энтропией, определенной относительно субъективной цели, т. е.

$$H_{(o/c)y} = - \log \frac{1}{g + 1}; \quad (4-47)$$

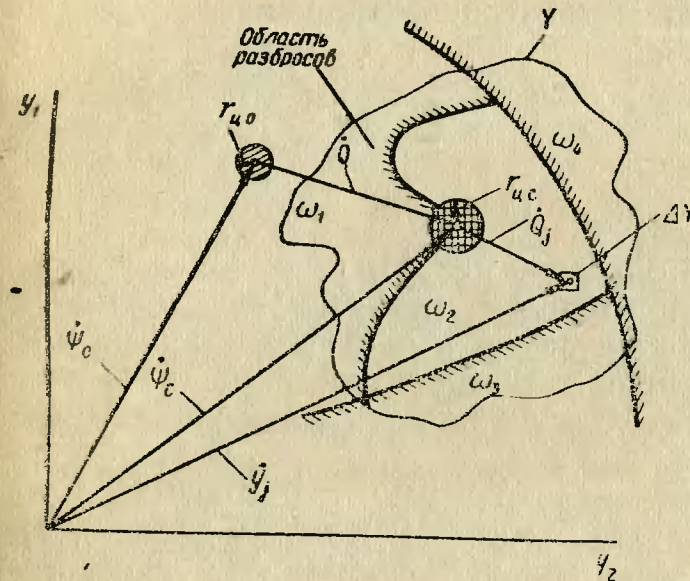


Рис. 4-14

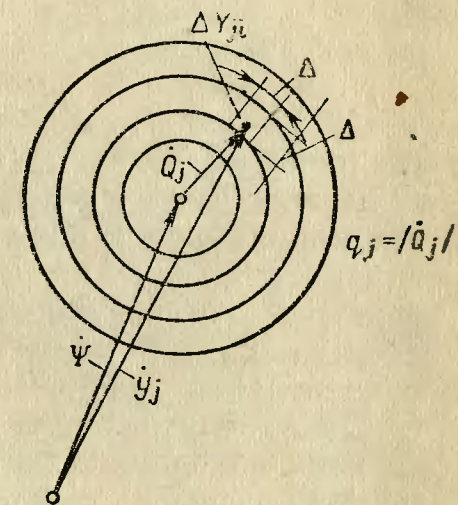


Рис. 4-15

$$\Delta H_{cy} = - \sum_{j=1}^n p_j \log \frac{1}{q_{(c)j} + 1}, \quad (4-48)$$

где g — величина взаимного рассогласования между целями; $q_{(c)j}$ — величина разброса относительно субъективной цели.

Значение $H_{(o/c)y} \rightarrow 0$ при $g \rightarrow 0$, а относительная пространственная энтропия будет удовлетворять всем перечисленным ранее четырем условиям.

В дальнейшем будем рассматривать более простой случай, когда центр упорядоченности и центр ансамбля совпадают.

Выражение (4-46) записано в предположении, что q является непрерывной величиной, имеющей место при $\Delta Y \rightarrow 0$. Если же элементарные подпространства ΔY определяются некоторым равномерным шагом квантования Δ и эти подпространства по концентрическим окружностям группируются вокруг вектора цели, а $\xi(x) = 0$ (рис. 4-15), то рассогласования будут равномерно квантованы, а следовательно, и целевая энтропия будет также квантована.

ной и ее можно представить в виде

$$H_y = - \sum_{i=1}^k p_i \log \frac{1}{N_i + 1}, \quad (4-49)$$

где N_i — число квантованных уровней дискретного рассогласования $q^*_i = N_i \Delta$.

Как известно, шенноновская энтропия зависит от шага квантования таким образом, что при увеличении мощности рассматриваемого множества событий до бесконечности энтропия также будет стремиться к бесконечности. Это, в частности, наблюдается при переходе к непрерывному представлению энтропии:

$$H(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \log [p(x) \Delta] dx,$$

где при $\Delta \rightarrow 0$ значение $H(x) \rightarrow \infty$.

В отличие от шенноновской энтропии целевая пространственная энтропия, определенная при достаточно малых ΔY , существенно не изменяется, если $\Delta Y \rightarrow 0$. Это соответствует интуитивному представлению о целевой неорганизованности, которая не должна существенно зависеть от степени разбиения пространства разбросов на элементарные подпространства.

Для непрерывного представления целевой пространственной энтропии предположим (см. рис. 4-15), что вероятность попадания вектора $\dot{y}$ в каждое элементарное подпространство ΔY_{ji} , удаленное от цели на равное расстояние q_j , будет иметь одинаковую вероятность p_{ji} . Тогда вероятность попадания вектора $\dot{y}$ в j -е кольцо при достаточно малых значениях Δ можно находить из выражения, известного из теории вероятностей*

$$p_{q_j} = \frac{2\pi q_j}{\Delta} p_{ji}, \text{ при этом } \int_0^{q_{\max}} p_q dq = 1.$$

При $\xi(x) = 0$ непрерывная целевая пространственная энтропия

$$H_y = - \int_0^{q_{\max}} p_q \log \frac{1}{q+1} dq.$$

Поскольку $0 \leq q \leq q_{\max}$, то можно по аналогии с выражением для шенноновской энтропии заменить пределы. При этом получим, что

* См. т. I, гл. 4.

$$H_y = - \int_{-\infty}^{+\infty} p_q \log \frac{1}{q+1} dq. \quad (4-50)$$

Для ряда задач шенноновскую энтропию, характеризующую при постоянстве мощности множества статистическую неорганизованность системы, и целевую пространственную энтропию можно связать через некоторый нелинейный коэффициент $\lambda(H)$. При этом может наблюдаться прямая зависимость — с уменьшением H уменьшается H_y , т. е.

$$H_y = \lambda(H) H. \quad (4-51)$$

В частном случае, если для всех реализаций $p_i = 1/(q_i + 1)$, то $H_y = H$. Например, это будет иметь место, если рассеяние вектора $\dot{y}$ относительно цели равномерно внутри каждой концентрической окружности, а сами окружности относительно цели проведены таким образом, что вероятность попадания вектора в область, ограниченную первой окружностью, равна $1/2$; в область, ограниченную первой и второй окружностями, — $1/2^2$ и т. д., т. е. вероятность попадания между i -й и $(i+1)$ -й окружностями равна $p_{i,i+1} = 1/2^{i+1}$. При этом радиусы будут связаны между собой следующими соотношениями: $r_1 = 1$, $r_2 = 3r_1$ и т. д., т. е. $r_i = 2^i r_1 - 1$.

В переходных информационных режимах независимо от времени могут изменяться как математическое ожидание разброса в отношении вектора цели, так и область цели. Поэтому в этих случаях удобно раздельно оперировать с величиной энтропии H_y при $\xi(x) = 0$ (обозначим ее как H_{*y}) и некоторой величиной, обобщенно характеризующей величину области полной упорядоченности (цель). Если область полной упорядоченности симметрично располагается вокруг конца вектора цели, то по аналогии с (4-46) можно записать

$$R = - \log \frac{1}{r_{\text{ц}} + 1}, \quad (4-52)$$

где $r_{\text{ц}}$ — средний радиус, определяющий область цели в пространстве разбросов.

В соответствии с условием 4 запишем

$$H_y \approx \log_a [H_{*y}(q) - R(q)] = \log_a (a^{H_{*y}} - a^R). \quad (4-53)$$

Поскольку для преобразования из пространства разбросов в пространство энтропии используется символический оператор $f = \log_a(\) + 1 \simeq \log_a(\)$, а для обратного преобразования — оператор $f^{-1} = a^{(\)}$, то сокращенно выражение (4-53) можно представить в виде

$$H_y = f(f^{-1}H_{*y} - f^{-1}R). \quad (4-54)$$

Заметим, что в действиях с мгновенными (ситуативными) значениями (см. рис. 4-13) для перехода из пространства энтропий к пространству разбросов и обратно необходимо учитывать ситуа-

тивные вероятности, т. е. пользоваться соответственно операторами $p_j f$ и $\frac{1}{p_j} f^{-1}$.

Информация как мера изменения неорганизованности. Рассматривая информацию как меру изменения неорганизованности, в соответствии с (4-41) можно получить общее выражение для количества информации:

$$I = \bar{O}_d \leftarrow \bar{O}_n. \quad (4-55)$$

В зависимости от вида рассматриваемой неорганизованности и от связи со смыслом, целью и т. д. соответственно будет разная информация.

Количество статистической информации в частном случае [см. (4-42)] находится через разность энтропий до и после получения сообщения, т. е. согласно выражению (4-12):

$$I = H_d - H_n.$$

Кроме того, статистическая информация может быть еще целевой, если в качестве параметра неупорядоченности рассматривается неопределенность достижения какой-либо заданной цели. При этом в качестве цели, например, может выступать получение заданного эффекта с $p=1$ или достоверность предсказания объективно действующих вероятностных событий. В первом случае за параметр неупорядоченности примем $P_{yj} = 1/p_{aj}$, а во втором — $P_{yj} = p_j/q_{aj}$, где p_{aj} — априорная вероятность достижения цели в j -й ситуации; q_{aj} — априорное предсказание вероятности появления j -го события; p_j — действительная вероятность j -го события.

Исходя из (4-33) получим соответственно два варианта целевой статистической энтропии:

$$H_{c.n} = \sum_{j=1}^n p_j \log \frac{1}{p_{aj}}; \quad (4-56)$$

$$H_{c.n} = \sum_{j=1}^n p_j \log \frac{p_j}{q_{aj}}. \quad (4-57)$$

В общем случае $p_j \neq p_{aj}$.

Если определять ценность информации по разности энтропии до ($H_{c.n(d)}$) и после ($H_{c.n(n)}$) получения сообщения, т. е. как

$$I_{c.n} = H_{c.n(d)} - H_{c.n(n)},$$

то из (4-56) при $p_1 = p_2 = \dots = p_n$ найдем выражения для ценности информации*, а из (4-57) — выражение для полезности информации**.

* Подробнее можно познакомиться в литературе [1].

** См. литературу [8].

Рассматривая определение ценности информации в процессах управления, надо прежде всего заметить, что как и всякая информация, связанная с какой-то конкретной системой, она является смысловой. Ее следует рассматривать с двух позиций. Во-первых, установить, как объективно определяет эта информация породившие ее причины (здесь информация выступает как следствие, а причиной являются процессы в системе); во-вторых, какие объективные изменения в системе может вызвать реализация мероприятий, проводимых на основе этой информации, средствами, действующими в процессе управления (здесь уже информация является причиной, а изменения системы — следствием). Эти два вида смыслового содержания информации, рассматриваемого с точки зрения ее полезности как для определения состояния или поведения системы, так и для достижения той или иной цели функционирования систем (оставляя в стороне вопросы строгости терминологии), соответственно будем трактовать как ее семантическое и прагматическое содержание.

Рассмотрим некоторые вопросы преобразования входной информации с наиболее общих (языковых) позиций. Процесс преобразования информации с одного языка на другой может иметь пассивный и активный характер. Первый соответствует переводу слов с языка Y_{i-1} на язык Y_i без изменения их смыслового содержания, а второй — целенаправленный (по определенному правилу) — изменению смыслового содержания слова при переводе с языка Y_{i-1} на язык Y_i . Такое целенаправленное изменение содержания слова может, например, иметь место при составлении шифрованного текста, когда словам в зашифрованном виде (язык Y_i) придаются другие смысловые значения (для наблюдателя, не знающего ключа шифровки) по сравнению с тем, что они имели на языке Y_{i-1} .

Многие процессы формирования управления можно рассматривать как активный перевод с языка образов (входных ситуаций) на язык принятия решения.

Преобразование информации с одного языка на другой можно также разделить на прямое ($Y_{i-1} \rightarrow Y_i$) и обратное ($Y_i \rightarrow Y_{i-1}$). Если переводчик идеальный, то при пассивном преобразовании информации количество взвешенной по ценности информации в j -м слове на языках Y_{i-1} и Y_i должно оставаться неизменным. В то же время синтаксическое количество информации*, определенное на основе статистических свойств слова или на основе комбинаторной оценки буквенной последовательности, образующей j -е слово, может быть неравным на языках Y_{i-1} и Y_i . Предположим, что количество синтаксической информации, содержащейся в j -м слове, на языках Y_{i-1} и Y_i соответственно равно $I_{i-1,j}$ и $I_{i,j}$, а количество информации, взвешенной по ценности семантической, соответственно равно $I_{i-1,j}^c$ и $I_{i,j}^c$, а прагматической — $I_{i-1,j}''$ и $I_{i,j}''$. Для пассивного преобразования информации должно выполняться условие

* См. [1, 8].

$$'I_{i-1,j}^c = 'I_{i,j}^c \text{ и } 'I_{i-1,j}^n = 'I_{i,j}^n.$$

При переводе с одного языка на другой может меняться ценность информации λ^* . Это изменение будем характеризовать коэффициентом перевода $\alpha_{i/i-1}$ с языка Y_{i-1} на язык Y_i , который показывает степень изменения ценности информации на единицу количества синтаксической информации. При пассивном переводе коэффициент перевода будет одинаковым как для семантической, так и для прагматической ценности информации:

$$\alpha_{i/i-1,j} = \lambda_{i,j}^c / \lambda_{i-1,j}^c = \lambda_{i,j}^n / \lambda_{i-1,j}^n. \quad (4-58)$$

При активном переводе коэффициенты перевода для семантической и прагматической ценности информации в общем случае будут различными.

Используя коэффициент $\alpha_{i/i-1}$, запишем выражение для определения количества синтаксической информации, образующейся на языке Y_i :

$$I_i = I_{i-1} / \alpha_{i/i-1}. \quad (4-59)$$

При обратном переводе информации ($Y_i \rightarrow Y_{i-1}$) коэффициент перевода будет равен обратной величине:

$$\alpha_{i-1/i} = 1 / \alpha_{i/i-1}. \quad (4-60)$$

Семантическая и прагматическая ценность информации в конкретных системах и сформулированных задачах обычно связаны между собой. Так, в задачах управления можно установить связь между семантической ценностью информации на языке входных ситуаций и прагматической ценностью информации на выходе, т. е. на языке принятия решения.

Методы определения полезной (взвешенной по ценности) информации. Как уже указывалось, можно сформулировать более широкое определение информации как меры снятой неорганизованности в результате получения сообщения, а в общем случае — в результате реализации этого сообщения в действия средств организации. В общем случае информация будет полезно-реализуемой, т. е. она будет определяться не только потенциальной ценностью информации, существующей для снижения той или иной неорганизованности, но и практической реализуемостью при тех или иных средствах организации.

При рассмотрении преобразования информации в ПИ предполагалось, что ПИ — идеальный. В общем случае в нем может происходить как потеря полезной информации (образование «пустой» информации), так и появление ошибочной информации. Процесс преобразования информации в ПИ, как известно, состоит из восприятия осведомляющей информации, распознавания ситуации, предсказания, принятия решения и исполнения. На каждом из этих этапов информация может выражаться на своем языке, а качество

* Определение ценности информации дается далее.

преобразования информации на каждом из этих этапов будет характеризоваться преобразующими свойствами соответствующих алгоритмов*.

Преобразующие свойства алгоритма могут быть полезными (L), пустыми (L^0) и ошибочными (L^2). Независимо от того, какие функции выполняет алгоритм (распознавания, принятия решения и т. д.) в самом общем виде преобразующие свойства алгоритма можно представить некоторой функцией от синтаксического количества и ценности информации как о полезных признаках (эталонных классах), так и о методах преобразования входной информации, т. е.

$$L = f(I_{\text{эт.к}} \lambda_{\text{эт.к}}^n, I_{\text{м.п}} \lambda_{\text{м.п}}^n). \quad (4-61)$$

Здесь $I_{\text{эт.к}}$ и $I_{\text{м.п}}$ — синтаксическое количество преобразующей информации соответственно об эталонных классах и методах преобразования, которое заключено в алгоритме; $\lambda_{\text{эт.к}}^n$ и $\lambda_{\text{м.п}}^n$ — прагматическая ценность этой информации в отношении цели преобразования.

Если преобразование информации представлять как перевод информации с одного языка (Y_{i-1}) на другой (Y_i), то $L=0$ будет обозначать то, что переводчик совершенно не знает языка Y , а $L=1$ — наоборот, что переводчик имеет знания, позволяющие ему идеально переводить слова с языка Y_{i-1} на язык Y_i . Следует обратить особое внимание на то, что знание и незнание переводчиком языка рассматривается относительно тех слов, которые служат входной информацией, т. е. для $L=1$ достаточно, чтобы переводчик имел знание языка в пределах тех слов, которые могут поступать на его вход и, наоборот — как бы хорошо ни знал переводчик язык, если он не может перевести пусть даже незначительное количество слов, которые образуют ансамбль входной информации, то $L=0$. Таким образом, величина L характеризует как бы потенциальные возможности переводчика относительно определенной входной информации. Тогда прагматическая ценность преобразующей информации, заключенная в алгоритме (можно также сказать в тезаурусе эталонных классов и тезаурусе методов преобразования)**,

$$\lambda_{\text{эт.к}}^n = dL/d[\psi^{-1}(I_{\text{эт.к}})]; \quad (4-62)$$

$$\lambda_{\text{м.п}}^n = dL/d[\psi^{-1}(I_{\text{м.п}})]. \quad (4-63)$$

Информация, заключенная в алгоритме, может характеризовать не только прагматические свойства — способность алгоритма преобразовывать осведомляющую информацию, но в какой-то сте-

* Здесь и далее под *алгоритмом* понимается всякая последовательность действий или всякий свод правил, обеспечивающих ту или иную степень результативности.

** Под *тезаурусом* здесь, как и обычно, понимают запас знаний, а также словарь, используемый приемником информации или переводчиком.

пени и «образованность» («обученность») преобразователя информации, т. е. его семантические свойства. Действительно, если опять преобразователь информации уподобить переводчику, то информация, заключенная в его тезаурусах, будет характеризовать эрудицию (образованность) переводчика в отношении знания каких-то определенных языков. Таким образом, здесь уже будут проявляться семантические свойства преобразующей информации. При этом семантическая ценность преобразующей информации может существенно отличаться от ее прагматической ценности. Действительно, представим себе такой пример. Переводчик должен перевести с русского на английский ограниченное число слов: «хорошо», «плохо», «человек», «машина», которые являются для него входной информацией. Переводчик за короткое время может стать в отношении этих четырех слов, т. е. с прагматической точки зрения, идеальным переводчиком, однако умение переводить эти четыре слова еще очень мало говорит об его образованности — знании английского языка.

Семантическую ценность преобразующей информации можно характеризовать через величину незнания об образованности преобразователя информации (переводчика), устраняемую у наблюдателя получением сведений об информации, заключенной в тезаурусе переводчика — тезаурусе эталонных классов или методов преобразования. Отсюда, представляя это незнание наблюдателя неорганизованностью $\bar{O}_{ин}$, семантическую ценность будем определять как производную

$$\lambda_{эт.к}^c = d[\psi^{-1}(\bar{O}_{ин})]/d[\psi^{-1}(I_{эт.к})]; \quad (4-64)$$

$$\lambda_{м.п}^c = d[\psi^{-1}(\bar{O}_{ин})]/d[\psi^{-1}(I_{м.п})]. \quad (4-65)$$

Кроме преобразующих свойств алгоритма следует еще учитывать действительную реализуемость того или иного алгоритма в ПИ.

В языковой интерпретации это означает, что помимо потенциальных возможностей переводчика необходимо еще учитывать то, как практически он использует свои знания в той или иной реальной обстановке. Действительно, реализация переводчиком своих знаний будет во многом зависеть от временных ограничений, эмоционального напряжения, забывания и т. д. Для учета этих факторов вводится информационный коэффициент реализуемости η , который будем в дальнейшем называть *информационным к. п. д.*

Запишем общее выражение для полезнореализуемой информации в установившемся режиме в отношении достижения некоторой цели, имеющей прагматический характер, т. е. в отношении изменения свойств, структуры и состава управляемого объекта:

$$'I_i^n = \Delta \bar{O}_{i(л-п)} = \psi[\psi^{-1}(I_{вх}) \lambda_i^n L_i^n \eta_i^n]. \quad (4-66)$$

Аналогичное выражение получим и для полезно реализуемой информации, когда цель имеет семантический характер — распознавание свойств или поведения самого источника информации:

$$'I_i^c = \Delta \bar{O}_{i(л-п)} = \psi[\psi^{-1}(I_{вх}) \lambda_i^c L_i^c \eta_i^c]. \quad (4.67)$$

В формулах (4-66) и (4-67) $\Delta \bar{O}_{i(л-п)}$, $\Delta \bar{O}_{и(л-п)}$ — изменение неорганизованности в отношении целей и подцелей, имеющих соответственно прагматический и семантический характер; $I_{вх}$ — количество информации (имеется в виде синтаксическая информация) на входе преобразователя информации; λ^n , λ^c — коэффициент соответственно прагматической и семантической ценности входной информации; L^n , L^c — соответственно прагматические и семантические преобразующие свойства используемого алгоритма; η^n , η^c — прагматический и семантический коэффициент реализуемости полезной информации в ПИ в отношении достижения цели.

Здесь коэффициенты ценности входной информации находятся в предположении, что $L_i = 1$ и $\eta_i = 1$, из выражений

$$\lambda_i^n = \frac{d[\psi^{-1}(\Delta \bar{O}_{i(л-п)})]}{d[\psi^{-1}(I_{вх})]}; \quad \lambda_i^c = \frac{d[\psi^{-1}(\Delta \bar{O}_{и(л-п)})]}{d[\psi^{-1}(I_{вх})]}. \quad (4.68)$$

Поскольку $0 \leq L \leq 1$ и $0 \leq \eta \leq 1$, а значения λ могут быть не только нулевыми, если информация пустая (бесполезная), но и отрицательными, если информация ошибочная (вредная), то как $'I_i$, так и $\Delta \bar{O}_i$ принципиально могут изменяться от $-\infty$ до $+\infty$.

В частном случае, принимая в (4-66) или (4-67) $\lambda_i = 1$, $\eta_i = 1$, а $\psi(P_y) = \log p$, опять приходим к классическому выражению для количества информации [см. (4-12)].

Рассмотрим некоторые особенности информационного анализа в процессах управления.

Будем полагать, что функционирование системы определяется некоторой целью, а каждому из перечисленных выше этапов преобразования информации (восприятия, распознавания, предсказания, принятия решения и исполнения) соответствуют свои подцели, в отношении которых будем рассматривать как ценность информации, так и свойства преобразователей информации.

Информационный анализ будем вести как относительный — в отношении какого-либо одного выделенного канала управления, считая при этом, что имеется полная информация о подцелях на всех этапах преобразования информации и подцели для всех каналов — общие. Для упрощения примем, что на вход выделенного канала управления поступает только полезная информация и что в процессе ее преобразования не генерируется вредной информации. Кроме того, будем считать, что информационные процессы имеют установившийся характер — отсутствует накопление полезной информации, нет положительной обратной связи между выходной информацией и преобразующими свойствами алгоритмов и т. д. Исходя из этих предположений, запишем выражение для количества полезной воспринятой информации:

$$'I_v = \Delta \bar{O}_v = \psi[\psi^{-1}(I_0) \lambda_v L_v \eta_v], \quad (4-69)$$

где $\Delta \bar{O}_v$ — величина, на которую уменьшается неорганизованность

в отношении общей для всех каналов подцели восприятия в результате подключения выделенного канала управления; I_o, λ_v — соответственно количество осведомляющей (синтаксической) информации, поступающей на вход выделенного канала и ее ценность в отношении подцели восприятия; L_v — преобразующие свойства алгоритма восприятия; η_v — информационный к. п. д. узла восприятия.

В качестве подцели восприятия может быть, например, выделение из всей информации только полезной информации, причем в количествах, достаточных для получения определенной степени осведомленности о структуре, составе и свойствах управляемой подсистемы.

По аналогии с (4-69) запишем выражение для количества полезной информации, полученной в узле распознавания выделенного канала управления:

$$I_p = \Delta \bar{O}_p = \psi [\psi^{-1} (I_v) \alpha_{p/v} L_p \eta_p], \quad (4-70)$$

где $\Delta \bar{O}_p$ — величина, на которую уменьшается неорганизованность в отношении подцели распознавания в результате действия выделенного канала управления; $\alpha_{p/v}$ — коэффициент связи прагматической ценности информации восприятия с подцелью распознавания; L_p — преобразующие свойства алгоритма распознавания; η_p — информационный к. п. д. узла распознавания.

Здесь опять же предполагается, что подцель распознавания у всех каналов управления общая.

На основе тех же соображений запишем выражение для количества полезной информации предсказания, которая в общем случае будет являться функцией информации восприятия и распознавания. Для большого класса задач информацию предсказания можно представить как сумму двух составляющих, определяемых информацией восприятия и информацией распознавания:

$$I_{\text{пред}} = \Delta \bar{O}_{\text{пред}} = \psi [\psi^{-1} (I_v) \alpha_{\text{пред}/v} L_{\text{пред},v} \eta_{\text{пред},v} + \psi^{-1} (I_p) \alpha_{\text{пред}/p} L_{\text{пред},p} \eta_{\text{пред},p}], \quad (4-71)$$

Информация принятия решения является функцией информации предсказания и информации распознавания. По аналогии с (4-71) будем считать, что

$$I_{\text{пр}} = \Delta \bar{O}_{\text{пр}} = \psi [\psi^{-1} (I_{\text{пред}}) \alpha_{\text{пр}/\text{пред}} L_{\text{пр},\text{пред}} \eta_{\text{пр},\text{пред}} + \psi^{-1} (I_p) \alpha_{\text{пр}/p} L_{\text{пр},p} \eta_{\text{пр},p}], \quad (4-72)$$

В формулах (4-71) и (4-72) $\alpha_{\text{пред},v}$, $\alpha_{\text{пред},p}$, $\alpha_{\text{пр},\text{пред}}$, $\alpha_{\text{пр},p}$ — коэффициенты связи прагматической ценности информации восприятия, распознавания и предсказания соответственно с подцелями предсказания и принятия решения; $I_{\text{пред},v}$, $I_{\text{пред},p}$, $L_{\text{пр},\text{пред}}$, $L_{\text{пр},p}$ — преобразующие свойства алгоритмов соответственно предсказания и принятия решения; $\eta_{\text{пред},v}$, $\eta_{\text{пред},p}$, $\eta_{\text{пр},\text{пред}}$, $\eta_{\text{пр},p}$ — ин-

формационные к. п. д. соответственно узла предсказания и принятия решения.

Далее полученная информация принятия решения должна реализоваться в средствах организации в виде воздействий, уменьшающих неорганизованность функционирования системы в отношении рассматриваемой цели управления:

$$I_y = \Delta \bar{O}_y = \psi [\psi^{-1} (I_{\text{пр}}) \alpha_{y/\text{пр}} \eta_y F], \quad (4-73)$$

где $\alpha_{y/\text{пр}}$ — коэффициент связи прагматической ценности информации принятия решения с целью управления; η_y — информационный к. п. д. реализуемости $I_{\text{пр}}$ в средствах организации; F — показатель информационных свойств объекта*.

Возможен и более общий случай, когда имеется n непротиворечивых целей управления, известны коэффициенты связи прагматической ценности информации принятия решения для выделенного канала управления с каждой из целей ($\alpha_{y1/\text{пр}}$, $\alpha_{y2/\text{пр}}$, ..., $\alpha_{yn/\text{пр}}$) и известны также информационные к. п. д. средств организации (η_{y1} , η_{y2} , ..., η_{yn}). Тогда в отношении каждой j -й цели будем иметь

$$\Delta \bar{O}_j = \psi [\psi^{-1} (I_{\text{пр}}) \alpha_{yj/\text{пр}} \eta_{yj} F]. \quad (4-74)$$

Информация управления помимо прагматических функций может выполнять и осведомляющие функции, т. е. с семантических позиций в целом характеризовать свойства преобразователя информации. В какой-то степени об этом уже упоминалось при рассмотрении семантической ценности преобразующей информации. Однако если семантические свойства преобразующей информации можно рассматривать в отношении какого-то одного алгоритма, то здесь надо дать семантическую оценку функционирования всей системы преобразования информации в целом, начиная от восприятия и кончая принятием решения. В этом случае следует говорить о семантической ценности информации управления в отношении комплексной характеристики функционирования ПИ. Если оценивать информацию управления с семантических позиций, то можно получить дополнительную осведомляющую информацию $I_o^{\text{пи}}$ (см. рис. 4-2), которая характеризует работу самого ПИ, т. е. позволяет создать обратную информационную связь, охватывающую весь преобразователь информации.

Семантический подход к реализованной информации управления приводит к установлению ее тождественности с информацией, действующей на входе системы управления, т. е. с осведомляющей информацией. Таким образом, осведомляющая информация после ее переработки в ПИ превращается в информацию управления, которая в свою очередь создает осведомляющую информацию о ПИ, а после прохождения через средства организации и объект — в осведомляющую информацию о функционировании всей системы.

* В ряде случаев, например, если таким «управляемым объектом» является человек, то должны учитываться временные и другие ограничения, определяющие процесс потребления объектом полезной информации.

Динамические свойства ценности, информационные передаточные функции и информационные к. п. д. Рассматривая информационные параметры, полагали, что они неизменны во времени, т. е., что имеет место установившийся информационный режим. В действительности такое допущение справедливо либо на ограниченных временных интервалах, либо для относительно простых задач.

Информация со временем может снижать свою ценность. Возможны две причины такого процесса: во-первых, обесценивание информации в конечном источнике по мере ее использования потребителем; во-вторых, старение информации, возникающее из-за задержек в передаче или переработке информации. Со старением информации часто приходится сталкиваться в практических зада-

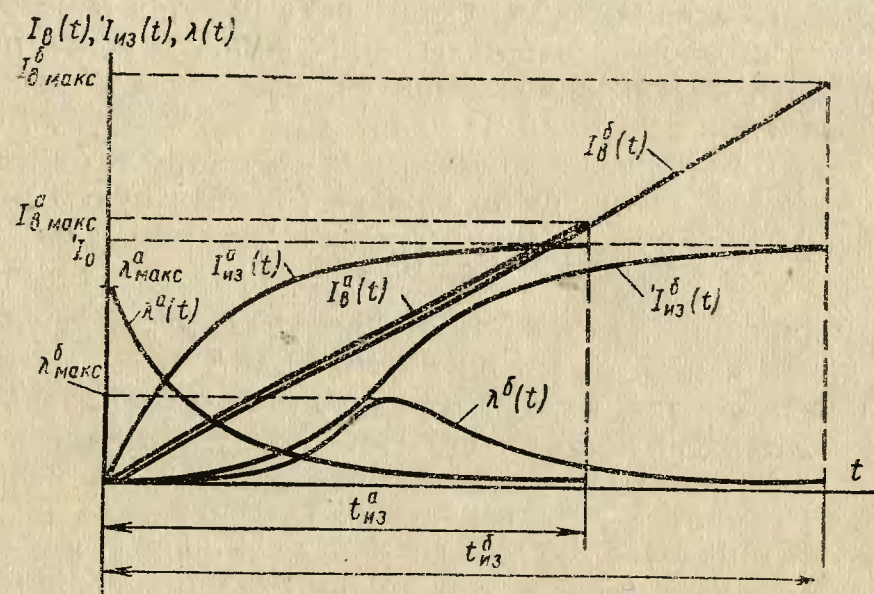


Рис. 4-16

чах передачи сообщения и задачах управления. При этом, говоря об обесценивании или старении информации подразумеваем полезную (взвешенную по ценности) информацию.

Для примера рассмотрим процесс потребления приемником информации — человеком — информации, содержащейся в научной книге при многократном ее прочтении. Не останавливаясь на тонкостях этого процесса, упрощенно можно считать, что процесс извлечения полезной информации во времени будет иметь нелинейный характер типа насыщения (рис. 4-16, кривые с индексом «а») и его можно представить выражением

$$I_{из}(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau_{из}}), \quad (4-75)$$

где I_0 , $I_{из}(t)$ — суммарное количество полезной информации, соответственно содержащееся в книге и извлеченное читающим к моменту времени t ; $\tau_{из}$ — постоянная времени извлечения полезной информации.

Заметим, что $\tau_{из}$ в общем случае будет определяться: скоростью восприятия числа знаков в единицу времени, т. е. восприятия син-

таксического количества информации (I_v); расположением полезной информации по объему книги; степенью обученности читающего языка, используемому в книге (имеется в виду не только язык изложения, но и используемые понятия, термины, математические формализации и т. д.); методами извлечения из книги полезной информации, которыми пользуется читающий.

Полагая, что восприятие читающим синтаксической информации осуществляется равномерно (см. рис. 4-16), т. е.

$$I_v(t) = kt, \quad (4-76)$$

получим, что ценность информации

$$\lambda = d\{\psi^{-1}[I_{из}(t)]\} / d\{\psi^{-1}[I_v(t)]\} \quad (4-77)$$

будет снижаться во времени или можно сказать по мере многократной проработки книги.

Другой случай. На систему управления через канал связи подается информация о состоянии управляемого объекта. Увеличивая задержку передачи информации в канале, в конце концов получим информацию, которая перестанет объективно отражать состояние объекта, так как к моменту поступления информации на вход системы управления состояние управляемого объекта уже существенно изменится. Например, ценность информации о возникновении короткого замыкания в линии электропередачи для системы противоаварийной автоматики будет падать по мере задержки в передаче этой информации.

Следовательно, здесь происходит старение информации, поскольку предполагается, что количество информации (в синтаксическом смысле) на входе и выходе канала связи остается неизменным. Хотя причины снижения ценности информации в рассмотренных примерах разные, однако характер кривой $\lambda = f(t)$ в обоих случаях будет аналогичным.

В общем случае процесс обесценивания информации будет сложной функцией не только от времени, но и от свойств источника информации. Тем не менее для ряда практических задач эту зависимость можно представить как экспоненциальную:

$$\lambda(t) = \lambda_{макс} e^{-t/\tau_{ст}}, \quad (4-78)$$

где $\lambda_{макс}$ — максимальная ценность информации; $\tau_{ст}$ — постоянная старения информации.

Ценность информации во времени может не только уменьшаться, но и увеличиваться. Повышение ценности информации во времени, например, можно наблюдать, рассматривая динамику использования фундаментальных теоретических работ и открытий. Очень часто вначале они совсем не используются обществом вследствие его консерватизма либо отсутствия необходимого уровня техники. И лишь потом, по мере развития общества, ценность информации, заключенной в фундаментальных работах, начинает возрастать. Этот процесс повышения прагматической ценности тео-

ретических исследований в свое время особенно ярко проявился в ядерной физике.

Вернемся к предыдущему примеру с извлечением полезной информации из книги. Допустим, что читатель недостаточно обучен для понимания языка формализации, используемого для изложения научного материала книги, и поэтому он пользуется другим изданием книги, в котором содержится то же самое количество полезной информации (в отношении какого-то рассматриваемого научного вопроса, изучение которого является основной целью для читателя), помимо этого в начале книги имеется еще вводный материал, помогающий обучению языку используемых формализаций. В этом случае процесс извлечения полезной информации из книги будет иметь характер, показанный на рис. 4-16 (кривые с индексом «б»). Из кривых видно, что ценность информации в рассматриваемом примере сначала возрастает и лишь потом падает. Характер этой кривой можно также объяснить, исходя из позиций Ю. А. Шрейдера о степени обученности приемника информации.

Еще один характерный случай, когда ценность информации повышается со временем, можно взять из задач управления, в которых используются системы предсказания. Предположим, что предсказание должно компенсировать запаздывание в каналах передачи информации или запаздывание при реализации информации управления в исполнительных органах. По мере возрастания времени опережения, с которым работает предсказание (конечно, если это не сказывается на качестве предсказания), будет повышаться ценность информации предсказания. При времени опережения, равном времени запаздывания, ценность информации предсказания будет максимальной (условия информационной инвариантности). Такое опережение является простейшей компенсацией запаздывания, осуществляемой, например, введением производных в закон регулирования возбуждения синхронных генераторов. При компенсации увеличивается ценность информации на определенном временном интервале, т. е. происходит своеобразное «созревание» информации в противоположность ее старению. Это явление может носить очень сложный характер применительно к практическим задачам управления, однако приближенно можно принять, что зависимость $\lambda(t)$ является экспоненциальной:

$$\lambda(t) = \lambda_{\text{макс}} (1 - e^{-\tau_{\text{созр}} t}), \quad (4-79)$$

где $\lambda_{\text{макс}}$ — максимальная ценность информации, которую она может потенциально достигнуть в будущем; $\tau_{\text{созр}}$ — постоянная созревания информации.

Преобразование информации в узле управления и его отдельных элементах (людях и машинах) протекает во времени. Преобразующие свойства L характеризуют лишь свойства алгоритма в отношении решения той или иной частной задачи. И даже если L является временной функцией, то это будет лишь показывать, что преобразующие свойства алгоритма (программы) изменяются во времени, но никак не определяют саму динамику преобразования

информации в ПИ, которая при $L = \text{const}$ зависит от специфических свойств ПИ и качества реализации алгоритма (рациональности выполнения операции и размещения программы в элементах памяти). Учет динамических свойств отдельных элементов преобра-

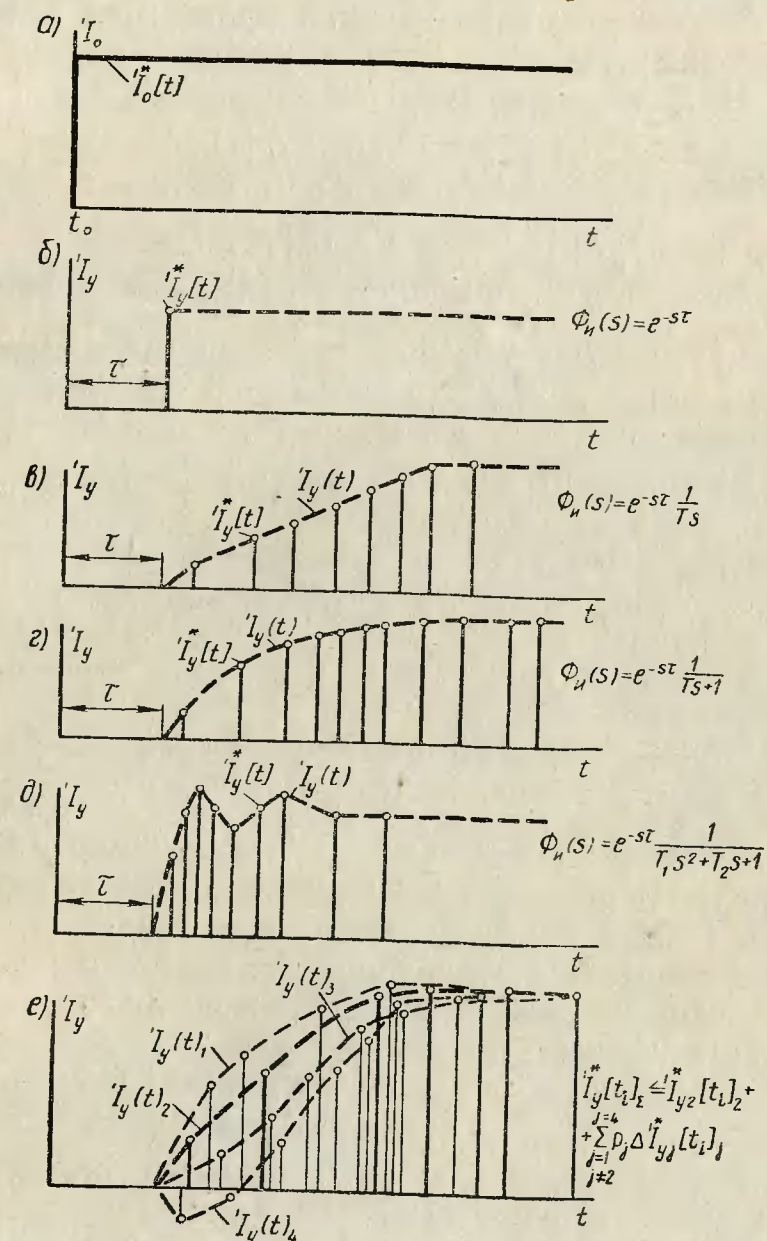


Рис. 4-17

зователя информации является важным фактором для информационного синтеза ПИ, а также оптимального построения вычислительных структур, состоящих из иерархии вычислительных машин. При этом следует учитывать, что потребление информации человеком также происходит во времени, поэтому смысл согласования действий человека и машины заключается прежде всего в обеспечении соответствия их характеристик потребления и генерирования информации. Начало преобразования информации в ПИ или его ка-

ком-либо элементе, например ЦВМ (после ввода программы и исходных данных), можно рассматривать как скачкообразное приложение к входу ЦВМ количества полезной осведомляющей информации $I_o^*[t]$ (рис. 4-17, а). На выходе же ЦВМ функция $I_y^*[t]$ зависит от решаемой задачи, используемой программы и других причин (имеется в виду, что возможность вывода промежуточных результатов из ЦВМ не ограничена). На рис. 4-17, б—д приведены наиболее типичные виды зависимости $I_y^*[t]$: б — при чистом запаздывании ЦВМ выдает информацию, соответствующую

$$I_{yji}^*[t] = \psi \{ \psi^{-1}(I_o[t_0]) L_j \eta_{ji} \}; \quad (4-80)$$

в — после некоторого запаздывания τ присходит линейное во времени нарастание величины $I_y^*[t]$; г — возрастание $I_y^*[t]$ носит характер насыщения; д — $I_y^*[t]$ имеет колебательный характер. Все основные задачи, решаемые в настоящее время на ЦВМ, могут быть сведены к комбинациям трех первых видов функции $I_y^*[t]$, четвертый вид функции может проявиться при эвристических программах, например, когда для уменьшения риска ЦВМ исключает из рекомендаций некоторые варианты, использование которых не может быть полностью предсказуемо с точки зрения гарантированного результата и, как следствие этого, может быть потеряна некоторая полезная информация.

Информационные динамические свойства ЦВМ можно характеризовать, так же как в теории автоматического регулирования, отношением функции $I_y[t]$ на выходе ЦВМ к функции $I_o^*[t]$, действующей на входе ЦВМ. Функция $I_y^*[t]$ является дискретной и, строго говоря, должна описываться системой решетчатых функций. Для последующего перехода к операторным и частотным методам анализа и синтеза более удобно пользоваться непрерывным представлением функций. Существует ряд методов, осуществляющих переход от дискретных функций к непрерывным. При рассмотрении обобщенных динамических свойств ЦВМ условимся любую дискретную функцию $I_y^*[t]$ представлять непрерывной огибающей $I_y(t)$. Тогда, возвращаясь к рис. 4-17, б—д, констатируем, что кривые $I_y(t)$, помимо чистого запаздывания, имеют такой характер, который типичен (в порядке перечисления кривых) для пропорционального, интегрального, апериодического и колебательного звеньев. Считая, что $I_o(t)$ имеет характер скачка, и используя известное преобразование Лапласа для каждого из видов кривой $I_y(t)$, можно информационные динамические свойства ЦВМ выражать через информационные передаточные функции. В общем случае они будут состоять из постоянной L и переменной $\Phi_n(s)$ частей:

$$W_n(s) = L \Phi_n(s). \quad (4-81)$$

В частных случаях для кривых, приведенных на рис. 4-17, б—д, соответственно запишем:

$$\Phi_n(s) = e^{-s\tau};$$

$$\Phi_n(s) = e^{-s\tau} \frac{1}{Ts};$$

$$\Phi_n(s) = e^{-s\tau} \frac{1}{Ts + 1};$$

$$\Phi_n(s) = e^{-s\tau} \frac{1}{T_1 s^2 + T_2 s + 1}.$$

Передаточные функции $\Phi_n(s)$ действительны в пределах $0 \leq I_y \leq I_o L$.

После осуществления перехода к передаточным функциям анализ и синтез ЦВМ, как динамической системы, может вестись на основе частотных и других известных методов, используемых в теории автоматического регулирования.

Таким образом, применительно к каждому классу решаемых на ЦВМ задач динамическая система может быть представлена передаточной функцией, но эта функция, в отличие от используемых в теории автоматического регулирования, будет информационной.

В ряде случаев, например при эвристических задачах, следует говорить не об одной кривой $I_y(t)$, а о целом ансамбле возможных кривых. Тогда, чтобы определить информационную передаточную функцию, прежде всего надо получить обобщенную кривую $I_y(t)_z$. Для этого одна из кривых выбирается за базисную (например, кривая 2 на рис. 4-17, е) и на рассматриваемых дискретных интервалах определяется разность между базисной кривой и другими $(n-1)$ кривыми. Затем все эти разности для каждого i -го интервала суммируются с учетом вероятностей появления кривых и в конечном счете получается обобщенная кривая

$$I_y^*[t_i]_z = I_y^*[t_i]_6 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 6}}^n p_j \Delta' I_y^*[t_i]_j, \quad (4-82)$$

где $I_y^*[t_i]_6$ — значение базисной кривой в момент t_i ; $\Delta' I_y^*[t_i]_j$ — разность в величине I_y между j -й и базисной кривыми в момент t_i ; p_j — вероятность работы ЦВМ по кривой $I_y^*[t]_j$.

При таком подходе в общем случае $I_y^*[t]_j$ может иметь не только положительное, но и отрицательное значение, т. е. ЦВМ на каких-то этапах своей работы, например в процессе поиска, может выдавать ошибочную информацию.

Выше было сделано допущение, что алгоритмы преобразования информации при работе ЦВМ в пределах каждой задачи остаются постоянными, так как $L = \text{const}$ и $\Phi_n(s) = \text{const}$. Однако алгоритмы преобразования информации могут изменяться по времени в пределах решения задачи в связи с изменением внешней среды или целей. С этой точки зрения можно различать алгоритмы, которые изменяются в соответствии:

а) с заранее заданным алгоритмом адаптации (оптимизации алгоритма преобразования) — адаптирующие;

б) с алгоритмами, «освоенными» машиной в результате ее обучения от учителя — обучаемые;

в) с алгоритмами, которые синтезировала сама машина в процессе наблюдения за внешней средой, целями и качеством функционирования самой системы — самообучающиеся.

При оперативном управлении такие задачи, как правило, имеют характер многократно повторяющихся решений в ЦВМ, т. е. изменение $I_y(t)$ является как бы циклическим, а время изменения L и $\Phi_n(s)$ на один или даже несколько порядков больше, чем время одного цикла. Поэтому, говоря об информационных передаточных функциях ЦВМ, в общем случае следует делить их на информационные передаточные функции ПИ [см. (4-81)] и информационные передаточные функции изменения алгоритма ПИ. С учетом этого обобщенную информационную передаточную функцию ЦВМ в символической записи представим в виде

$$\hat{W}_n(s) = L(s) [\Phi_n(s)](s). \quad (4-8)$$

Информационная передаточная функция ЦВМ при постоянной «квалификации» программиста (ручного или автоматического) — показатель, который обобщенно характеризует свойства ЦВМ (быстродействие, память, управление и т. д.) по отношению к решению определенной частной задачи. При аналогичном подходе можно находить информационные передаточные функции человека — оператора, работающего по заданному алгоритму.

Информационные передаточные функции ПИ могут определяться экспериментально путем наблюдения за динамикой образования информации на его выходе при скачкообразном или гармоническом изменении количества осведомляющей информации на входе, а в более простых случаях также и аналитически — путем информационного анализа программы.

Приведенный выше информационный анализ касался только алгоритмов преобразования информации. При этом не проводилось различия между алгоритмом и программой. И это справедливо, поскольку в информационном плане действительно нет разницы между алгоритмом и программой, представляемой на таких языках как АЛГОЛ, КОБОЛ и т. д. Специфика же ЦВМ прежде всего будет проявляться в программе, представленной на машинном языке — в разрядности, объеме памяти, быстродействии и т. д. С информационной точки зрения представляют интерес вопросы, связанные с реализацией программы в ЦВМ — о количестве полезной информации (в отношении определенной частной задачи), которая теряется в ЦВМ из-за ограничений по числу разрядов и памяти, а в отдельных случаях (при рассмотрении многократного функционирования ЦВМ в отношении одной и той же задачи) — о показателях надежности (сбои, отказы) отдельных узлов ЦВМ. Применительно к той или иной решаемой задаче ограничения по числу разрядов и памя-

ти могут приводить, например, из-за округлений, недостаточного числа итеративных циклов и прочего, к некоторой потере полезной информации. Эту потерю полезной информации в ЦВМ будем характеризовать через информационный коэффициент полезного действия (к. п. д.)

$$\eta_{ji} = \psi^{-1}(I_{yji}) / \psi^{-1}(I_{yj\max}), \quad (4-84)$$

где I_{yji} — полезная для потребителя информация в отношении той же частной задачи и того же алгоритма, которая реально образуется на i -м выходе ЦВМ при отсутствии сбоев и отказов; $I_{yj\max}$ — максимальное количество полезной для потребителя информации в отношении j -й задачи, которое принципиально может быть получено при использовании рассматриваемого алгоритма.

При информационной оценке работы ЦВМ за большой промежуток времени необходимо еще учитывать потерю полезной информации, вызванную сбоями и отказами оборудования. Такую оценку можно производить также через информационный к. п. д.:

$$\eta_{jin} = \sum_{\beta=1}^n \psi^{-1}(I_{yjin})_{\beta} / \sum_{\beta=1}^n \psi^{-1}(I_{yji})_{\beta}, \quad (4-85)$$

где I_{yjin} — качество полезной информации, образующейся на выходе ЦВМ с учетом сбоев и отказов за n решений задачи.

В свою очередь информационный к. п. д. η_{jin} можно распределить между тремя основными узлами ЦВМ — вводом, выводом и вычислителем:

$$\eta_{jin} = \eta_{jin.вв} \eta_{jin.выв} \eta_{jin.выч}. \quad (4-86)$$

В простейших случаях значения η_{jin} могут быть представлены через вероятностные характеристики нарушений работы этих узлов.

Взаимосвязь между неорганизованностями в целевой иерархии. Приведенные методы представления целевой неорганизованности позволяют подойти к одному из важнейших вопросов информационного анализа в больших системах — к установлению связей между целями, находящимися в иерархической зависимости, которые позволили бы по недостижению (полному или частичному) нижестоящих целей определять степень недостижения вышестоящих целей.

Рассмотрим способы задания целей. Если цель формализуема, то в общем случае она характеризуется следующими величинами: вектором цели в некотором m -мерном пространстве существенных параметров; областью полной упорядоченности в отношении этого вектора (областью полного достижения цели); предельной («опасной») границей рассогласования; весом, который отличает рассматриваемую цель от других целей. Заметим, что все эти показатели, характеризующие цель, могут изменяться во времени.

Представляемая в таком виде цель может достигаться частично — в этом случае вектор системы не находится внутри области

полной упорядоченности, но и не выходит за опасную границу рассогласования. При этом показатели достижения цели могут принимать непрерывные или дискретные значения на всем множестве значений от границы области полной упорядоченности до опасной границы рассогласования.

В самом простом случае цель может задаваться в виде односторонних или двусторонних ограничений, при этом граница области полной неупорядоченности и опасная граница совпадают, а степень достижения цели характеризуется величиной, принимающей два значения в зависимости от того, выполняется или не выполняется условие, заданное таким ограничением.

Для оценки качества функционирования системы в отношении заданной цели можно использовать показатели целевой неорганизованности системы (4-47), (4-48). Тогда в общем виде величина неорганизованности в отношении i -й цели будет характеризоваться двумя составляющими: величиной взаимной неорганизованности между центром полной упорядоченности и центром ансамбля разбросов; относительной неорганизованности, определенной по отношению к центру ансамбля.

Предположим, что вектор цели совпадает с центром ансамбля разбросов, а значения неорганизованности, найденные по отношению к вектору цели, нормализованы, т. е. принимают значения от 0 до 1. При этом $\bar{O}=0$ соответствует полной упорядоченности системы в отношении поставленной цели, т. е. полному достижению цели, а $\bar{O}=1$ — недостижению цели, т. е. полной неупорядоченности в отношении этой цели.

При анализе функционирования системы в отношении целей необходимо ввести ряд дополнительных определений в понятие неорганизованности.

Неорганизованность может быть *собственной* и *приведенной*. Собственная неорганизованность находится из условия, что сущность проявления неупорядоченности определяется только величиной неупорядоченности и вероятностью ее появления. Это соответствует случаю, когда наблюдатель, контролируя $\bar{Y}_j$ и p_j , не знает, как неупорядоченность рассматриваемого параметра влияет на показатели функционирования, находящиеся на более высоких уровнях управления. В этом случае выражение (4-27) приводится к виду

$$\bar{O} = \sum_{j=1}^n p_j \bar{Y}_j. \quad (4-87)$$

Приведенная неорганизованность [см. (4-27)], наоборот, соответствует случаю, когда наблюдатель знает влияние $\bar{Y}_j$ на определенный, вышестоящий по уровню иерархии управления показатель функционирования системы, и в соответствии с этим посредством ψ и ω осуществляет приведение $\bar{Y}_j$ к выбранному показателю. Функция ψ может также задаваться просто аксиоматически. Но во всех случаях ψ будет отражать изменение $\bar{Y}^v$ вышестоящей цели при из-

менении связанной с ней неупорядоченности нижестоящей цели. В общем случае в процессе приведения необходимо учитывать временной фактор, поскольку действие $\bar{Y}_j$ на $\bar{Y}^v$ может происходить с запаздыванием, кроме того, может наблюдаться эффект накопления и т. д. Для учета этого необходимо иметь некоторую временную функцию связи W_t . Тогда выражение (4-27) будет иметь вид

$$\bar{O} = \sum_{j=1}^n p_j W_t [\bar{Y}(t_j)], \quad (4-88)$$

где $\bar{Y}(t_j)$ — неупорядоченность в j -й ситуации, длительность которой составляет время t_j .

В общем случае d -я цель на $(m+1)$ -м уровне может иметь довольно сложные связи со своими подцелями (допустим их n), находящимися на m -м уровне. Однако для большого класса систем на некотором временном интервале T , на котором осуществляется приведение в предположении $W_t=1$, эту связь допустимо представить в виде

$$\begin{aligned} \bar{O}_{cd}^{(m+1)} = & 1 - Z_d (1 - \gamma_1 \bar{O}_{np1}^{(m)}) (1 - \gamma_2 \bar{O}_{np2}^{(m)}) \dots (1 - \gamma_k \bar{O}_{npk}^{(m)}) \times \\ & \times (1 - \gamma_{k+1} \bar{O}_{np(k+1)}^{(m)} \rho_{k+1} - \gamma_{k+2} \bar{O}_{np(k+2)}^{(m)} \rho_{k+2} - \dots - \gamma_n \bar{O}_{nprn}^{(m)} \rho_n), \end{aligned} \quad (4-89)$$

где $\bar{O}_{cd}^{(m+1)}$ — собственная неорганизованность в отношении d -й цели, находящейся на $(m+1)$ -м уровне дерева целей; γ_i — коэффициент влияния d -й цели на неорганизованность i -й подцели и перекрестного влияния на нее других подцелей; Z_d — коэффициент управляемости d -й целью; $\bar{O}_{npi}^{(m)}$ — неорганизованность в отношении i -й подцели, приведенная к показателю d -й цели; ρ_i — коэффициент относительного влияния $\bar{O}_{npi}^{(m)}$ на $\bar{O}_{cd}^{(m+1)}$.

Коэффициент управляемости Z_d зависит как от структуры взаимосвязи между d -й целью и ее подцелями, так и от показателя эффективности работы узла d , ответственного за достижение d -й цели. В простейшем случае коэффициент управляемости

$$Z_d = a_1 + a_2 z_{yud}, \quad (4-90)$$

где Z_d может принимать значения от 0 до 1, при этом $Z_d=1$ соответствует случаю, когда d -я цель полностью достигается при условии, что достигнуты все связанные с ней подцели; $Z_d=0$ означает, что даже при полностью достигнутых подцелях по внутренним для данного узла управления причинам, например из-за неработоспособности исполнительных органов, d -я цель не может быть достигнута даже частично. Величина z_{yud} , определяющая эффективность работы узла управления d , в свою очередь представляется функцией трех параметров, т. е.

$$z_{yui} = L_{экви} \eta_{экви} \eta_{yi}, \quad (4-91)$$

где $L_{экви}$ — показатель, характеризующий эквивалентные преобразующие свойства алгоритмов, используемых в i -м узле управления;

$\eta_{\text{экви}}$ — эквивалентный показатель реализуемости алгоритмов в машинах и людях, находящихся в i -м узле управления; η_{yi} — показатель реализуемости принятых решений в исполнительных органах.

При оптимальном функционировании узла управления величины $L_{\text{экви}}$, $\eta_{\text{экви}}$, η_y и соответственно z_{yy} принимают значения, равные единице.

Отношение a_2/a_1 характеризует степень ответственности узла управления за достижение d -й цели. При $a_2/a_1=0$ d -я цель является простым следствием связанных с ней подцелей — она достигается всякий раз, когда достигаются связанные с ней подцели, без участия узла управления.

Достижение подцели может по-разному влиять на достижение цели. Все подцели одной цели можно разделить на две основные группы. Подцели первой группы условно назовем определяющими [в (4-90) им присвоены номера от 1 до k]. Если среди подцелей этой группы не достигнута хотя бы одна, например i -я, подцель, т. е. $\bar{O}_{\text{при}}^{(m)}=1$, то d -я цель также не может быть достигнута. Однако достижение всех определяющих подцелей еще не гарантирует полное достижение d -й цели. Чтобы полностью достичь d -ю цель, необходимо достичь еще все подцели второй группы, которые условно назовем дополняющими [в (4-90) им присвоены номера от $(k+1)$ до n]. Недостижение одной или нескольких подцелей этой группы будет приводить лишь к повышению неорганизованности функционирования в отношении d -й цели. Попутно отметим, что для определяющих подцелей, если собственная неорганизованность равна единице, то это означает, что и $\bar{O}_{\text{при}}^{(m)}=1$. В то же время для дополняющих подцелей, если $\bar{O}_{\text{си}}^{(m)}=1$, то $\bar{O}_{\text{при}}^{(m)} \leq 1$.

Коэффициент ρ_i введен в выражение (4-90) для того, чтобы учесть неаддитивность совместного влияния подцелей на достижение d -й цели, т. е. неорганизованность $\bar{O}_d^{(m+1)}$ будет определяться не только величинами неорганизованностей подцелей, но и их взаимодействием.

Коэффициент γ_i упрощенно отражает тот факт, что существенность влияния достижения i -й подцели на достижение d -й цели может меняться как в зависимости от степени достижения самой i -й цели, так и от степени достижения других подцелей. В этом случае действует своеобразная положительная или отрицательная связь между степенью достижения d -й цели и степенью достижения i -й подцели. Этот коэффициент также отражает стимулирующие или подавляющие i -ю подцель действия остальных подцелей. Коэффициент обратного и перекрестного влияния

$$\gamma_i = 1 + \gamma_{id} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n \gamma_{il}, \quad (4-92)$$

где γ_{id} — коэффициент обратного влияния d -й цели на i -ю подцель; γ_{il} — коэффициент перекрестного влияния l -й подцели на i -ю подцель.

При положительной обратной связи $\gamma_{id} > 0$. Соответственно при стимулирующем воздействии l -й подцели на i -ю подцель $\gamma_{il} > 0$.

Для определяющих подцелей

$$0 \leq \gamma_i \leq 1/\bar{O}_{\text{при}}; \quad (4-93)$$

для дополнительных подцелей

$$0 \leq \gamma_i \leq \left(1 - \sum_{\substack{r=k+1 \\ r \neq i}}^n \gamma_r \bar{O}_{\text{при}}^{(m)} \right) / \bar{O}_{\text{при}}^{(m)}. \quad (4-94)$$

Из выражения (4-89) легко получить частные случаи влияния достижения подцелей на достижение цели.

Если приведение i -й подцели к d -й цели осуществляется с помощью линейной функции $\bar{Y}_d = k\bar{Y}_i$ и при этом $\gamma_i = 1$, то выражение (4-89) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \bar{O}_{cd}^{(m+1)} &= 1 - Z_d (1 - \bar{O}_{c1}^{(m)}) (1 - \bar{O}_{c2}^{(m)}) \dots (1 - \bar{O}_{ck}^{(m)}) \times \\ &\times (1 - s_{k+1} \bar{O}_{ck+1}^{(m)} - s_{k+2} \bar{O}_{ck+2}^{(m)} - \dots - s_n \bar{O}_{cn}^{(m)}), \end{aligned} \quad (4-95)$$

где $s_i = k_i \rho_i$ — коэффициент относительной важности i -й подцели.

Если узел, ответственный за достижение d -й цели, работает оптимально ($Z_d = 1$), и цель имеет только дополняющие или только определяющие подцели, то выражение (4-95) в первом и во втором случаях соответственно имеет вид:

$$\bar{O}_{cd}^{(m+1)} = 1 - \sum_{i=k+1}^n s_i \bar{O}_{ci}^{(m)}; \quad (4-96)$$

$$\bar{O}_{cd}^{(m+1)} = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - \bar{O}_{ci}^{(m)}). \quad (4-97)$$

Имеющиеся в настоящее время способы оценки реализации подцелей на достижение цели могут математически характеризоваться выражением (4-96). Так, например, в применяющейся в США системе ПАТТЕРН относительная важность подцелей обычно оценивается некоторыми коэффициентами, причем предполагается, что подцели имеют значения 0 или 1. В задачах оперативного управления такой подход нецелесообразен — необходимо учитывать еще целый ряд факторов, в частности то, что подцели могут достигаться лишь частично.

В случаях, когда невозможно аналитически определить коэффициенты относительной важности, можно воспользоваться экспериментальными методами. Допустим, что из анализа функционирования системы заранее известны собственные неорганизованности d -й цели и всех ее подцелей. Из выражения (4-95) можно получить частные производные:

$$\partial \bar{O}_{cd}^{(m+1)} / \partial \bar{O}_{ci}^{(m)} = Z_d (1 - \bar{O}_{c1}^{(m)}) (1 - \bar{O}_{c2}^{(m)}) \dots (1 - \bar{O}_{ck}^{(m)}) s_i. \quad (4-98)$$

Если положить, что неорганизованности по отношению к определяющим подцелям равны нулю, а $Z_d = 1$, то

$$\partial \bar{O}_{cd}^{(m+1)} / \partial \bar{O}_{ci}^{(m)} = s_i. \quad (4-99)$$

Отсюда, заменяя соотношение (4-99) приближенным, получим

$$s_i = \Delta \bar{O}_{cd}^{(m+1)} / \Delta \bar{O}_{ci}^{(m)}. \quad (4-100)$$

Коэффициенты s_i являются своего рода показателями чувствительности величины $\bar{O}_{cd}^{(m+1)}$ к изменению величины $\bar{O}_{ci}^{(m)}$.

Практически величину $\bar{O}_{ci}^{(m)}$ можно варьировать при постоянных величинах неорганизованности (по отношению ко всем остальным подцелям) путем изменения алгоритма или количества информации, поступающей в соответствующий узел. В результате таких действий величина $\bar{O}_{cd}^{(m+1)}$ также изменится, и из соотношения (4-100) можно будет найти s_i . Такой метод определения влияния подцелей на достижение основной цели возможен, если значения $\bar{O}_{cd}^{(m+1)}$ и $\bar{O}_{ci}^{(m)}$ можно измерять. Если цель не формализуема, то определить s_i можно только методом экспертных оценок.

Уравнения установившегося и переходного информационного режимов. Системы в отношении целевой организованности могут быть информационно самоустойчивыми и несамоустойчивыми*. К первым относятся такие системы, целевая неорганизованность которых при разрыве цепи управления (отключении действия сил организации) возрастает в ограниченных пределах. При этом за неограниченное возрастание целевой неорганизованности принимается переход рассогласований за опасные границы области цели. Информационную самоустойчивость можно рассматривать и как относительную, если отключается только один из каналов управления, а все другие остаются в работе. В дальнейшем ограничимся рассмотрением информационно самоустойчивых систем.

Помехи, возмущающие воздействия и другие причины, вызывающие отклонение вектора $\dot{y}$ от цели функционирования, будем делить на две категории: внутренние, обусловленные различными внутренними причинами, которые обычно вызывают относительно небольшие и медленно меняющиеся рассогласования (дрейф вектора вокруг цели); внешние, определяемые внешними возмущающими воздействиями, которые могут накладываться на дрейф вектора $\dot{y}$ и приводить к большим и быстро меняющимся рассогласованиям. В соответствии с этим, разделив ансамбль рассогласований, можно разделить на две независимых и складывающихся по эффекту действия части (подансамбль внутренних и внешних рассогласований).

Целевую неорганизованность функционирования систем при разрыве цепи управления можно представить, используя выраже-

* Термин «самоустойчивость» используется в теории автоматического регулирования для характеристики объектов, могущих устойчиво работать без систем автоматического регулирования. В задачах энергетики такой термин не применяется.

ния (4-37) ÷ (4-40) в символическом виде

$$\bar{O}_* = \rightarrow \bar{O}_o U \bar{O}_s. \quad (4-101)$$

Если неорганизованность вычисляется по (4-37), (4-39), то выражение (4-101) в развернутом виде можно записать как

$$\bar{O}_* = \psi[\psi^{-1}(\bar{O}_o) + \psi^{-1}(\bar{O}_s) - \psi^{-1}(R) + C], \quad (4-102)$$

где $\bar{O}_o$ и $\bar{O}_s$ — целевая неорганизованность, вызванная соответственно внутренними для системы причинами и внешними возмущающими воздействиями; R — характеристики области полной упорядоченности (полного достижения цели).

Если цепь управления замкнута, то, зная количество и ценность входной осведомляющей информации, преобразующие свойства, информационные к. п. д. ПИ на всех этапах преобразования информации (восприятия, распознавания, предсказания, принятия решения), а также реализуемость информации принятия решения в средствах организации, можно на основе уравнений (4-69) ÷ (4-74) определить реализованную средствами организации информацию управления I_y . При этом уравнение установившегося информационного режима запишется как

$$\bar{O} = \psi[\psi^{-1}(\bar{O}_*) - \psi^{-1}(I_y) + C]. \quad (4-103)$$

При $\bar{O} = 0$ будет иметь место информационная инвариантность: $\bar{O}_* = I_y$, т. е. ПИ и средства организации обеспечивают такое функционирование системы, при котором вектор системы $\dot{y}$ находится внутри области полной упорядоченности (полное достижение цели). Аналогично можно говорить об информационной инвариантности на каждом из этапов преобразования информации. Кроме того, информационную инвариантность всей системы можно рассматривать в отношении как внутренней ($\bar{O}_o$), так и внешней ($\bar{O}_s$) целевой неорганизованности.

Помимо информационной инвариантности работу ПИ и средств организации характеризуют показатели оптимальности. Не всегда в задачах управления проводится четкая грань между инвариантностью и оптимальностью. В информационных задачах это различие прослеживается более явно.

Информационная инвариантность — это относительный показатель достижения цели, рассматриваемый либо по отношению к отдельным этапам преобразования информации, либо (применительно к функционированию всей системы) по отношению к тем или иным целям и подцелям, входящим в дерево целей.

Информационная оптимальность — это идеальное преобразование информации в пределах той информации, которая подается на вход преобразователя, т. е. это $L = 1$. В более общем случае это также и идеальная реализация алгоритма преобразования информации ($\eta = 1$). Аналогично можно говорить и об оптимальности средств организации — бесконечно большой мощности средств ор-

ганизации в отношении информации управления, вырабатываемой ПИ. Информационную оптимальность можно рассматривать как относительно этапов преобразования информации, так и относительно реализации информации управления средствами организации. В последнем случае оптимальность ПИ будет связана с выбранными целями и подцелями функционирования системы. Во всех случаях информационная оптимальность, в отличие от информационной инвариантности, не зависит от размеров области цели.

Большие системы, как указывалось, находятся в динамике. Если они развиваются, то соответственно будет изменяться их дерево целей и области каждой из целей, совершенствоваться работа ПИ и средств организации. Поэтому при информационных исследованиях развивающихся систем следует оперировать с уравнением переходного информационного режима системы:

$$(\bar{O}t) = \psi \{ \psi^{-1} [\bar{O}_o(t)] + \psi^{-1} [\bar{O}_s(t)] - \psi^{-1} [R(t)] - \psi^{-1} [I_y(t)] + C \}. \quad (4-104)$$

Здесь также можно говорить об информационной инвариантности и оптимальности. Однако определение этих понятий в информационных переходных процессах усложняется.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛ. 4

1. Ф. Е. Темников, В. А. Афонин, В. И. Дмитриев. Теоретические основы информационной техники. «Энергия», 1971.
2. М. И. Сетров. Организация биосистем. «Наука», 1971.
3. Ю. М. Горский, А. Д. Урсул. Информация в управлении большими системами (математические аспекты). Сб. трудов Сибирского энергетического института СО АН СССР «Оптимизация и управление в больших системах энергетики». Т. 3. Иркутск, 1970.
4. Ю. М. Горский. Информационный анализ процессов управления. Сб. трудов Сибирского энергетического института СО АН СССР «Оптимизация и управление в больших системах энергетики». Т. 1. Иркутск, 1970.
5. А. Д. Урсул. Природа информации. Политиздат, 1968.
6. В. А. Веников, Г. А. Кенгерлинский. Информация в электроэнергетике. Сб. под ред. А. И. Берга. «Советское радио», 1967. *Информация и кибернетика*
7. Б. Н. Петров, В. В. Петров, Г. М. Уланов и др. Начала информационной теории управления. Техническая кибернетика. Сб. «Итоги науки и техники», 1970.
8. М. М. Бонгард. Проблемы узнавания. «Наука», 1967.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Введение. Методы кибернетики в больших системах энергетики	6
§ В-1. Общая характеристика энергетики	6
§ В-2. Развитие электроэнергетических систем	16
§ В-3. Методы теории больших систем и автоматические системы управления производством (АСУП)	24
§ В-4. Электроэнергетическая система как сложная система кибернетического типа	28
§ В-5. Развитие методов кибернетики электроэнергетических систем применительно к задачам функционирования этих систем	31
§ В-6. Задачи кибернетики электрических систем и их решения	35
§ В-7. Задачи оптимизации при управлении развитием и функционированием больших систем электроэнергетики	43
Глава 1. Прогнозирование развития	51
§ 1-1. Экономический анализ и задачи прогнозирования	51
§ 1-2. Методы прогнозирования	67
§ 1-3. Приемы моделирования	87
§ 1-4. Три группы задач управления энергосистемами	101
§ 1-5. Планирование и прогнозирование энергетики в настоящее время	106
Литература к гл. 1	109
Глава 2. Оптимизация электроэнергетических систем при планировании их развития	110
§ 2-1. Оптимизация развития электроэнергетических систем как кибернетическая задача	110
§ 2-2. Задача оптимизации развития с математической точки зрения	114
§ 2-3. Метод симплекс-алгоритма	117
§ 2-4. Симплекс-метод	125
§ 2-5. Модифицированный симплекс-метод	132
§ 2-6. Режимный блок оценочных моделей	140
§ 2-7. Градиентный метод	141
§ 2-8. Динамическое программирование	143
§ 2-9. Сетевые блоки	146
§ 2-10. Транспортные задачи	147
§ 2-11. Метод границ и ветвей	159
§ 2-12. Блок ущерба	167
§ 2-13. Целочисленное линейное программирование и математическая формулировка задачи оптимизации развития	168
Литература к гл. 2	173
Глава 3. Критериальный анализ технико-экономических задач энергетики	174
§ 3-1. Критерий выбора оптимального варианта	174
§ 3-2. Техничко-экономические модели	175
§ 3-3. Основные задачи технико-экономического анализа	180
§ 3-4. Применение теории подобия для решения задач технико-экономического анализа	183
§ 3-5. Базисные единицы и относительные величины	184
§ 3-6. Экономический вариант	187
§ 3-7. Техничко-экономическая соразмерность	189

§ 3-8. Критерии подобия экономических вариантов	191
§ 3-9. Техничко-экономическая устойчивость	192
§ 3-10. Анализ технико-экономической чувствительности	193
§ 3-11. Параметрические интервалы	195
§ 3-12. Каноническая форма уравнения приведенных затрат	197
§ 3-13. Примеры анализа канонических уравнений.	201
§ 3-14. Матрица размерностей	206
§ 3-15. Параметрическое подобие	209
§ 3-16. Инвариантность первого и второго порядка	211
§ 3-17. Дискретные ограничения	213
§ 3-18. Эллипсоиды равной точности	214
§ 3-19. Функциональные ограничения	220
§ 3-20. Уравнение с отрицательными обобщенными константами	222
§ 3-21. Критериальный анализ объектов с учетом их надежности	233
§ 3-22. Критериальный анализ уравнений, содержащих показательные функции	236
§ 3-23. Основные черты критериального программирования	238
§ 3-24. Геометрическое неравенство и задачи минимизации	239
§ 3-25. Двойственная функция	243
§ 3-26. Основная и двойственная задачи	248
§ 3-27. Основная теорема критериального программирования	249
§ 3-28. Порядок решения задач с ограничениями	250
§ 3-29. Модифицированная функция Лагранжа	251
Литература к гл. 3	253

Глава 4. Подход к информационному анализу процессов управления в электроэнергетических системах 254

§ 4-1. Понятие об информации и организованности	254
§ 4-2. Основные качественные проявления информации в системах управления	258
§ 4-3. Краткие сведения о статистической теории информации	261
§ 4-4. Иерархия задач, целей, алгоритмов и узлов управления	265
§ 4-5. Информационное описание функционирования больших систем	270
§ 4-6. Информационные процессы в электроэнергетических системах	273
§ 4-7. Тенденции развития теории информации	288
§ 4-8. Введение в начало информационной теории управления	291
Литература к гл. 4	326

Астахов Юрий Николаевич, Веников Валентин Андреевич,
Горский Юрий Михайлович, Карасев Дмитрий Дмитриевич,
Маркович Исаак Моисеевич

КИБЕРНЕТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Редактор С. М. Оводова. Художник В. З. Казакевич. Художественный редактор Н. К. Гуроров. Технический редактор Э. М. Чижевский. Корректор Г. А. Чечеткина

Т-14239. Сдано в набор 18/1-74 г. Подп. к печати 13/VIII-74 г. Формат 60×90¹/₁₆
Бум. тип. № 2. Объем 20,5+0,42 п. л. вкл. (20,92 усл. п. л.) Уч.-изд. л. 21,38.
Изд. № СТД—180 Тираж 20 000 экз. Цена 98 коп.

План выпуска литературы для вузов и техникумов издательства «Высшая школа» на 1974 г. Позиция 129. Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14, Издательство «Высшая школа»

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, Хохловский пер., 7. Зак. 94.

Замеченные опечатки

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
6	2-я снизу (основной текст)	больше, 200 тыс. кал или около 100 квт·ч	больше 200 тыс. ккал или около 250 квт·ч
6	4-я снизу (основной текст)	2 тыс. кал	0,25 тыс. ккал

Зак. 94